

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**А.В. Цветков**

**СТИМУЛИРОВАНИЕ  
В УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ**

Москва - 2001

УДК 007  
ББК 32.81  
Ц 27

**Цветков А.В. Стимулирование в управлении проектами.**  
М.: ООО «НИЦ «АПОСТРОФ», 2001. – 143 с.

ISBN 5-94155-006-5

Настоящая работа содержит результаты исследований формальных моделей процедур мотивации и стимулирования в управлении проектами. В том числе, анализируется роль стимулирования как средства управления социально-экономическими системами; на основании изучения функций, задач и этапов управления проектами выявляется специфика мотивации и стимулирования в проектно-ориентированной деятельности.

Рассматриваются: механизмы стимулирования сильно связанных агентов, агрегирование информации, унифицированные и коллективные формы стимулирования, роль неопределенности, согласованное планирование, ограничения совместной деятельности, производственные цепочки, механизмы распределенного контроля, межуровневое и сетевое взаимодействие участников проекта, задачи формирования состава участников проекта.

Изучается роль информации, необходимой для принятия эффективных решений по стимулированию в системах управления проектами. Исследуются свойства современных корпоративных информационных систем по управлению проектами, делаются выводы о возможностях их практического сочетания с результатами анализа и синтеза теоретико-игровых моделей механизмов стимулирования.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению проектами.

*Рецензент: д.т.н. Д.А. Новиков*

Утверждено к печати Редакционным советом Института

УДК 007  
ББК 32.81  
Ц 27

**ISBN 5-94155-006-5**

## СОДЕРЖАНИЕ

<u>Введение</u> .....	4
<u>Глава 1.</u> Специфика стимулирования в управлении проектами.....	5
1.1. Стимулирование как средство управления в социально-экономических системах.....	6
1.2. Задачи, функции, процедуры и процессы управления проектами.....	11
1.3. Требования к процедурам стимулирования в управлении проектами.....	16
<u>Глава 2.</u> Механизмы стимулирования в управлении проектами.....	35
2.1. Сильно связанные агенты.....	35
2.2. Агрегирование информации.....	42
2.3. Унифицированные и коллективные формы стимулирования.....	51
2.4. Роль неопределенности.....	60
2.5. Согласованное планирование.....	69
2.6. Ограничения совместной деятельности.....	73
2.7. Производственные цепочки.....	78
2.8. Распределенный контроль.....	84
2.9. Межуровневое и сетевое взаимодействие.....	104
2.10. Задачи стимулирования и формирование состава участников проекта.....	112
<u>Глава 3.</u> Стимулирование и корпоративные системы управления проектами.....	116
3.1. Информационные технологии управления проектами.....	116
3.2. Внедрение процедур стимулирования и мотивации в корпоративных системах управления проектами..	123
<u>Литература</u> .....	133

## **Введение**

В управлении организационными системами существенную роль играют процедуры мотивации и стимулирования. Поведение человека в организации и влияние на его деятельность морального и материального стимулирования составляет объект исследования экономики, социологии, психологии, теории управления и других наук.

В настоящей работе принят теоретико-игровой подход к моделированию процедур стимулирования, развиваемый в рамках таких разделов теории управления как: теория активных систем, теория иерархических игр и теория контрактов (см. обзор и ссылки ниже).

*Предметом исследования* являются процедуры (механизмы) стимулирования в системах управления проектами. Выбор предмета исследования обусловлен отсутствием систематических и конструктивных представлений о специфике стимулирования в управлении проектами и, следовательно, отсутствием эффективных и обоснованных процедур мотивации и стимулирования в реальных проектах.

Изложение материала настоящей работы имеет следующую структуру. В первой главе исследуются особенности стимулирования в системах управления проектами как в специфической области управленческой деятельности. Для этого сначала проводится общее обсуждение роли стимулирования как средства управления социально-экономическими системами (раздел 1.1), затем описываются функции, задачи, процессы и процедуры управления проектами (раздел 1.2), что позволяет выявить специфику мотивации и стимулирования в управлении проектами и сформулировать требования к процедурам стимулирования в управлении проектами (раздел 1.3).

Во второй главе приводятся результаты исследования механизмов стимулирования, удовлетворяющих сформулированным в первой главе требованиям к системам стимулирования в управлении проектами. В том числе, в соответствии с общими теоретическими задачами изучения механизмов стимулирования в управлении проектами (перечисленными в разделе 1.3) рассматриваются: механизмы стимулирования сильно связанных агентов (раздел 2.1), агрегирование информации (раздел 2.2), унифицированные и коллективные формы стимулирования (раздел 2.3), роль неопределен-

ности (раздел 2.4), согласованное планирование (раздел 2.5), ограничения совместной деятельности (раздел 2.6), производственные цепочки (раздел 2.7) и механизмы распределенного контроля (раздел 2.8). Результаты исследования формальных моделей, дающие возможность синтезировать эффективные механизмы управления персоналом при заданных составе участников (команде проекта) и структуре (совокупности связей и отношений между ними) позволяют формулировать и решать задачи синтеза оптимальной структуры и оптимального состава. Поэтому в разделе 2.9 исследуется межуровневое и сетевое взаимодействие участников проекта (задача оптимизации структуры), а в разделе 2.10 - задачи формирования состава участников проекта.

Результаты исследований теоретико-игровых моделей, приведенные во второй главе, свидетельствуют, что в управлении проектами (при планировании, мониторинге, контроле, оперативном управлении и т.д.) существенной является та информация, которой обладают управляющие органы и управляемые субъекты на момент принятия решений. Поэтому третья глава содержит обсуждение роли информации, необходимой для принятия эффективных решений по стимулированию в системах управления проектами. Исследуются свойства современных корпоративных информационных систем по управлению проектами, делаются выводы о возможностях их практического сочетания с результатами изучения теоретико-игровых моделей механизмов стимулирования. В частности, раздел 3.2, играющий в том числе роль заключения, содержит общие качественные рекомендации (основывающиеся на результатах теоретического анализа формальных моделей, описанных во второй главе) по использованию процедур стимулирования в управлении проектами.

## **Глава 1. Специфика стимулирования в управлении проектами**

Настоящая глава посвящена обсуждению специфики стимулирования в управлении проектами и обзору основных известных результатов его теоретического изучения и практического использования. Для этого в разделе 1.1 стимулирование рассматривается как средство управления и приводятся подходы к его исследова-

нию. В разделе 1.2 характеризуются задачи, функции, процедуры и процессы управления проектами, и выделяются роль и место механизмов стимулирования, что позволяет в разделе 1.3 сформулировать требования к процедурам стимулирования в управлении проектами.

### 1.1. Стимулирование как средство управления

В работах [31, 100] на основании рассмотрения процессуальных схем индивидуальной и групповой деятельности были выделены компоненты деятельности и введена система классификаций внешних побуждающих воздействий.<sup>1</sup>

Одной из разновидностей целенаправленных внешних побуждающих воздействий (условий деятельности) является *стимулирование* (от латинского *stimulus* – остроконечная палка, которой погоняли животных) – «внешнее воздействие на организм, личность или группу людей, побуждение к совершению некоторого действия» [119]. Исследование стимулирования включает изучение поведения в отсутствие побуждения, анализ возможных реакций на те или иные воздействия, поиск допустимых воздействий, обеспечивающих совершение требуемых действий.

Последний аспект соответствует *управлению*, понимаемому как воздействие на управляемую систему с целью обеспечения желательного ее поведения. При этом в социально-экономических системах характерной чертой стимулирования, как разновидности управления, является необходимость согласования интересов управляющего и управляемого субъектов.

---

<sup>1</sup> *Каждый субъект, обладающий собственными целями и интересами, стремится к выбору действий, которые, с одной стороны, максимально соответствуют его целям и интересам, формируемым в том числе с учетом внешних воздействий, а, с другой стороны, удовлетворяют внешним (ограничивающим) условиям деятельности. Качественно, эффект стимулирования заключается в том, чтобы внешними воздействиями изменить предпочтения управляемого субъекта таким образом, чтобы наиболее предпочтительным для него действием стало действие, максимально предпочтительное для управляющего органа.*

В настоящей работе *стимулирование* рассматривается именно с управленческой точки зрения (в том числе - при фиксированных институциональных ограничениях, поэтому вместо термина «личность» употребляются, в зависимости от контекста, термины «индивидуум», «субъект», «агент», «исполнитель» или «активный элемент») и понимается в общем случае как **комплексное целенаправленное внешнее воздействие на компоненты деятельности управляемой системы и процессы их формирования** [100].

Стимулирование является предметом исследования таких областей науки как: экономика, психология, социология, управление и др. (см. рисунок 1, на котором для соответствующих областей науки указаны основные работы, позволяющие составить относительно полное представление о современном состоянии исследований стимулирования).

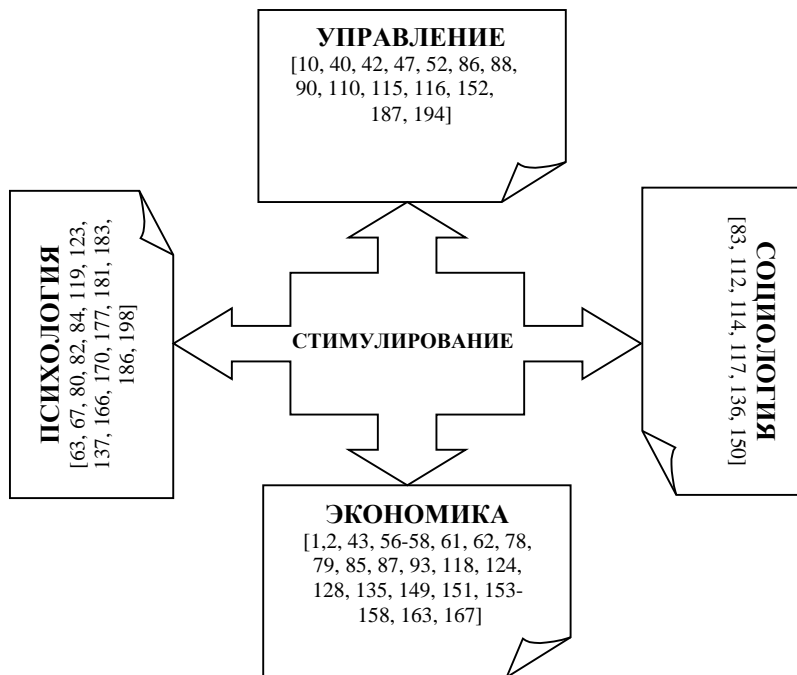


Рис. 1. Области науки, исследующие стимулирование

По «масштабу» рассмотрения и применяемым методам можно выделить следующие взаимосвязанные **подходы** [100]:

- «макроэкономический», в котором объектом исследования является рынок труда (в том числе, индивидуальное поведение на рынке труда описывается в макроэкономическом контексте), изучается взаимосвязь занятости с инфляцией и т.д. [76, 151, 163, 191];

- «микроэкономический», в котором акцент делается на рассмотрении стимулирования в рамках организации (предприятия, ведомства, фирмы и т.д.), причем основой является анализ именно экономической деятельности (как индивидуальной, так и коллективной) [43, 62, 121, 192, 85];

- «агентный», в котором объектом исследования является человек, группа, коллектив и т.д. с их потребностями и интересами.

Рассмотрим перечисленные подходы более подробно. Для их описания удобно использовать следующую качественную модель.

Выделим три субъекта. Первый субъект – конкретный индивидуум, субъект (быть может, коллективный), например, работник и т.д., предложением которого является труд, за который он поощряется морально и/или материально. Условно этот объект в дальнейшем (чтобы не акцентировать различий в рамках того или иного контекста между субъектом, индивидуумом, личностью и т.д.) будем обозначать терминами «агент», или «активный элемент», или «исполнитель» (в терминологии управления проектами), употребляя их как синонимы.

Второй субъект – «работодатель», то есть организация, предприятие, ведомство, фирма и т.д., которых мы будем обобщенно обозначать термином «центр», является «потребителем» труда агента, преобразуя его в некоторый товар (продукты, услуги и т.д.), обладающий рыночной стоимостью. Поставляя товар на рынок, центр получает доход.

И, наконец, третий объект – «рынок» (будем считать, что рынок не обладает собственными интересами), как институт обмена товарами (в данном случае имеются в виду товарный, фондовый и др. рынки, но не рынок труда), является «потребителем» товара центра.

Итак, агент обменивает свой труд на вознаграждение со стороны центра, вступая тем самым во взаимоотношения с другими



участниками рынка труда; а центр «обменивает» на рынке товар, созданный с использованием труда агента, на доход.

Как отмечалось выше, в рамках настоящей работы нас интересуют вопросы стимулирования, поэтому для того, чтобы ответить на вопрос является ли то или иное вознаграждение допустимым и желательным с точки зрения агента и центра, следует определить их предпочтения.

Под *предпочтениями* центра (агента) мы будем понимать совокупность его свойств и способностей по определению индивидуальной ценности, полезности и т.д. различных альтернатив. В первом приближении можно считать, что центр заинтересован в максимизации прибыли (то есть его система предпочтений такова, что альтернативы, соответствующие большим значениям прибыли, более предпочтительны), а агент – в максимизации некоторой субъективной полезности, зависящей от показателей деятельности и величины вознаграждения (то есть система предпочтений агента такова, что она позволяет ему «сравнить» различные комбинации действий и вознаграждения).

Введя предположение о наличии предпочтений участников, для корректной постановки задачи определения величины вознаграждения агента со стороны центра осталось определить что является целью деятельности каждого из субъектов, а что – ограничениями (внешними условиями) деятельности. Именно в этот момент возникают несколько альтернатив, соответствующих различным подходам к исследованию стимулирования.

В рамках «макроэкономического» подхода условно можно считать «основным» взаимодействие агента и рынка труда; при этом возникают задачи определения равновесной заработной платы, исследования взаимосвязи между безработицей и инфляцией и т.д. При «микроэкономическом» подходе «основным» является взаимодействие центра и рынка. Другими словами, центр нанимает конкретного агента, если его труд приводит к созданию товара, реализация которого приводит к максимальной прибыли. Ограничениями при этом являются субъективные представления агента и его рыночная зарплата. Задачи определения оптимальной (эффективной) заработной платы, оптимального числа нанимаемых работников и др. рассматриваются в работах по теории фирмы, теории контрактов и др. [85, 165, 168, 169, 171]. Если в качестве «основно-

го» рассматривается взаимодействие агента с центром, то есть соответствие предлагаемого центром вознаграждения предпочтениям агента, то такой подход считается «агентным». Ограничениями при этом являются экономическая эффективность (с точки зрения прибыли центра) найма данного работника за данную оплату, а также рыночная зарплата данного работника. Агентный подход рассматривается в основном в работах по предложению труда, принятию решений, теории контрактов и др. (см. ссылки выше). Ниже в настоящей работе при исследовании механизмов стимулирования в управлении проектами развивается агентный подход.

В рамках агентного подхода, в зависимости от выделяемого предмета исследования и используемых методов исследования различают следующие **направления** [31, 76, 100]:

- «менеджмента», как совокупности систематизированных положений о наиболее эффективном управлении организацией, носящих обобщающий, эмпирический и интуитивный характер [10, 87, 122, 125];

- «психолого-социологическое», исследующее психические процессы мотивации деятельности человека или в более общем случае – деятельность групп и коллективов [117, 136, 137, 181];

- «математическое», изучающее формальные (математические, имитационные и др.) модели – аналоги реальных систем (см. обзор ниже).

Настоящая работа может быть отнесена к «математическому» направлению изучения стимулирования, поскольку основным *методом исследования* является математическое (точнее – теоретико-игровое моделирование).

Формальные модели механизмов функционирования организационных систем (ОС) исследуются в таких разделах теории управления социально-экономическими системами как теория активных систем (ТАС) [17, 20, 27-29, 32, 99], теория иерархических игр [39-48-51, 74], теория контрактов [100, 168, 184, 185, 190] и др. (см. также ссылки, приведенные в разделе 1.3). В рамках всех этих научных направлений принимается следующее теоретико-игровое описание ОС. *Участники ОС* – игроки – подразделяются на управляющие органы (*центры*) и управляемые субъекты (*агенты*).

Активность (способность к целенаправленному поведению) участников описывается их возможностью самостоятельного при-

нения решений – выбора стратегий, влияющих на состояния (результаты деятельности, выигрыши и т.д.) всех участников. Предпочтения участников на множестве их состояний, как правило, описываются целевыми функциями, ставящими в соответствие стратегиям участников их выигрыши. Рациональность поведения участников – стремление к максимизации своей целевой функции – отражается, в зависимости от их *информированности* (той информации, которой они обладают на момент принятия решений о выбираемой стратегии<sup>1</sup>) и *порядка функционирования* ОС (последовательности получения информации и выбора стратегий), в используемой концепции равновесия: в большинстве случаев считается, что, действуя некооперативно (в настоящей работе рассматриваются только некооперативные модели), то есть, выбирая свои стратегии одновременно и независимо, игроки должны оказаться в точке Нэша (или Байеса - в зависимости от принятого описания и введенных предположений) [41, 94, 95, 109, 189].

Для того, чтобы определить цель и задачи исследования, то есть конкретизировать совокупность актуальных проблем стимулирования в управлении проектами, рассмотрим жизненный цикл проекта и функции системы управления проектами.

## **1.2. Задачи, функции, процессы и процедуры управления проектами**

За последнюю половину двадцатого века сформировалась новая научная дисциплина - *управление проектами* (УП) (Project Management) - раздел теории управления социально-экономическими системами, изучающий методы, формы, средства и т.д. наиболее эффективного и рационального управления изменениями [31, 37, 45, 89, 127, 129-131, 160, 173, 199].

---

<sup>1</sup> Относительно понятия "стратегия" следует сделать следующее терминологическое замечание. В узком смысле стратегия - предмет и результат выбора игрока, в широком смысле - правило, по которому игрок осуществляет свой выбор (то есть отображение его информированности во множество допустимых выборов). В настоящей работе мы будем по умолчанию использовать понятие стратегии в первом (узком) его смысле.

В соответствии с определением, предложенным в [31, 45], под *проектом* мы будем понимать «ограниченное во времени целенаправленное изменение отдельной системы с установленными требованиями к качеству результатов, возможными рамками расхода средств и ресурсов и специфической организацией». Возрастающая сложность проектов, с одной стороны, и накопленный опыт управления, с другой, сделали необходимым и возможным создание идеологии и методологии УП. Бурное развитие кибернетики, теории управления и исследования операций [4, 34, 62, 86] в середине двадцатого столетия позволило создать ряд формальных моделей и тем самым заложить систематическую научную основу УП.

В [31] выделяются следующие основные направления изучения УП. Во-первых, это модели и методы календарно-сетевое планирования и управления (КСПУ), позволяющие определить рациональную или оптимальную последовательность выполнения работ при заданных технологических, временных, ресурсных и других ограничениях [23, 30, 44, 60, 159, 179]. Такого рода модели получили всеобщее признание, легли в основу многочисленных прикладных программ для ЭВМ и широко используются при управлении реальными проектами. Во-вторых, это теория и практика менеджмента - систематизированный набор положений о наиболее эффективном управлении организацией, носящих обобщающий, эмпирический и интуитивный характер. И, в третьих, формальные модели функционирования организаций, учитывающие специфику целенаправленного активного поведения человека-участника проекта как члена организации и коллектива<sup>1</sup>.

Характерными признаками проекта являются [131]:

- 1) направленность на достижение конечных целей, определенных результатов;
- 2) координированное выполнение многочисленных взаимосвязанных работ с поуровневой детализацией по видам деятельности, ответственности, объемам и ресурсам;

---

<sup>1</sup> Ядро этого направления составляет теория активных систем (ТАС) - раздел теории управления социально-экономическими системами, изучающий свойства механизмов их функционирования, обусловленные активностью участников [32], и работы по управлению проектами, выполняемые в рамках этого научного направления [31, 103, 104 и др.].

- 3) ограниченная протяженность во времени, с определенным началом и концом;
- 4) ограниченность ресурсов и бюджета;
- 5) выполнение работ в соответствии с логикой и требованиями к качеству.

Таким образом, основным отличием проекта от предприятия, осуществляющего регулярную, повторяющуюся, циклическую деятельность, является однократность, то есть нециклическая, проектной деятельности<sup>1</sup>.

Следуя предложенной в [31] систематизации, предположим, что успешная реализация любого проекта требует решения следующих общих задач:

- определение и анализ целей проекта;
- построение, оценка и выбор альтернативных решений по реализации проекта (вариантов проекта);
- формирование структуры проекта, выбор состава исполнителей, ресурсов, сроков и стоимости работ;
- управление взаимодействием с внешней средой;
- управление исполнителями (персоналом);
- регулирование хода работ (оперативное управление, внесение корректив) и т.д.

*Участников проекта* разделим на две группы - проект-менеджеры (ПМ) (управляющие органы – *центры*) и исполнители (И) (активные элементы (АЭ), *агенты*)<sup>2</sup>. В качестве центра и/или агента могут выступать как отдельные индивиды, так и их группы, коллективы, организации, социальные институты и т.д.

---

<sup>1</sup> Естественно, некоторые частные виды деятельности внутри проекта могут носить циклический характер. С другой стороны, нарушение «регулярного» функционирования предприятия может рассматриваться как совокупность проектов (например, увеличение объема производства, установка нового оборудования, захват новых рынков сбыта). В том числе, реструктуризация, реформирование предприятия и/или его системы управления [122, 125] может рассматриваться как проект.

<sup>2</sup> В многоуровневой структуре [96] можно выделить двухуровневые «блоки»; кроме того, каждый субъект может выступать одновременно и в качестве центра, и в качестве агента (в различных проектах, или при взаимодействии с различными участниками одного и того же проекта).

Проект в целом и каждый из исполнителей в отдельности характеризуются следующими показателями:

- объем работ;
- качество работ;
- необходимые финансовые и материальные ресурсы;
- состав участников (кадры);
- риск;
- сроки выполнения.

Среди основных *ресурсов*, используемых в УП, выделяются [45]: трудовые ресурсы, денежные ресурсы, техническая оснастка, материалы, информация и технология.

Каждый проект от зарождения идеи до завершения проходит ряд последовательных (во времени) ступеней, фаз, стадий и этапов. Их совокупность называется *жизненным циклом* проекта. Обще-принятого универсального принципа разделения жизненного цикла на фазы, фазы – на стадии, стадии на этапы и т.д., на сегодняшний день не существует. В [195, 197] выделяются четыре основные фазы (причем последние три могут реализовываться параллельно)<sup>1</sup>: концепция, разработка, реализация, завершение.

В [131] выделяется следующее основное содержание работ на различных фазах:

- начальная фаза (концепция): сбор исходных данных и анализ существующего состояния; определение целей задач, критериев, требований и ограничений (внешних и внутренних) проекта, экспертиза основных положений, утверждение концепции проекта;
- фаза разработки: формирование команды, развитие концепции и основного содержания проекта, структурное планирование, организация и проведение торгов, заключение субконтрактов с основными исполнителями, представление проектной разработки и ее получение одобрения;
- фаза реализации проекта: ввод в действие разработанной на предыдущих фазах системы УП, организация выполнения работ, ввод в действие системы мотивации и стимулирования исполнителей, оперативное планирование, управление материально-техническим обеспечением, оперативное управление;

---

<sup>1</sup> В [45, 131] выделены следующие этапы: инициации, планирования, исполнения и контроля, управления, завершения.

-завершающая фаза: планирование процесса завершения проекта, проверка и испытание результатов реализации проекта, подготовка персонала для эксплуатации результатов реализации проекта, их сдача заказчику, реализация оставшихся ресурсов, оценка результатов и подведение итогов, расформирование команды проекта.

*Функциями управления проектами* являются [131]: планирование, контроль, анализ, принятие решений, составление и сопровождение бюджета проекта, организация оценивания, оценка, отчетность, экспертиза, проверка и приемка, бухгалтерский учет, администрирование.

*Подсистемами системы управления проектами* являются [131]: управление содержанием и объемом работ, управление продолжительностью, стоимостью, качеством, закупками и поставками, ресурсами, человеческими ресурсами, изменениями, рисками, запасами, информацией и коммуникациями, интеграционное управление.

Так как нас в настоящей работе интересует роль стимулирования в УП, остановимся более подробно на описании выделяемых в УП компонентах системы управления командой проекта - «группой сотрудников, непосредственно работающих над осуществлением проекта и подчиненных руководителю проекта» [45, 131], задача которой заключается в формировании команды проекта и организации ее эффективной работы. В [45, 129-131] отмечается, что *функции управления персоналом* включают в себя: определение потребности, численного и квалификационного состава на все периоды времени осуществления проекта, поиск и отбор кандидатур, оформление приема на работу и увольнение, планирование и распределение работников по рабочим местам, организация обучения и повышения квалификации, определение ответственности, создание условий и рабочей атмосферы для коллективной работы, предупреждение и разрешение возникающих конфликтов, вопросы оплаты и др.

Перечисленные в настоящем разделе функции, задачи, этапы и т.д. управления проектами, а также компоненты и функции управления персоналом проекта, позволяют перейти к формулировке требований к процедурам стимулирования в управлении проектами.

### 1.3. Требования к процедурам стимулирования в управлении проектами

В самом общем виде систему управления проектом, элементарный блок которой можно представить в виде двухуровневой входо-выходной модели, приведенной на рисунке 2.



Рис. 2. Система управления проектом

Различные *аспекты и ограничения деятельности* отражены:

- структурой декомпозиции работ (WBS – Works Breakdown Structure) – содержание работ;
- организационной структурой (OBS – Organization Breakdown Structure) – распределение ответственности;
- сетевым графиком – логика и технология выполнения работ.

В проектно-ориентированных организациях выделяют проектную структуру (EPS – Enterprise Project Structure), состоящую из следующих последовательно детализируемых компонент:

**«организация – программа – проект – пакет работ – работа – шаг».**

При этом элементарной управляемой ячейкой является «работа», а разбиение работ на шаги позволяет оценивать и измерять



степени выполнения работ (оцениваемых, в основном, в единицах объема выполненных работ). Таким образом, наличие в УП «системы измерений» (*системы оценки деятельности*) позволяет осуществить «привязку» процедур мотивации и стимулирования к результатам деятельности исполнителей и их коллективов. В то же время, в отличие от регулярной (например, производственной) деятельности, в управлении проектами для обеспечения эффектов контроля в условиях динамично меняющихся условий необходимо изменять не только управляющие воздействия, но и систему оценки деятельности.

В сложных проектах (в которых иерархическая организационная структура и структура декомпозиции работ имеют много уровней) система стимулирования должна компенсировать недостаточную информированность верхних уровней иерархии о результатах деятельности управляемых субъектов<sup>1</sup>. Другими словами, основная функция процедур стимулирования в УП заключается в том, чтобы обеспечить «монотонное согласование» (разумный компромисс между детальностью информированности ПМ и управлением), в рамках которого ПМ может быть уверен, что система стимулирования настроена таким образом, что побуждает исполнителей достигать требуемых результатов за счет выбора соответствующих действий<sup>2</sup> (неконтролируемых ПМ в силу неполной его информированности).

Обсудим последнее утверждение более подробно. Планом проекта (моделью приоритетов управляющего органа - ПМ) является его сетевой график, а процедуры стимулирования обеспечивают поступательное «движение по этому графику». При согласовании интересов и предпочтений ПМ и исполнителей возникает дуализм между детальным планированием действий исполнителей и ориентацией их на конечный результат путем сообщения ПМ его при-

---

<sup>1</sup> Существует устойчивое мнение, что, даже при использовании автоматизированных информационных систем УП, ввод и вывод информации должны составлять 15-30 минут в день, то есть «посреднические» 5% процентов рабочего времени менеджеров среднего и высшего звена.

<sup>2</sup> По словам одного из специалистов-практиков по УП «управление проектами заключается в том, чтобы сначала уточнить что мы можем, затем управлять тем, чем можем, причем управлять так, чтобы это не вступало в конфликт с тем, чем мы управлять не можем».

оритетов и побуждения к достижению этого результата. Последнее достигается настройкой систем мотивации и стимулирования (если имеется измеритель результата (см. выше), то не нужно следить за технологией и отдельными действиями, если измерителя нет, то нужно контролировать процесс (отслеживать сетевой график по контрольным точкам)). При этом баланс между согласованием и неопределенностью достигается делегированием полномочий.

Таким образом, **стимулирование в управлении проектами является системообразующим фактором, позволяющим всем участникам проекта осуществлять согласованную деятельность по достижению конечного результата** в условиях неполной информированности.

Отдельного обсуждения заслуживают динамические аспекты управления проектами. Так как проект – целенаправленное изменение некоторой системы, протекающее во времени, то для его описания можно использовать «проектную нотацию», делающую акцент на динамике, и «процессную нотацию», делающую акцент на устойчивых состояниях – выполнении работ (см. рисунок 3), причем «стыковка» процессов в моменты начала и завершения процессов (соответствующие точки называются событиями) определяется логикой и технологией проекта.

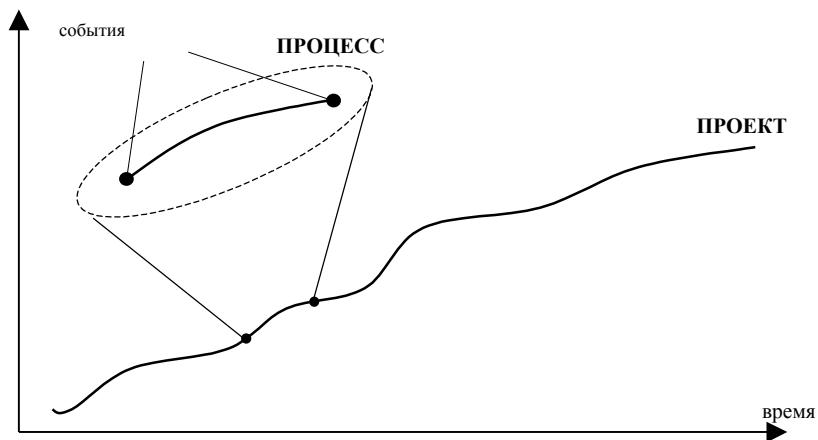


Рис. 3. Проектное и процессное представления деятельности

Таким образом, при синтезе процедур стимулирования в УП осуществляется оптимизация процессной части, что позволяет избежать детального анализа динамических процессов и моделей (модели оперативного УП рассматриваются в [14, 23, 30, 68]).

В общем случае, и, в частности, в управлении проектами, можно выделить следующие *виды управленческой* деятельности, каждый из которых должен реализовываться соответствующей компонентой системы управления:

- 1) функциональная;
- 2) информационная;
- 3) технологическая.

Каждому из этих видов деятельности соответствуют определенные принципы и способы оплаты труда, то есть процедуры (механизмы<sup>1</sup>) стимулирования, являющиеся как одним из системообразующих факторов, так и средством управления.

*Функциональная деятельность* (деятельность, заключающаяся в выполнении определенных функций) оплачивается в зависимости от квалификации работника и его усилий (времени и т.д.) регулярно, в соответствии, например, с окладами, практически независимо от результата деятельности. Целью стимулирования при этом является поддержание квалификации работников. Рассмотрение стимулирования как средства управления функциональной деятельностью осуществляется, в основном, в рамках управления (и реинжиниринга) бизнес-процессов. Соответствующие формы и системы оплаты труда (в основном тарифные) проанализированы в [56, 58, 76].

---

<sup>1</sup> Следует сделать следующее терминологическое замечание. В теории управления совокупность правил, процедур и принципов принятия решений относительно мотивации и стимулирования называется «механизмом стимулирования», в управлении проектами для обозначения соответствующих понятий используется более «прикладной» термин «процедура стимулирования». Акцентировать внимание на различии терминов «механизм стимулирования», «процедура стимулирования», «система стимулирования» и т.д., если это не приводит к неоднозначному пониманию, мы не будем, употребляя их по умолчанию как синонимы. Тем не менее, следуя сложившейся традиции, при описании специфики УП будем в основном использовать термин «процедура стимулирования», а при описании теоретико-игровых моделей – «механизм стимулирования».

*Информационная деятельность* (связанная с обработкой информации, в том числе, управляющей) оплачивается в соответствии с «включенностью» работника в систему, то есть в общие информационные потоки. Критерием эффективности деятельности работника (целью стимулирования) при этом является то, что он не служит «узким местом» в информационных потоках, следовательно стимулирование должно основываться на том, что работник получает вознаграждение от поддержания величины уровня функционирования системы<sup>1</sup>. Соответствующие формы и систем оплаты труда (в основном основанные на перераспределении дохода или прибыли – комиссионные, премиальные и другие системы оплаты) рассмотрены в [56, 58, 76].

*Технологическая деятельность* (связанная с получением количественно или качественно новых результатов, состояний системы, последовательности выполненных работ или зависимостей между ними и т.д.) должна мотивироваться с точки зрения качества, то есть стимулирование должно осуществляться не столько по затраченным усилиям (времени), а по достигаемому конечному результату<sup>2</sup>. Теоретико-игровые модели соответствующих форм и систем оплаты труда (в основном основанные на компенсации затрат и/или аккордном вознаграждении и др.) описаны в [76, 96].

Рассмотрение стимулирования как средства управления технологической деятельностью целесообразно осуществлять, в основном, в рамках управления проектами и, иногда, управления производственными системами, в которых осуществляется создание уникальных продуктов и услуг. Во всех трех случаях и, в первую

---

<sup>1</sup> С одной стороны, при анализе информационных систем управления отмечается, что одним из основных требований к ним является «прозрачность». При недостаточно отлаженной систем мотивации и материального поощрения это требование вступает в противоречие с интересами агентов, контролирующих процессы распределения значительных объемов ресурсов.

<sup>2</sup> Особенно ярко это требование проявляется при стимулировании за завершение работ на заключительных этапах реализации пакетов работ или проекта в целом, когда приходится устанавливать доплаты за конкретную сверхурочную работу. Примером может являться использование аккордных и сдельно-премиальных систем оплаты, на практике иногда называемых «мешок овса».

очередь, при управлении «технологической» деятельностью, необходимо выстраивать системы мотивации и стимулирования таким образом, чтобы обеспечить эффективное взаимодействие команд (участников проекта, организации, подразделения и т.д.).

В соответствии с проведенным в предыдущем разделе анализом задач, функций и этапов управления проектами, можно выделить следующие *специфические характеристики управления человеческими ресурсами в проектно-ориентированных организациях*.

1. Все участники команды проекта взаимосвязаны не только технологически, но и вносят определенный вклад в конечный результат деятельности, степень соответствия которого целям проекта является критерием успешности его завершения и, следовательно, критерием эффективности системы управления в целом.

В терминах моделей КСПУ система стимулирования должна обеспечивать не только выполнение отдельных работ, но и технологические связи с другими работами, то есть выполнение всего комплекса работ. Например, в технологической цепочке каждый агент «принимает» работу предыдущего, беря тем самым на себя ответственность за нее перед следующими за ним участниками цепочки и перед менеджером проекта (ПМ). Следовательно, должна быть как заинтересованность каждого из участников в качественном и своевременном выполнении соответствующих работ, так и объективный контроль со стороны ПМ и заказчиков работ.

2. Каждый агент лучше чем кто бы то ни было знает свои возможности и конкретные условия своего функционирования. Следовательно, при рассмотрении задач обеспечения деятельности агентов ресурсами необходимо учитывать возникновение «вертикального» (в рамках иерархической организационной структуры – OBS) взаимодействия между участниками проекта, принимающего во внимание, в том числе, наличие глобальных ограничений на совместный выбор действий участниками проекта.

Другими словами, если агенты, находящиеся на нижнем уровне иерархии, мотивированы на достижение определенного результата, то они являются инициаторами вертикального взаимодействия, то есть рычаги мотивации «запускают» взаимодействие участников системы снизу, являясь одним из системообразующих и обеспечивающих устойчивость всей системы в целом факторов.

3. В отмеченных выше условиях деятельность каждого субъекта в общем случае описывается несколькими показателями и оценивается по нескольким критериям.

4. Существенная взаимосвязь между участниками проекта, а также идентификация целей проекта (со стороны внешней среды, и в первую очередь, лиц, его инициировавших) с целями участников команды проекта, приводящая к возможности рассмотрения проекта как автономной организационной структуры, требуют обеспечения эффективности группового взаимодействия как проектных менеджеров, так и исполнителей. То есть система стимулирования должна быть нацелена на обеспечение выгоды именно «коллективного выигрыша» с учетом неизбежного в сложных проектах агрегирования информации о результатах деятельности отдельных исполнителей и их коллективов.

5. Требования нацеленности на общий результат и оперативности управления приводят к тому, что в управлении проектами распространены унифицированные и коллективные формы оплаты труда. Следовательно, при разработке процедур стимулирования в УП необходимо исследовать и учитывать положительные и отрицательные стороны этих классов систем стимулирования.

6. В проектно-ориентированных организациях, быть может выполняющих одновременно несколько проектов, может не быть линейной иерархии, то есть параллельно существуют несколько структур управления, причем один и тот же агент (индивидуум, коллектив и т.д.) в различных структурах может выполнять различные роли (в том числе социальные) и функции. Кроме того, даже в рамках одного проекта, в ходе его реализации, по мере поступления новой информации, изменения внешних условий и т.д., могут изменяться функциональные, информационные и технологические компоненты системы управления, то есть в терминах теории управления – права принятия решений, правила игры (ответственность, последовательность ходов и т.д.).

7. Помимо того, что каждый участник может одновременно (или в течение непродолжительного промежутка времени) играть несколько «ролей», его функционирование может быть связано со многими участниками системы, то есть его деятельность может обеспечиваться и контролироваться несколькими управляющими органами, сам он, наряду с другими агентами, может выступать как

агент (по отношению к другим агентам или управляющим органам) или как управляющий органа (по отношению к другим агентам и с точки зрения других управляющих органов). При этом в рамках даже временно существующей (возникшей на время реализации рассматриваемого проекта) иерархии взаимодействие между участниками не всегда ограничено соседними уровнями, зачастую возникают связи между участниками, разделенными не одним уровнем иерархии. Этот эффект, получивший в [96] название *межуровневого взаимодействия*, также должен учитываться при разработке процедур стимулирования.

8. Нецикличность проектной деятельности ставит на первый план необходимость оперативного формирования состава и структуры проекта и его системы управления, то есть выбора *состава участников* (ПМ и исполнителей, то есть формирование команды проекта) и *структуры проекта и системы управления* (совокупности информационных, управляющих и других связей между участниками проекта, а также прав принятия решений). Успешное решение этих задач возможно только если для каждого фиксированного (потенциального) состава и каждой фиксированной структуры решена задача стимулирования, следовательно, исследование процедур стимулирования является необходимым условием синтеза эффективной системы управления проектом.

9. Уникальность проекта (в том числе, отсутствие аналогии, достаточной для принятия решений информации о внешних и внутренних нестационарных условиях функционирования и т.д.), являющаяся, как отмечалось выше, одной из его отличительных (например, от циклической производственной деятельности) характеристик, подразумевает, что проект реализуется в условиях *неопределенности* (как объективной, так и субъективной), что должно учитываться при разработке механизмов управления и, в том числе, процедур стимулирования.

10. Рассмотрение проекта как организационной системы приводит к осознанию необходимости согласования интересов управляющих органов и управляемых субъектов. Это согласование осуществляется, в частности за счет стимулирования. Решение задач стимулирования, как правило, производится в два этапа. На первом этапе центр для каждого действия определяет допустимые управляющие воздействия (систему стимулирования), которые побужда-

ли бы агента выбрать именно это действие<sup>1</sup> (*этап согласования*) и были бы минимальны, например, с точки зрения используемых ресурсов. Результатом является параметрический (параметр – действие агента) набор систем стимулирования. На втором шаге центр решает *задачу оптимального согласованного планирования*, то есть определяет планы – действия, которые необходимо побуждать агента выбрать. Следовательно, отдельный интерес представляют задачи согласованного планирования деятельности агентов. В условиях неопределенности требование согласованности означает, что при любых возможных значениях неопределенного параметра планы должны быть согласованы – требование гарантированной согласованности.

Анализ систем оплаты труда агентов в проектно-ориентированных организациях [36, 58, 72, 174, 175, 178, 196] свидетельствует, что в отечественной практике как рядовые исполнители, так и руководители различного уровня в большинстве регулярно получают фиксированный оклад (оплата функциональной и/или информационной деятельности - см. выше) и при завершении проекта или его этапов получают незначительную по размеру фиксированную премию, которая субъективно рассматривается как часть заработной платы и не играет существенной мотивационной роли. В зарубежной практике (в развитых странах) оплата производится на контрактной основе за объем работ (оплата технологической или проектной, то есть ориентированной на результат, деятельности); кроме того управленческий персонал получает надбавки, пропорциональные сэкономленным средствам (доля от сэкономленных средств, направляемая на поощрения, может быть очень велика —до 50%) и стоимости проекта (надбавки за сложность). Кроме того, однократность проекта накладывает свои требования на процедуры стимулирования, причем требования эти существенно зависят от внешних социально-экономических условий реализации проектов. Например, в развитых странах, специалисты, необходимые на тех или иных стадиях проекта, привлекаются разово и индивидуально на контрактной основе. В российских условиях проектно-ориентированные организации вынуждены

---

<sup>1</sup> При этом говорят, что соответствующее действие реализуется системой стимулирования или что система стимулирования реализует это действие.



постоянно держать штат соответствующих специалистов, независимо от их вовлеченности в конкретные текущие проекты, что приводит как к снижению эффективности функционирования организации в целом, так и к снижению мотивирующей роли вознаграждений, так как последние слабо зависят от результатов деятельности.

**Как видно из предшествующего изложения, термин «процедуры стимулирования» может пониматься в двух смыслах. Первое (широкое) значение этого термина – процедуры, нацеленные на согласование интересов и координацию деятельности участников проекта. Второе (узкое) значение – процедуры, позволяющие определять зависимость вознаграждения участников проекта от их действий и результатов деятельности команды проекта. Понятно, что использования рациональных принципов материального стимулирования, без эффективного согласования и координации недостаточно (и наоборот, эффективное согласование и координация невозможны без использования соответствующих побуждающих воздействий). Поэтому при обсуждении требований к процедурам стимулирования, перечислении рекомендаций по их внедрению и т.д., мы будем, в первую очередь, понимать стимулирование в широком смысле – как совокупность методов согласования и координации (несколько не умаляя при этом побуждающий аспект стимулирования – приведенные в настоящей работе результаты (см., в частности вторую главу) позволяют синтезировать рациональные системы и формы индивидуального и коллективного поощрения участников проекта).**

Выше специфические (для УП) характеристики управления человеческими ресурсами рассматривались «независимо» от других функций УП. В соответствии с результатами раздела 1.2, в котором рассматривались задачи, функции, процедуры и процессы управления проектами, роль и место стимулирования может быть представлено схемами, приведенными на рисунках 4 (функциональный «срез») и 5 (временной «срез», на котором обратные связи опущены, а степень использования процедур стимулирования условно отражена уровнем затененности прямоугольников, изображающих этапы).

На рисунке 4 изображены подсистемы УП, то есть стимулирование (управление человеческими ресурсами) является одной из подсистем, причем с точки зрения этапов проекта, которые с точки зрения задач управления изображены на рисунке 5, задействование этой подсистемы происходит далеко не на первых стадиях реализации проекта.



Рис. 4. Структура системы УП

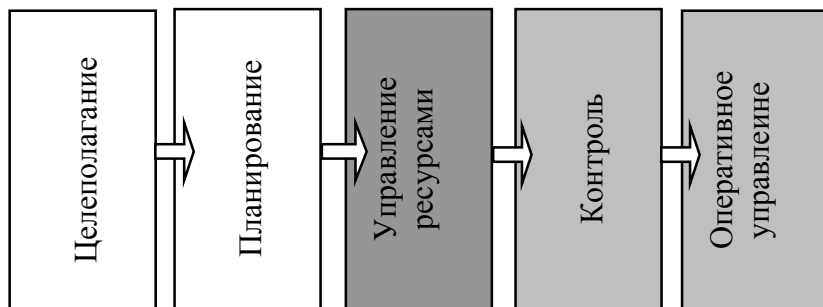


Рис. 5. Основные этапы в контуре планирования и контроля УП

На основании вышесказанного (и визуального восприятия структуры рисунков 4 и 5), можно выдвинуть тезис о том, что процедуры стимулирования для УП могут разрабатываться параллельно с разработкой других подсистем управления. Однако, этот тезис в корне неверен по следующим причинам.

Исходя из основных этапов в контуре планирования и контроля УП, казалось бы, можно исследовать сначала подсистемы целеполагания, затем подсистемы планирования, после этого – подсистемы управления (а также, контроля, оперативного управления и т.д.), включая процедуры стимулирования. Но, если ставится задача синтеза оптимального (по тем или иным критериям) механизма (подсистемы, процедуры или процесса), то «последовательный» синтез невозможен, так как эффективность подсистем целеполагания зависит от того «как» (какими методами, средствами и т.д.) эти цели будут в последующем достигаться, эффективность механизмов формирования состава исполнителей проекта будет зависеть от того как между исполнителями будут распределяться ресурсы, какая система их стимулирования будет использоваться и т.д.<sup>1</sup>

То есть более правильным будет иллюстрация роли и места процедур стимулирования, приведенная на рисунках 6 и 7 (выделение процедур стимулирования как фокуса рассмотрения соответствует аспектам стимулирования, исследуемых в настоящей работе, то есть предмету исследования), на которых связи отражены пунктирными линиями.

Значит процедуры стимулирования (а также все остальные ключевые механизмы УП) должны разрабатываться не независимо или параллельно с другими механизмами УП, а в комплексе с ними, так как неадекватный учет роли человеческих ресурсов вообще, и их стимулирования в частности, может привести к неэффективности системы управления в целом.

---

<sup>1</sup> Уместно привести условную аналогию с методом динамического программирования: принимаемые сегодня решения, влияющие на долгосрочную перспективу, должны учитывать какие решения мы сможем и будем принимать в будущем.

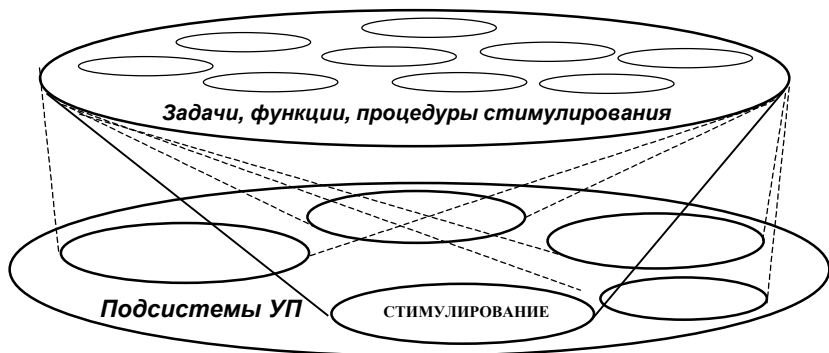


Рис. 6. Взаимосвязь между подсистемами УП

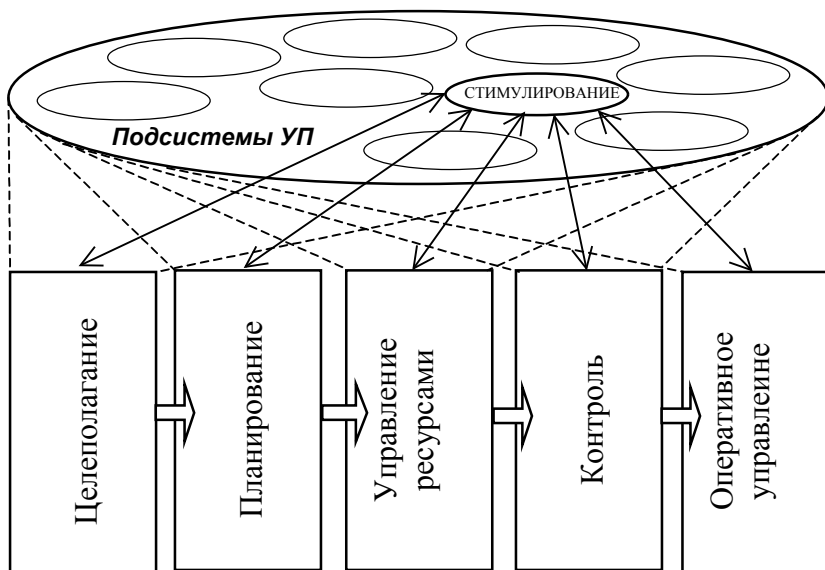


Рис. 4. Использование подсистем УП на различных этапах

Перечисленные специфические характеристики управления в проектах человеческими ресурсами, а также анализ роли и места системы стимулирования в комплексе механизмов УП, позволяет

выдвинуть **требование к процедурам стимулирования в УП**, заключающееся в том, чтобы они учитывали следующие (выделяемые на основании качественно отмеченных выше) *специфические характеристики управления человеческими ресурсами в проектно-ориентированных организациях*, порожденные уникальностью, нециклическостью и нацеленностью на результат проектно-ориентированной деятельности, а также возможностью каждого субъекта одновременно выступать в различных «ролях» с точки зрения разделения прав принятия решений (основаниями классификации являются субъекты и объекты, с которыми взаимодействует каждый из участников проекта – проект-менеджер, исполнитель, окружение проекта, а также специфика структуры системы управления проектами и замкнутость проекта по отношению к внешней среде и своим целям):

**Ø взаимодействие «исполнитель – исполнитель»:**

- ◆ *взаимосвязь между участниками*, то есть зависимость предпочтений и результатов деятельности каждого участника в общем случае от результатов деятельности всех остальных участников проекта (сильно связанные элементы);
- ◆ *наличие общих (глобальных) ограничений*, регламентирующих деятельность и сужающих множество допустимых совместных выборов участников;
- ◆ *наличие технологических (производственных) цепочек*, устанавливающих взаимосвязь между результатами деятельности одних элементов и возможностями деятельности других элементов (в том числе – в рамках моделей календарно-сетевого планирования и управления);

**Ø взаимодействие «проект-менеджер – исполнитель»:**

- ◆ *наличие неопределенности* относительно существенных внешних и внутренних условий функционирования (то есть относительно участников проекта и его окружения);
- ◆ *необходимость использования унифицированных и коллективных форм стимулирования*, которые создавали бы одинаковые условия для групп исполнителей и мотивировали бы их на основании сравнения результатов индивидуальной деятельности (эффекты соревнования и т.д.) и групповой деятельности;

- ◆ *необходимость согласованного с интересами управляемых субъектов планирования их деятельности;*
- ◆ *необходимость использования агрегирования информации о результатах деятельности отдельных исполнителей (как следствие – невозможность выделения вклада конкретного исполнителя в результат деятельности соответствующей группы);*

**Ø взаимодействие «проект-менеджер – проект-менеджер»:**

- ◆ *наличие нескольких органов, управляющих деятельностью (или различными аспектами деятельности) одного и того же субъекта, что приводит к нехарактерному для линейных структур управления взаимодействию управляющих органов между собой;*
- ◆ *наличие межуровневого взаимодействия, при котором, в отличие от линейной структуры управления, один и тот же субъект может быть подчинен управляющим органам, находящимся на различных уровнях иерархии;*
- ◆ *наличие сетевого взаимодействия, то есть нескольких параллельных структур управления, в которых один и тот же субъект выступает в различных «ролях» (выполняет различные функции, обладает различными правами принятия решений и т.д.).*

При учете перечисленных характеристик необходимо также принимать во внимание, что деятельность и проект-менеджеров, и исполнителей (то есть и управляющих органов, и управляемых субъектов) в общем случае описывается несколькими показателями (*векторные стратегии*, в соответствии с терминологией, введенной в [104]) и оценивается ими самими и другими участниками проекта по нескольким критериям (*векторные предпочтения*).

Как отмечалось выше (см. раздел 1.1), в настоящей работе основной акцент делается на изучение возможностей математического (теоретико-игрового) моделирования при исследовании процедур стимулирования в управлении проектами. Обсудим кратко насколько известные результаты исследования формальных моделей стимулирования в теории управления соответствуют приведенным выше требованиям к процедурам стимулирования в УП.

В [32, 99, 100] введена система классификаций задач управления в рамках теоретико-игровых моделей социально-

экономических и организационных систем. Перечислим основные признаки и основания системы классификаций:

1. Состав АС: число управляемых субъектов (активных элементов (АЭ)) - *одноэлементные и многоэлементные АС*.

2. Структура АС: число уровней иерархии - *двухуровневые, трехуровневые* и др. АС; подчиненность АЭ - АС с *унитарным контролем* (веерного типа, в которых структура подчиненности имеет вид дерева, то есть каждый АЭ подчинен одному и только одному управляющему органу) и АС с *распределенным контролем* (в которых АЭ может быть подчинен одновременно нескольким управляющим органам, в том числе - *многоканальные АС*); взаимозависимость показателей деятельности, затрат и индивидуальных управлений АЭ - *независимые АЭ, слабо связанные АЭ, сильно связанные АЭ*.

3. Порядок функционирования: в первом приближении достаточно выделить *стандартный и нестандартный порядок функционирования*. Стандартный порядок функционирования соответствует, например, базовой модели, описанной выше.

4. Число периодов функционирования: *статические* (участники АС производят выбор стратегий однократно) и *динамические АС*. Динамические АС, в зависимости от взаимосвязи периодов функционирования и учета участниками АС влияния последствий принимаемых решений на будущие периоды функционирования, могут в свою очередь подразделяться на АС с *дальновидными и недальновидными АЭ, адаптивные и неадаптивные АС* и т.д.

5. Целевые функции (предпочтения участников АС) определяют конкретный тип задачи управления - задача стимулирования, задача планирования или какие-либо другие случаи.

6. Допустимые множества - независимые или взаимозависимые множества возможных выборов (состояний) участников АС; размерность пространства индивидуальных состояний АЭ и планов - АЭ со *скалярными и векторными предпочтениями*.

7. Информированность участников - основание классификации, для которого существует наибольшее число значений признаков и, соответственно, наибольшее число подклассификаций. Наиболее грубым является разделение АС на АС с *симметричной* (одинаковой) и *асимметричной информированностью* участников (в первую очередь важно определить различие в информированностях АЭ и

центра), а также на *детерминированные АС* и *АС с неопределенностью*. В свою очередь, АС с неопределенностью могут классифицироваться по следующим **основаниям**.

7.1. Тип неопределенности: *внутренняя неопределенность* (относительно параметров самой АС), для внутренней неопределенности - относительно целевых функций, допустимых множеств или и того и другого; *внешняя неопределенность* (относительно параметров окружающей среды, то есть внешних по отношению к АС) и *смешанная неопределенность* (для части участников АС - внутренняя, для других - внешняя; или обоих типов).

7.2. Вид неопределенности: *интервальная* (когда участнику АС известно множество возможных значений неопределенного параметра), *вероятностная* (известно распределение вероятностей - *вероятностные АС*) и *нечеткая* (известна функция принадлежности - *нечеткие АС*) *неопределенность*, а также *смешанная неопределенность* (все возможные комбинации перечисленных видов неопределенности для различных участников).

7.3. Принципы поведения участников АС (методы устранения неопределенности и принципы рационального поведения; как правило, вводится предположение о бескоалиционности поведения управляемых субъектов): использование МГР, ожидаемых полезностей, максимально недоминируемых альтернатив, сообщения информации, выбор структуры системы и т.д.

В соответствии с приведенной системой классификаций *базовой* является следующая модель активной системы (АС): многоэлементная с несвязанными АЭ, двухуровневая с унитарным контролем, статическая, со стандартным порядком функционирования, скалярными предпочтениями АЭ, детерминированная с симметричной информированностью участников.

Аналогичным образом в рамках введенной системы классификаций можно выделить наиболее близкие к задачам управления проектами модели активных систем, которые перечислены в таблице 1. Во втором столбце таблицы 1 приведены ссылки на основные работы, исследующие те или иные модели. Их подробный обзор содержится в работах [100, 103, 104] (см. также обзоры [21, 22, 97]). В третьем столбце условно отражена относительная полнота и глубина охвата соответствующих предметных областей, оцененная автором субъективно.



Классы моделей АС	Основные работы	«Полно-та»
АС с сильно связанными АЭ	[27, 48, 77, 101, 103]	××
АС с агрегированием информации	[5, 6, 48, 96, 102, 103]	×××
АС, функционирующие в условиях неопределенности	[24-26, 74, 59, 73, 92, 100, 103, 139, 142, 144, 146, 156, 185]	×××××××
АС с распределенным контролем	[48, 96, 104, 132, 133]	×
Многоуровневые АС	[27, 48, 96, 104]	×××××
АС с векторными стратегиями	[13, 48, 104]	××××
АС с векторными предпочтениями	[12, 104, 140, 143]	××
АС с сетевой структурой	[96, 104]	××

*Таб. 1. Классы моделей стимулирования в АС и основные работы*

Проведенный выше и в [103, 104, 131] анализ свидетельствует, что в теории управления и менеджменте вообще и в УП в частности процедурам стимулирования, как специфическому средству управления человеческими ресурсами, не уделялось должного внимания. Следовательно, возникает необходимость комплексного исследования моделей механизмов стимулирования в УП, нацеленного на создание методов анализа и синтеза эффективных процедур стимулирования, которые отвечали бы описанным выше требованиям отражения специфики проектно-ориентированной деятельности. Для этого необходимо решение следующих **теоретических задач: разработка и исследование теоретико-игровых моделей механизмов стимулирования в активных системах, характеризующихся наличием:**

1. сильно связанных агентов;
2. необходимости использования агрегирования информации о результатах деятельности отдельных исполнителей;

3. необходимости использования унифицированных и коллективных форм стимулирования;
4. неопределенности относительно существенных внешних и внутренних условий функционирования;
5. глобальных ограничений совместной деятельности;
6. последовательной взаимосвязи результатов деятельности одних элементов с возможностями деятельности других элементов;
7. векторных стратегий и векторных предпочтений агентов и управляющих органов;
8. нескольких органов, управляющих деятельностью (или различными аспектами деятельности) одного и того же субъекта (распределенный контроль);
9. межуровневого взаимодействия;
10. сетевого взаимодействия.

В следующей (второй) главе настоящей работы мы приведем результаты решения поставленных задач, ограничиваясь изложением основных идей и результатов (подробное изложение соответствующих результатов, сопровождаемое многочисленными примерами можно найти в работах [103, 104]). В третьей главе кратко описаны подходы к практическому использованию теоретических результатов при разработке систем управления (в первую очередь принципов их организации и информационных составляющих (важность информационных составляющих будет видна из результатов второй главы)) крупными проектами.

## **Глава 2. Механизмы стимулирования в управлении проектами**

Настоящая глава посвящена описанию основных результатов исследования теоретико-игровых моделей стимулирования в управлении проектами. В том числе, рассматриваются (см. перечисление теоретических задач в разделе 1.3): механизмы стимулирования сильно связанных агентов (раздел 2.1), агрегирование информации (раздел 2.2), унифицированные и коллективные формы стимулирования (раздел 2.3), роль неопределенности (раздел 2.4), согласованное планирование (2.5), ограничения совместной деятельности (раздел 2.6), производственные цепочки (раздел 2.7), механизмы распределенного контроля (раздел 2.8), межуровневое и сетевое взаимодействие участников проекта (раздел 2.9), задачи стимулирования и формирования состава участников проекта (раздел 2.10).

Изложение материала каждого из разделов имеет следующую структуру: приводятся содержательная и формальная постановка задачи, затем следуют теоретические результаты («технические» подробности выделены в тексте рубленным шрифтом) и их качественное обсуждение.

### **2.1. Сильно связанные агенты**

Как отмечалось в первой главе, характерной особенностью проектной деятельности является взаимозависимость действий и результатов деятельности различных агентов. В частности, эта зависимость может проявляться в том, что затраты агентов зависят не только от их собственных действий, но и от действий других агентов<sup>1</sup>. Поэтому в настоящем разделе исследуется задача синтеза оптимальной системы стимулирования в системах с сильно связанными агентами.

В большинстве рассматриваемых в теории активных систем [7-9, 17, 27, 55, 141, 142 и др.] и в теории контрактов [21, 100, 168] моделей стимулирования изучаются одноэлементные активные системы (АС), состоящие из одного управляющего органа (центра)

---

<sup>1</sup> *Взаимозависимость может также иметь место относительно допустимых действий и результатов совместной деятельности (см. ниже).*

и одного управляемого субъекта - активного элемента (АЭ)<sup>1</sup> (исключение составляют [27, 48, 103, 164, 172, 180, 188])<sup>5</sup>. Отсутствие общих подходов к решению задач стимулирования в многоэлементных АС обусловлено, наверное, тем, что до недавнего времени были неизвестны эффективные методы анализа свойств решений игры АЭ. Ниже реализуется метод, заключающийся в выборе системы стимулирования, реализующей оптимальный с точки зрения центра вектор действий АЭ как вектор их равновесий в доминантных стратегиях (РДС) [109, 111], что позволяет декомпозировать игру АЭ и получить аналитическое решение задачи стимулирования.

**Постановка задачи стимулирования.** Рассмотрим многоэлементную детерминированную двухуровневую АС, состоящую из центра и  $n$  АЭ. Стратегией АЭ является выбор действий, стратегией центра – выбор функции стимулирования, то есть зависимости вознаграждения каждого АЭ от его действий и, быть может, действий других АЭ.

Обозначим  $y_i \in A_i$  - действие  $i$ -го АЭ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  – множество АЭ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in A = \prod_{i=1}^n A_i$  - вектор действий АЭ,  $y_i = (y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$  - обстановка игры для  $i$ -го АЭ.

Интересы и предпочтения участников АС – центра и АЭ – выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра  $F(s, y)$  представляет собой разность между его доходом  $H(y)$  и суммарным вознаграждением  $u(y)$ , выплачиваемым АЭ:  $u(y) = \sum_{i=1}^n s_i(y)$ , где  $s_i(y)$  - стимулирование  $i$ -го АЭ,  $s(y) = (s_1(y), s_2(y), \dots, s_n(y))$ . Целевая функция  $i$ -го АЭ  $f_i(s_i, y)$  представляет собой разность между

---

<sup>1</sup> Как отмечалось выше, в настоящей работе по умолчанию термины «активная система» (АС), «организационная система» (ОС), «проект», а также «центр», «проект-менеджер» и «исполнитель», «агент» и «активный элемент», употребляются как синонимы.

стимулированием, получаемым от центра, и затратами  $c_i(y)$ , то есть<sup>1</sup>:

$$(1) f_i(s_i, y) = s_i(y) - c_i(y), \quad i \in \bar{I}.$$

$$(2) F(s, y) = H(y) - \sum_{i=1}^n s_i(y).$$

Отметим, что и индивидуальное вознаграждение, и индивидуальные затраты  $i$ -го АЭ по выбору действия  $y_i$  в общем случае зависят от действий всех АЭ (случай сильно связанных АЭ с несепабельными затратами [103]).

Примем следующий порядок функционирования АС. Центру и АЭ на момент принятия решения о выбираемых стратегиях (соответственно - функциях стимулирования и действиях) известны целевые функции и допустимые множества всех участников АС. Центр, обладая правом первого хода, выбирает функции стимулирования и сообщает их АЭ, после чего АЭ при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

Относительно параметров АС введем следующие предположения:

**A.1.** " $i \in \bar{I} \mid A_i \in \mathcal{R}_+^1$ ."

**A.2.** " $i \in \bar{I} \mid 1$ ) функция  $c_i(\cdot)$  непрерывна по всем переменным; 2) " $y_i \in \bar{I} \mid A_i c_i(y)$  не убывает по  $y_i$ ; 3) " $y \in \bar{I} \mid A' c_i(y) \geq 0$ ; 4) " $y_i \in \bar{I} \mid A_i c_i(0, y_{-i}) = 0$ ."

**A.3.** Функции стимулирования кусочно-непрерывны и принимают неотрицательные значения.

**A.4.** Функция дохода центра непрерывна по всем переменным и достигает максимума при ненулевых действиях АЭ.

Предположения A.1-A.4, если не оговорено особо, будут считаться выполненными в ходе всего последующего изложения материала настоящей работы. Все предположения, дополнительно вводимые ниже, нумеруются независимо, так как отражают специфику соответствующих моделей [65, 100, 103, 104, 106, 134] и распространяются на тот раздел, в котором они введены.

Обозначим  $M$  - множество систем стимулирования, удовлетворяющих предположению A.3,  $P(s)$  - множество равновесных при системе стимулирования  $s$  стратегий АЭ - множество решений

---

<sup>1</sup> В настоящей работе принята независимая внутри разделов нумерация формул.

игры (тип равновесия пока не оговаривается; единственно предположим, что АЭ выбирают свои стратегии одновременно и независимо друг от друга, не имея возможности обмениваться дополнительной информацией и полезностью [41, 94, 109]).

Как и в одноэлементной АС [27, 99, 100], гарантированной эффективностью (далее просто "эффективностью") стимулирования является минимальное значение целевой функции центра на соответствующем множестве решений игры:

$$(3) K(s) = \min_{y \in P(s)} F(s, y).$$

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования заключается в поиске допустимой системы стимулирования  $s^*$ , имеющей максимальную эффективность:

$$(4) s^* = \arg \max_{s \in M} K(s).$$

В [27, 48, 49, 99, 100] доказано, что в частном случае, когда АЭ независимы (вознаграждение каждого из них и затраты каждого из них сепарабельны, то есть зависят только от его собственных действий), то оптимальной (точнее –  $\delta$ -оптимальной, где  $d = \sum_{i=1}^n d_i$ ) является

квазикомпенсаторная система стимулирования:

$$(5) s_{iK}(y_i) = \begin{cases} c_i(y_i^*) + d_i, & y_i = y_i^*, i \in I, \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}$$

где  $d_i$  - сколь угодно малые строго положительные константы, а оптимальное действие  $y_i^*$ , реализуемое системой стимулирования (5) как РДС, является решением следующей задачи оптимального согласованного

$$\text{планирования: } y^* = \arg \max_{y \in A'} \{H(y) - \sum_{i=1}^n c_i(y_i)\}.$$

### Решение задачи стимулирования в многоэлементной АС.

Если стимулирование каждого АЭ зависит от действий всех АЭ (случай коллективного стимулирования [96, 103]) и затраты несепарабельны, то определения множества равновесий Нэша  $E_N(s)$  и РДС  $y_d \in \hat{I} A$  имеют вид:

$$(6) E_N(s) = \{y^N \in \hat{I} A \mid y_i \in \hat{I} A_i; S_i(y^N) - c_i(y^N) \geq S_i(y_i, y_{-i}^N) - c_i(y_i, y_{-i}^N)\},$$

$y_{i_d} \hat{I} A_i$  - доминантная стратегия  $i$ -го АЭ, тогда и только тогда, когда  
 $" y_i \hat{I} A_i, " y_{-i} \hat{I} A_{-i} S(y_{i_d}, y_{-i}) - c(y_{i_d}, y_{-i}) \geq S(y_i, y_{-i}) - c(y_i, y_{-i}).$

Если при заданной системе стимулирования у всех АЭ имеется доминантная стратегия, то говорят, что данная система стимулирования реализует соответствующий вектор действий как РДС.

Если стимулирование каждого АЭ зависит только от его собственных действий (случай индивидуального стимулирования [104]), то определения множества равновесий Нэша  $E_N(s)$  и РДС  $y_d \hat{I} A$  имеют вид:

$$(7) E_N(s) = \{y^N \hat{I} A \mid " i \hat{I} I " y_i \hat{I} A_i S(y_i^N) - c(y_i^N) \geq S(y_i, y_{-i}^N) - c(y_i, y_{-i}^N)\},$$

$y_{i_d} \hat{I} A_i$  - доминантная стратегия  $i$ -го АЭ, тогда и только тогда, когда  
 $" y_i \hat{I} A_i, " y_{-i} \hat{I} A_{-i} S(y_{i_d}) - c(y_{i_d}, y_{-i}) \geq S(y_i) - c(y_i, y_{-i}).$

Фиксируем произвольный вектор действий АЭ  $y^* \hat{I} A'$  и рассмотрим следующую систему стимулирования:

$$(8) s_i(y^*, y) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, d_i \geq 0, i \hat{I} I.$$

Теорема 2.1.1. [101, 103]. При использовании центром системы стимулирования (8)  $y^*$  - РДС. Более того, если  $d_i > 0, i \hat{I} I$ , то  $y^*$  - единственное РДС.

Содержательно, при использовании системы стимулирования (8) центр использует следующий **принцип декомпозиции**: он предлагает  $i$ -му АЭ - "выбирай действие  $y_i^*$ , а я компенсирую тебе затраты, независимо от того какие действия выбрали остальные АЭ, если же ты выберешь любое другое действие, то вознаграждение будет равно нулю". Используя такую стратегию, центр декомпозирует игру АЭ.

Если стимулирование каждого АЭ зависит только от его собственного действия, то, фиксируя для каждого АЭ обстановку игры, перейдем от (8) к системе индивидуального стимулирования следующим образом: фиксируем произвольный вектор действий АЭ  $y^* \hat{I} A'$  и определим систему стимулирования:

$$(9) s_i(y^*, y_i) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}^*) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, d_i \geq 0, i \hat{I} I.$$

Отметим, что функция стимулирования (9) зависит только от действия  $i$ -го АЭ, а величина  $y_{-i}^*$  входит в нее как параметр. Кроме того, при использовании центром системы стимулирования (9), в отличие от (8), каждый из АЭ имеет косвенную информацию обо всех компонентах того вектора действий, который хочет реализовать центр. Для того, чтобы система стимулирования (9) реализовывала вектор  $y^*$  как РДС необходимо введение дополнительных (по сравнению со случаем использования (8)) предположений относительно функций затрат АЭ.

Теорема 2.1.2. [101, 103]. При использовании центром системы стимулирования (9)  $y^* \hat{I} E_N(s)$ . Более того:

а) если выполнено условие:

$$(10) \quad " y^1 \quad y^2 \quad \hat{I} \quad A' \quad S \quad i \quad \hat{I} \quad I: \quad y_i^1 \quad y_i^2 \quad \text{и} \quad c_i(y^1) + c_i(y^2) > c_i(y_i^1, y_{-i}^2) - d_i,$$

то  $y^*$  - единственное равновесие Нэша;

б) если выполнено условие:

$$(11) \quad " \quad i \hat{I} \quad I, \quad " \quad y^1 \quad y^2 \quad \hat{I} \quad A' \quad c_i(y^1) + c_i(y^2) \geq c_i(y_i^1, y_{-i}^2) - d_i,$$

то вектор действий  $y^*$  является РДС;

в) если выполнено условие (11) и  $d_i > 0$ ,  $i \hat{I} I$ , то вектор действий  $y^*$  является единственным РДС.

При  $d_i \geq 0$ ,  $i \hat{I} I$ , условие (11) выполнено, в частности, для любых сепарабельных затрат активных элементов; а условие (10) – для сепарабельных строго монотонных функций затрат при  $d_i > 0$ ,  $i \hat{I} I$ , при этом стратегия (9) переходит в стратегию (5) (отметим, что в условии (10) можно использовать нестрогое неравенство, одновременно требуя строгой положительности  $d_i$ ; точно так же в пункте в) можно ослабить требование строгой положительности  $d_i$ , но рассматривать (11) как строгое неравенство). Кроме того, в работе [103] для частного случая сепарабельных затрат (когда затраты каждого АЭ зависят только от его собственных действий) доказано, что в рассматриваемой модели для любой системы коллективного стимулирования найдется система индивидуального стимулирования не меньшей эффективности.

Содержательно, при использовании системы стимулирования (9) центр предлагает  $i$ -му АЭ – "выбери действие  $y_i^*$ , а я компенсирую тебе затраты, считая, что остальные АЭ также выбрали соответствующие компоненты -  $y_{-i}^*$ , если же ты выберешь любое



другое действие, то вознаграждение будет равно нулю". Используя такую стратегию центр декомпозирует игру АЭ.

Идея декомпозиции игры АЭ за счет использования соответствующих компенсаторных функций стимулирования типа (8) и (9) является ключевой для всех моделей стимулирования в многоэлементных АС (см. также [96, 101, 102, 103, 104]).

Здесь же уместно качественно пояснить необходимость введения отрицательных констант  $\{d_i\}$  в выражениях (5), (8) и (9). Если требуется реализовать некоторое действие как одно из равновесий Нэша, то (как видно из формулировок и доказательств теорем) эти константы могут быть выбраны равными нулю. Если требуется, чтобы равновесие было единственным (в частности, чтобы АЭ не выбирали нулевые действия - иначе при вычислении гарантированного результата в (3) центр вынужден рассчитывать на выбор АЭ нулевых действий - см. предположение А.4), то элементам следует доплатить сколь угодно малую, но строго положительную величину за выбор именно того действия, которое предлагается центром. Более того, величины  $\{d_i\}$  в выражениях (5), (8) и (9) играют важную роль и с точки зрения устойчивости [107] компенсаторной системы стимулирования по параметрам модели. Например, если функция затрат  $i$ -го АЭ известна с точностью до  $D_i \leq d_i / 2$ , то компенсаторная система стимулирования все равно реализует действие  $y^*$  (см. доказательства и подробное обсуждение в [48, 91, 98]).

Вектор оптимальных реализуемых действий АЭ  $y^*$ , фигурирующий в качестве параметра в выражении (9), определяется в результате решения следующей задачи оптимального согласованного планирования:  $y^* = \arg \max_{t \in A'} \{H(t) - u(t)\}$ , а эффективность системы стимулирования (9) равна следующей величине:

$$K^* = H(y^*) - \sum_{i=1}^n c_i(y^*) - d.$$

Теорема 2.1.3. [101, 103]. Класс (с параметром  $y^*$ ) систем стимулирования (8), (9) является  $d$ -оптимальным.

В рассмотренных задачах стимулирования оптимальными являются, в частности, разрывные квазикомпенсаторные функции стимулирования: АЭ компенсировались затраты при выборе ими определенных действий (при тех или иных предположениях об обстановке игры), в остальных случаях вознаграждение равнялось нулю. Рассмотрим насколько изменятся полученные результаты,

если потребовать, чтобы функции стимулирования были непрерывными. Интуитивно понятно, что, если стимулирование будет в окрестности реализуемого действия изменяться быстрее, чем затраты, то все результаты останутся в силе. Приведем формальный результат.

Пусть в рассмотренной выше модели функции затрат АЭ непрерывны по всем переменным, а множества возможных действий АЭ компактны. Определим непрерывные функции стимулирования следующего вида

$$(12) s_i(y) = c_i(y) q_i(y_i^*, y),$$

где  $q_i(y_i^*, y)$  – непрерывная функция своих переменных, удовлетворяющая следующему условию:

$$(13) \forall y_i \in A_i \forall y_{-i} \in A_{-i} q_i(y_i^*, y) \leq 1, q_i(y_i^*, y_i^*, y_{-i}) = 1.$$

Теорема 2.1.4. [101, 103]. Если выполнена гипотеза благожелательности, то при использовании центром системы стимулирования (12)-(13)  $y^*$  – РДС.

Таким образом, при исследовании моделей стимулирования в АС с сильно связанными элементами ключевую роль играют два принципа – *принцип декомпозиции игры АЭ* и *принцип компенсации затрат*. Принцип компенсации затрат, заключающийся в том, что минимальная система стимулирования, реализующая любое действие АЭ, должна в точности компенсировать его затраты, справедлив и для многоэлементных, и для одноэлементных АС. Принцип декомпозиции игры (см. теоремы 2.1.1 и 2.1.2) АЭ специфичен для многоэлементных АС и заключается побуждении АЭ выбирать наиболее выгодные для центра действия как РДС, за счет использования соответствующих систем стимулирования (см. выражения (8) и (9)), которые являются оптимальными (теорема 2.1.3).

## 2.2. Агрегирование информации

Как отмечалось в первой главе, определение проекта как целенаправленного изменения некоторой системы подразумевает существование критерия его завершения в виде факта достижения определенного результата. Этот результат достигается за счет совместной деятельности множества участников проекта (исполнителей), причем проект-менеджер, особенно высшего звена, зачастую не имеет возможности (а иногда и необходимости или желания) осуществлять оперативный мониторинг и контроль действий

каждого исполнителя, так как его интересует в первую очередь конечный результат деятельности. Поэтому в настоящем разделе решается задача синтеза оптимальной системы стимулирования исполнителей для системы, в которой имеет место агрегирование информации относительно индивидуальных действий участников проекта.

В большинстве известных моделей стимулирования рассматриваются либо детерминированные активные системы (АС), в которых управляющий орган - центр - наблюдает результат деятельности каждого из управляемых субъектов - активных элементов (АЭ), находящийся в известном взаимно однозначном соответствии с выбранной последним стратегией (действием), либо АС с неопределенностью, в которых наблюдаемый результат деятельности АЭ зависит не только от его собственных действий, но и от неопределенных и/или случайных факторов.

Модели детерминированных многоэлементных АС, в которых центру известен только агрегированный результат деятельности АС, зависящий от действий всех АЭ, на сегодняшний день практически не исследованы (исключение составляют работы [5, 6], в которых рассматриваются проблемы точного агрегирования в иерархических играх, и [96], в которой производится в основном качественное обсуждение задач агрегирования в моделях АС).

Ниже формулируется и решается задача стимулирования в многоэлементной детерминированной АС, в которой центр имеет агрегированную информацию о результатах деятельности АЭ. Методологическую основу исследования составляют результаты изучения проблем агрегирования в теоретико-игровых моделях [5, 6] и принцип декомпозиции игры АЭ (см. раздел 2.1), позволяющий эффективно решать задачи управления многоэлементными АС.

**Постановка задачи стимулирования в АС с агрегированием информации.** Рассмотрим многоэлементную детерминированную двухуровневую АС, состоящую из центра и  $n$  АЭ. Стратегией АЭ является выбор действий, стратегией центра – выбор функции стимулирования, то есть зависимости вознаграждения каждого АЭ от его действий и, быть может, действий других АЭ или других агрегированных показателей их совместной деятельности.

Пусть результат деятельности  $z \in A_0 = Q(A')$  АС, состоящей из  $n$  АЭ, является функцией (называемой функцией агрегирования) их действий:  $z = Q(y)$ . Интересы и предпочтения участников АС – центра и АЭ – выражены их целевыми функциями. Целевая функция центра является функционалом  $F(s, z)$  и представляет собой разность между его доходом  $H(z)$  и суммарным вознаграждением

$u(z)$ , выплачиваемым АЭ:  $u(z) = \sum_{i=1}^n s_i(z)$ , где  $s_i(z)$  - стимулирование  $i$ -го АЭ,  $s(z) = (s_1(z), s_2(z), \dots, s_n(z))$ , то есть

$$(1) F(s(z), z) = H(z) - \sum_{i=1}^n s_i(z).$$

Целевая функция  $i$ -го АЭ является функционалом  $f_i(s_i, y)$  и представляет собой разность между стимулированием, получаемым им от центра, и затратами  $c_i(y)$ , то есть:

$$(2) f_i(s_i(y), y) = s_i(y) - c_i(y), \quad i \in \bar{1}.$$

Примем следующий порядок функционирования АС. Центру и АЭ на момент принятия решения о выбираемых стратегиях (соответственно - функциях стимулирования и действиях) известны целевые функции и допустимые множества всех участников АС, а также функция агрегирования. Центр, обладая правом первого хода, выбирает функции стимулирования и сообщает их АЭ, после чего АЭ при известных функциях стимулирования выбирают действия, максимизирующие их целевые функции.

В случае, когда индивидуальные действия АЭ наблюдаемы для центра (или когда центр может однозначно восстановить их по наблюдаемому результату деятельности), последний может использовать систему стимулирования, зависящую непосредственно от действий АЭ:  $s_i(y) = \tilde{s}_i(Q(y))$ . Методы решения задачи стимулирования для этого случая описаны выше. Поэтому рассмотрим случай, когда центр наблюдает только результат деятельности АС, от которого зависит его доход, но не знает и не может восстановить индивидуальных действий АЭ, то есть имеет место агрегирование информации - центр имеет не всю информацию о действиях АЭ, а ему известен лишь некоторый их агрегат.

Относительно параметров АС введем следующие предположения, которые, если не оговорено особо, будем считать выполненными в ходе всего последующего изложения материала настоящего раздела:

**A.1.** "  $i \hat{I} \mid A_i$  - отрезок  $\mathfrak{R}_+^1$  с левым концом в нуле.

**A.2.** "  $i \hat{I} \mid 1$ ) функция  $c(x)$  непрерывна по всем переменным; 2) "  $y_i \hat{I} A_i$   $c(y)$  не убывает по  $y_i$ ,  $i \hat{I} \mid$ ; 3) "  $y \hat{I} A'$ ,  $c(y) \geq 0$ ; 4) "  $y_i \hat{I} A_i$ ,  $c(0, y_{-i}) = 0$ .

**A.3.** Функции стимулирования кусочно-непрерывны и принимают неотрицательные значения.

**A.4.** Функция дохода центра непрерывна и достигает максимума при ненулевом результате деятельности АС.

**A.5.**  $Q: A' \otimes A_0 \hat{I} \hat{A}^m$  – однозначное непрерывное отображение, где  $1 \leq m < n$  (при  $m \geq n$  смысл агрегирования теряется).

Обозначим  $P(s)$  – множество равновесных по Нэшу при системе стимулирования  $s$  действий АЭ – множество реализуемых действий (то есть будем считать, что АЭ выбирают свои стратегии одновременно и независимо друг от друга, не имея возможности обмениваться дополнительной информацией и полезностью). Минимальными затратами центра на стимулирование по реализации действий АЭ  $y' \hat{I} A'$  будем называть минимальное значение суммарных выплат элементам, при которых данный вектор действий является равновесием Нэша в игре АЭ, то есть решение следующей задачи:  $\sum_{i \in I} S_i(Q(y')) \rightarrow \min_{s(\cdot) \in \Xi(y')}$ , где  $X(y') = \{s(\cdot) \mid y' \hat{I} P(s)\}$ .

Как и в одноэлементной АС [27, 99, 100], гарантированной эффективностью (далее просто "эффективностью") стимулирования является минимальное значение целевой функции центра на соответствующем множестве решений игры:

$$(3) K(s(x)) = \min_{y \in P(s(\cdot))} F(s(x), Q(y)).$$

Задача синтеза оптимальной функции стимулирования заключается в поиске допустимой системы стимулирования  $s^*$ , имеющей максимальную эффективность:

$$(4) s^* = \arg \max_{s(\cdot)} K(s(x)).$$

В разделе 2.1 показано, что в частном случае, когда действия АЭ наблюдаются центром, оптимальной (точнее –  $d$ -оптимальной,

где  $d = \sum_{i=1}^n d_i$ ) является квазикомпенсаторная система стимулиро-

вания  $\hat{S}_K$ , зависящая от наблюдаемых действий АЭ:

$$(5) \hat{S}_{iK} = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}^*) + d_i, & y_i = y_i^*, \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, i \in I,$$

где  $d_i$  - сколь угодно малые строго положительные константы, а оптимальное действие  $y^*$ , реализуемое системой стимулирования (5) как единственное равновесие в доминантных стратегиях [99, 103], является решением следующей задачи оптимального

согласованного планирования:  $y^* = \arg \max_{y \in A'} \{ \hat{H}(y) - \sum_{i=1}^n c_i(y_i) \}$ ,

где  $\hat{H}(\cdot)$  - функция дохода центра, зависящая от наблюдаемых действий АЭ. Взаимосвязь между функциями  $H(\cdot)$  и  $\hat{H}(\cdot)$ , а также

$\hat{S}(\cdot)$  и  $S(\cdot)$  исследовалась в [5]. В ходе дальнейшего изложения мы будем считать что функция дохода центра  $H(\cdot)$  и функция стимулирования  $S(\cdot)$  зависят от агрегированного результата деятельности  $z \in A_0$ .

Отметим, что в рассмотренных в [101, 103] задачах стимулирования декомпозиция игры АЭ, то есть переход к набору одноэлементных АС, основывалась на возможности центра поощрять АЭ за выбор определенного (и наблюдаемого центром) действия. Если действия АЭ ненаблюдаемы, то непосредственное применение идеи декомпозиции (то есть оптимальной системы стимулирования (5)) невозможно, поэтому при решении задач стимулирования, в которых вознаграждение АЭ зависит от агрегированного результата деятельности АС, следует использовать следующий **подход (принцип агрегирования)** – найти множество действий, приводящих к заданному агрегированному результату деятельности, выделить среди них подмножество, характеризуемое минимальными суммарными затратами АЭ (и, следовательно, минимальными затратами центра на стимулирование при использовании компенсаторных функций стимулирования, которые оптимальны), построить систе-

му стимулирования, реализующую это подмножество действий, а затем определить - реализация какого из результатов деятельности наиболее выгодна для центра.

Перейдем к формальному описанию решения задачи стимулирования в АС с агрегированием информации.

**Решение задачи стимулирования в АС с агрегированием информации.** Определим множество векторов действий АЭ, приводящих к заданному результату деятельности АС:

$$Y(z) = \{y \hat{I} A' / Q(y) = z\} \hat{I} A', z \hat{I} A_0.$$

В [27, 48, 100] доказано, что в случае наблюдаемых действий АЭ минимальные затраты центра на стимулирование по реализации вектора действий  $y \hat{I} A'$  равны суммарным затратам АЭ  $\sum_{i \in I} c_i(y)$ .

По аналогии вычислим минимальные суммарные затраты АЭ по достижению результата деятельности  $z \hat{I} A_0$   $\tilde{J}(z) = \min_{y \in Y(z)}$

$$\sum_{i=1}^n c_i(y), \text{ а также множество действий } Y^*(z) = \text{Arg} \min_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^n c_i(y),$$

на котором этот минимум достигается.

Введем следующее предположение.

**А.6.** "  $x \hat{I} A_0$ , "  $y' \hat{I} Y(x)$ , "  $i \hat{I} I$ , "  $y_i \hat{I} Proj_i Y(x)$   $c_i(y_i, y'_i)$  не убывает по  $y_i, j \hat{I} I$ .

В частности, предположение А.6 выполнено в случае, когда затраты каждого АЭ зависят только от его собственных действий.

Фиксируем произвольный результат деятельности  $x \hat{I} A_0$  и произвольный вектор  $y^*(x) \hat{I} Y^*(x) \hat{I} Y(x)$ .

Теорема 2.2.1. [102, 103]. При использовании центром системы стимулирования

$$(6) S_{ix}^*(z) = \begin{cases} c_i(y^*(x)), & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases}, i \hat{I} I,$$

вектор действий АЭ  $y^*(x)$  реализуется с минимальными затратами центра на стимулирование равными  $\tilde{J}(x)$ .

Недостатком системы стимулирования (6) является то, что при ее использовании центром, помимо определяемого теоремой 1 множества равновесий Нэша, существует равновесие в доминантных стратегиях, в том числе – вектор нулевых действий. Из доказательства теоремы 2.2.1

(см. [102, 103]) следует, что для того чтобы точки множества  $Y^*(x)$  были единственными равновесными точками, центр должен за их выбор доплачивать АЭ сколь угодно малую, но положительную, величину, то есть использовать следующую систему стимулирования (см. для сравнения (5)):

$$S_{ix}^*(z) = \begin{cases} c_i(y^*(x)) + d_i, & z = x \\ 0, & z \neq x \end{cases}, i \in \hat{I},$$

которая является  $d$ -оптимальной.

Итак, первый шаг решения задачи стимулирования (3)-(4) заключается в поиске минимальной системы стимулирования (характеризуемой в силу теоремы 2.2.1 затратами центра на стимулирование, равными  $\tilde{J}(x)$ ), реализующей вектор действий АЭ, приводящий к заданному результату деятельности  $x \in \hat{I} A_0$ . Поэтому на втором шаге решения задачи стимулирования найдем наиболее выгодный для центра результат деятельности АС  $x^* \in \hat{I} A_0$  как решение задачи оптимального согласованного планирования:

$$x^* = \arg \max_{x \in A_0} [H(x) - \tilde{J}(x)].$$

Эффективность унифицированных систем стимулирования, то есть систем стимулирования, в которых центр использует для всех АЭ одну и ту же зависимость индивидуального вознаграждения от результата деятельности АС (системы стимулирования, в которых зависимости вознаграждений АЭ от результатов их деятельности различны, называются персонифицированными [96]) исследовалась в [104] и оказалась не выше эффективности персонифицированного стимулирования.

Исследуем как незнание (невозможность наблюдения) центром индивидуальных действий АЭ влияет на эффективность стимулирования.

Пусть как и выше функция дохода центра зависит от результата деятельности АС. Рассмотрим два случая. Первый случай - когда действия АЭ наблюдаемы, и центр может основывать стимулирование как на действиях АЭ, так и на результате деятельности АС. Второй случай, когда действия АЭ ненаблюдаемы, и стимулирование может зависеть только от наблюдаемого результата деятельности АС. Сравним эффективности стимулирования для этих двух случаев.



В первом случае минимальные затраты на стимулирование  $J_1(y)$  по реализации вектора  $y \in A'$  действий АЭ равны:  $J_1(y) = \sum_{i=1}^n c_i(y)$ , а эффективность стимулирования  $K_1$  равна:  $K_1 = \max_{y \in A'} \{H(Q(y)) - J_1(y)\}$ . Во втором случае минимальные затраты центра на стимулирование  $J_2(z)$  по реализации результата деятельности  $z \in A_0$  определяются следующим образом (см. теорему 2.2.1):  $J_2(z) = \min_{y \in Y(z)} \sum_{i=1}^n c_i(y)$ , а эффективность стимулирования  $K_2$  равна:  $K_2 = \max_{z \in A_0} \{H(z) - J_2(z)\}$ .

Теорема 2.2.2. [102, 103].  $K_2 = K_1$ .

Теорема 2.2.2 (которую условно можно назвать "теоремой об идеальном агрегировании в моделях стимулирования"), помимо оценок сравнительной эффективности имеет чрезвычайно важное методологическое значение. Она утверждает, что в случае, когда функция дохода центра зависит только от результата деятельности АС, эффективности стимулирования одинаковы как при использовании стимулирования АЭ за наблюдаемые действия, так и при стимулировании за агрегированный результат деятельности, несущий в силу предположений А.5 и А.6 меньшую информацию (отметим, что центр при этом должен знать функции затрат агентов), чем вектор действий АЭ.

Другими словами, наличие агрегирования информации не снижает эффективности функционирования системы. Это достаточно парадоксально, так как в [96] доказано, что наличие неопределенности и агрегирования в задачах стимулирования не повышает эффективности. В рассматриваемой модели присутствует идеальное агрегирование (см. определение и подробное обсуждение проблем агрегирования в управлении активными системами в [96, 103]), возможность осуществления которого содержательно обусловлена тем, что центру неважно какие действия выбирают АЭ, лишь бы эти действия приводили с минимальными суммарными затратами к заданному результату деятельности. Условия А.5 и А.6 оказывается достаточными для того, чтобы центр мог переложить все «проблемы» по определению равновесия на АЭ. При этом

уменьшается информационная нагрузка на центр, а эффективность стимулирования остается такой же.

Итак, качественный вывод из результата теоремы 2.2.2 следующий: если доход центра зависит от агрегированных показателей деятельности АЭ, то целесообразно основывать стимулирование АЭ на этих агрегированных показателях. Даже если индивидуальные действия АЭ наблюдаются центром, то использование системы стимулирования, основывающейся на действиях АЭ, не приведет к увеличению эффективности управления, а лишь увеличит информационную нагрузку на центр.

Напомним, что при описании модели АС выше мы ограничились случаем, когда для всех АЭ используется система стимулирования одного типа. В том числе это предположение означает, что, если действия наблюдаемы, то они наблюдаемы центром у всех АЭ, а если ненаблюдаемы, то, опять же, у всех АЭ. На практике часто встречаются ситуации, когда действия одних элементов наблюдаемы, а других – нет. В подобных случаях центру следует использовать комбинацию моделей результатов, приведенных в настоящем разделе выше, и теоремы 2.2.1: тех АЭ, действия которых наблюдаемы, стимулировать на основании их действий, а остальных – на основании агрегированного результата их деятельности.

Итак, в настоящем разделе приведены результаты изучения теоретико-игровых моделей механизмов стимулирования в АС с агрегированием информации. При исследовании этого класса моделей ключевую роль играет *обобщение принципа компенсации затрат*. Принцип компенсации затрат [76, 99, 100] заключается в том, что оптимальная система стимулирования должна в точности компенсировать затраты АЭ. На модели с агрегированием информации принцип компенсации затрат обобщается следующим образом: минимальные затраты центра на стимулирование по реализации заданного результата деятельности АС определяются как минимум компенсируемых центром суммарных затрат АЭ, при условии, что последние выбирают вектор действий, приводящий к заданному результату деятельности.

### 2.3. Унифицированные и коллективные формы стимулирования

Как отмечалось в первой главе, в управлении проектами распространены унифицированные (то есть одинаковые для всех участников системы или для некоторых их групп) системы стимулирования и системы коллективного стимулирования (когда вознаграждение агента зависит не только от абсолютной величины его собственных действий, но и от результатов деятельности коллектива и/или от сравнительной эффективности действий различных агентов). Поэтому в настоящем разделе рассматриваются задачи синтеза унифицированных и коллективных систем стимулирования – ранговых, пропорциональных, скачкообразных и др., а также оценивается их сравнительная эффективность.

**Нормативные ранговые системы стимулирования (НРСС)** характеризуются наличием процедур присвоения рангов АЭ в зависимости от показателей их деятельности (выбираемых действий и т.д.). Введем следующие предположения, которые будем считать выполненными на протяжении настоящего раздела.

**А.1.** Множества возможных действий АЭ одинаковы:  $A_i = A = \mathfrak{X}_+^1, \forall i$ .

**А.2.** Функции затрат АЭ монотонны.

**А.3.** Затраты от выбора нулевого действия равны нулю.

Пусть  $\bar{A} = \{1, 2, \dots, m\}$  - множество возможных рангов, где  $m$  - размерность НРСС,  $\{q_j\}, j = \overline{1, m}$  - совокупность  $m$  неотрицательных чисел, соответствующих вознаграждениям за "попадание" в различные ранги;  $d_i: A_i @ \bar{A}, i = \overline{1, n}$  - процедуры классификации. *Нормативной ранговой системой стимулирования* (НРСС) называется кортеж  $\{m, \bar{A}, \{d_i\}, \{q_j\}\}$ .

В работе [147] доказано, что для любой системы стимулирования существует НРСС не меньшей эффективности. То, что в ней центр использует различные процедуры присвоения рангов, может показаться не "справедливым" с точки зрения АЭ. Действительно, например, выбирая одинаковые действия, два АЭ могут иметь различные ранги и, следовательно, получать различные вознаграждения. Более "справедливой" представляется НРСС, в которой процедура классификации одинакова для всех АЭ, то есть так называемая *универсальная НРСС*, при использовании которой

элементы, выбравшие одинаковые действия, получают одинаковые вознаграждения.

Введем вектор  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ , такой, что  $0 \leq Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_m < +\infty$ , который определяет некоторое разбиение множества  $A$ . Универсальная НРСС задается кортежем  $\{m, \{Y\}, \{q\}\}$ , причем вознаграждение  $i$ -го актив-

ного элемента  $s_i$  определяется следующим образом:  $s_i(y_i) = \sum_{j=0}^m q_j$

$I(y_i \hat{I} [Y_j, Y_{j+1}])$ , где  $I(\cdot)$  - функция-индикатор,  $Y_0 = 0, q_0 = 0$ . Универсальная НРСС называется прогрессивной, если  $q_0 \leq q_1 \leq q_2 \leq \dots \leq q_m$ . Универсальная нормативная ранговая система стимулирования (УНРСС) принадлежит к классу унифицированных кусочно-постоянных систем стимулирования (см. классификацию выше). Исследуем ее эффективность.

Так как УНРСС кусочно-постоянна, то в силу монотонности функций затрат очевидно, что АЭ будут выбирать действия с минимальными затратами на соответствующих отрезках. Иначе говоря, условно можно считать, что при фиксированной системе стимулирования множество допустимых действий равно  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$ , причем, так как  $c(0) = 0$ , то следует положить  $q_0 = 0$ . Действие, выбираемое  $i$ -ым АЭ, определяется парой  $(Y, q)$ , то есть имеет место  $y_i^*(Y, q) = Y_{k_i}$ , где

$$(1) k_i = \arg \max_{k=0, m} \{q_k - c(Y_k)\}, i \hat{I} I.$$

Обозначим  $y^*(Y, q) = (y_1^*(Y, q), y_2^*(Y, q), \dots, y_n^*(Y, q))$ . Задача синтеза оптимальной УНРСС заключается в выборе размерности УНРСС  $m$  и векторов  $q$  и  $Y$ , удовлетворяющих заданным ограничениям, которые максимизировали бы целевую функцию центра:

$$(2) F(y^*(Y, q)) \text{ @ } \max_{Y, q}.$$

Фиксируем некоторый вектор действий  $y^* \hat{I} A'$ , который мы хотели бы реализовать универсальной нормативной системой стимулирования. Известно, что минимально возможные (среди всех систем стимулирования) затраты на стимулирование по реализации этого вектора соответствуют использованию квазикомпенсаторной системы стимулирования (см. выше и [99, 100, 103]) и равны:

$$(3) J_{\text{QK}}(y^*) = \sum_{i=1}^n c_i(y_i^*).$$

Из того, что при использовании УНРСС АЭ выбирают действия только из множества  $Y$ , следует, что минимальная размерность системы стимули-

рования должна быть равна числу попарно различных компонент вектора действий, который требуется реализовать. Следовательно, использование УНРСС размерности, большей, чем  $n$ , нецелесообразно. Поэтому ограничимся системами стимулирования, размерность которых в точности равна числу АЭ, то есть положим  $m = n$ .

Для фиксированного  $y^* \in A'$  положим  $Y_i = y_i^*$ ,  $i \in I$ , и обозначим  $c_{ij} = c_i(Y_j)$ ,  $i, j \in I$ . Из определения реализуемого действия (см. (1)) следует, что для того, чтобы УНРСС реализовывала вектор  $y^* \in A'$  необходимо и достаточно выполнения следующей системы неравенств:

$$(4) \quad q_i - c_{ii} \leq q_j - c_{ij}, \quad i, j \in I, \quad j = \overline{0, n}.$$

Запишем (4) в виде

$$(5) \quad q_j - q_i \leq a_{ij}, \quad i, j \in I, \quad j = \overline{0, n},$$

где  $a_{ij} = c_{ij} - c_{ji}$ . Обозначим суммарные затраты на стимулирование по реализации действия  $y^* \in \text{УНРСС}$

$$(6) \quad J_{\text{УНРСС}}(y^*) = \sum_{i=1}^n q_i(y^*),$$

где  $q(y^*)$  удовлетворяет (4).

Задача синтеза оптимальной (минимальной) УНРСС заключается в минимизации (6) при условии (5).

Из того, что  $q_i \leq c_{ij}$ ,  $i, j \in I$ , немедленно следует, что " $y^* \in A'$  выполнено:  $J_{\text{УНРСС}}(y^*) \leq J_{\text{QK}}(y^*)$ ", то есть минимальные затраты на стимулирование по реализации любого вектора действий АЭ при использовании универсальных нормативных систем стимулирования не ниже, чем при использовании квазикомпенсаторных систем стимулирования. Следовательно, для эффективности стимулирования справедлива следующая достаточно "грубая" оценка:  $K_{\text{УНРСС}} \leq K_{\text{QK}}$ . Потери от использования УНРСС по сравнению с оптимальной компенсаторной системой стимулирования обозначим  $D(\text{УНРСС}, \text{QK}) = J_{\text{УНРСС}}(y^*) - J_{\text{QK}}(y^*) \geq 0$ .

Таким образом, исследование УНРСС свелось к необходимости ответа на следующие вопросы - какие векторы действий АЭ могут быть реализованы в этом классе систем стимулирования (иначе говоря, для каких действий система неравенств (5) имеет решение) и в каких случаях УНРСС являются оптимальными во всем классе допустимых систем стимулирования (иначе говоря, при каких условиях  $D(\text{УНРСС}, \text{QK}) = 0$ ), где индекс  $\text{QK}$  обозначает квазикомпенсаторную систему стимулирования.

Введем в рассмотрение  $n$ -вершинный граф  $G_a(y^*)$ , веса дуг в котором определяются  $\|a_{ij}(y^*)\|$ .

Задача минимизации (6) при условии (5) является задачей о минимальных неотрицательных потенциалах вершин графа  $G_a$ , для существования решения которой необходимо и достаточно отсутствия контуров отрицательной длины.

Лемма 2.3.1. [19, 103]. Для того чтобы вектор  $y^* \in A'$  был реализуем в классе УНРСС, необходимо и достаточно, чтобы граф  $G_a(y^*)$  не имел контуров отрицательной длины.

Рассмотрим следующую задачу о назначении:

$$(7) \sum_{i,j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad \text{min}_{\{x_{ij}\}}$$

$$(8) x_{ij} \in \{0;1\}, i, j, \in I; \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in I; \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in I.$$

Лемма 2.3.2. [19, 103]. Для того чтобы  $x_{ij} = 1, i \in I, x_{ij} = 0, j \notin I$ , необходимо и достаточно, чтобы граф  $G_a(y^*)$  не имел контуров отрицательной длины.

Теорема 2.3.3. [19, 103]. Для того чтобы вектор  $y^* \in A'$  был реализуем в классе УНРСС, необходимо и достаточно, чтобы он являлся решением задачи о назначении (7)-(8).

Из теории графов известно [18], что в оптимальном решении задачи (5)-(6) минимальна не только сумма потенциалов вершин графа  $G_a$  (суммарные затраты на стимулирование), но и минимальны все потенциалы вершин (индивидуальные вознаграждения). То есть решение задачи о назначении (7)-(8) и двойственной к ней задачи (5)-(6) минимизирует не только суммарные выплаты АЭ со стороны центра, но обеспечивает минимальные значения всем индивидуальным вознаграждениям.

Приведенные выше результаты характеризуют множество действий, реализуемых УНРСС. Исследуем теперь эффективность этого класса систем стимулирования. Имея результат теоремы 2.3.3, мы имеем возможность предложить алгоритм вычисления минимальных потенциалов, и, следовательно, количественно оценить потери в эффективности.

Рассмотрим задачу (7)-(8). Перенумеруем АЭ таким образом, чтобы оптимальным было диагональное назначение

$$(9) \quad j \in I \quad i_j = j (x_{ij} = 1).$$

Поставим в соответствие ограничению (7) двойственную переменную  $u_j$ ,  $j \in I$ , а ограничению (8) - двойственную переменную  $v_i$ ,  $i \in I$ . Ограничения двойственной к (7)-(8) задачи имеют вид:

$$(10) u_j - v_i \leq a_{ij}, i, j, i \in I.$$

Заметим, что так как  $x_{ii} = 1$ ,  $i \in I$ , то  $u_i - v_i = a_{ii} = 0$ , а значит  $u_i - v_i = q_i$ .

Используя этот факт, определим следующий алгоритм:

$$\text{Шаг 0. } u_j = c_{jj}, j \in I.$$

$$\text{Шаг 1. } v_i = \max_{j \in I} \{u_j - a_{ij}\}, i \in I.$$

$$\text{Шаг 2. } u_j = \min_{i \in I} \{v_i + a_{ij}\}, j \in I.$$

Последовательное повторение шагов 1 и 2 алгоритма конечное число (очевидно, не превышающее  $n$ ) раз даст оптимальное решение задачи (5)-(6):

$$(11) q_i = u_i = v_i, i \in I.$$

Обозначим

$$(12) c'_i(y_i) = \frac{dc_i(y_i)}{dy_i}, i \in I.$$

и введем следующее предположение:

**A.4.** Существует упорядочение АЭ элементов, такое, что

$$(13) y \in A \quad c'_1(y) \leq c'_2(y) \leq \dots \leq c'_n(y).$$

Фиксируем некоторый вектор  $y^* \in A'$ , удовлетворяющий следующему условию:

$$(14) y_1^* \leq y_2^* \leq \dots \leq y_n^*.$$

Предположениям A.2-A.4 удовлетворяют, например, такие распространенные в экономико-математическом моделировании функции затрат АЭ, как:  $c_i(y_i) = k_i c(y_i)$ ,  $c_i(y_i) = k_i c(y_i/k_i)$  где  $c(x)$  - монотонная дифференцируемая функция, а коэффициенты упорядочены:  $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_n$  (частными случаями являются линейные функции затрат, функции затрат типа Кобба-Дугласа и др.).

Лемма 2.3.4. [19, 103]. Если выполнены предположения A.1, A.2 и A.4, то в задаче (7)-(8) оптимально диагональное назначение.

Следствие 2.3.5. Если выполнены предположения A.1, A.2 и A.4, то универсальными ранговыми системами стимулирования реализуемы такие и только такие действия, которые удовлетворяют (14).

В активных системах, удовлетворяющих предположениям А.1-А.4 (включая А.3!), для определения оптимальных потенциалов может быть использована следующая рекуррентная процедура, являющаяся частным случаем (соответствующим А.3-А.4) общего приведенного выше алгоритма:

$$q_1 = c_{11}, \quad q_i = c_{ii} + \max_{j < i} \{q_j - c_{ij}\}, \quad i = \overline{2, n}.$$

Лемма 2.3.6. [19, 103]. Если выполнены предположения А.1-А.4, то имеет место: "  $i = \overline{2, n}$   $\max_{j < i} \{q_j - c_{ij}\} = q_{i-1} - c_{ii}$ .

Следствием леммы 2.3.6 является следующее простое выражение для индивидуальных вознаграждений в УНРСС, реализующей вектор  $y^* \hat{I}$  А' в активной системе, удовлетворяющей А.3-А.4:

$$(15) \quad q_i = \sum_{j=1}^i (c_j(y_j^*) - c_j(y_{j-1}^*)).$$

Подставляя (15) в (6), получаем, что потери от использования универсальных нормативных ранговых систем стимулирования (по сравнению с квазикомпенсаторными) равны:

$$(16) \quad D = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^i (c_j(y_j^*) - c_j(y_{j-1}^*)) \right\} - c_i(y_{i-1}^*).$$

Теорема 2.3.7. [19, 103]. Если выполнены предположения А.1 - А.4, то:  
 а) в классе универсальных нормативных ранговых систем стимулирования реализуемы такие и только такие действия, которые удовлетворяют условию (14);

б) оптимальное решение задачи стимулирования при этом определяется выражением (15);

в) превышение затратами на стимулирование минимально необходимых определяется выражением (16);

г) оптимальная УНРСС является прогрессивной.

Отметим, что выше исследовались УНРСС размерности  $n$ . Частым случаем УНРСС являются унифицированные системы стимулирования С-типа (УНРСС размерности 1), подробно исследуемые в [19, 96, 103].

**Соревновательные ранговые системы стимулирования.** В нормативных РСС центр фиксировал процедуру классификации, определяя множества действий или результатов деятельности, при попадании в которые АЭ получал заданное вознаграждение. В отличие от НРСС, в соревновательных ранговых системах стиму-



лирования (СРСС) центр фиксирует процедуру сравнительной оценки деятельности АЭ, задает число классов и число мест в каждом из классов, а также величины поощрений АЭ, попавших в тот или иной класс. Таким образом, в СРСС индивидуальное поощрение АЭ не зависит непосредственно от абсолютной величины выбранного им действия, а определяется тем местом, которое он занял в упорядочении показателей деятельности всех АЭ.

Соревновательные системы стимулирования исследовались как в теории активных систем (см. обзор [97], а также монографии [103, 147]), так и в теории контрактов [164, 176, 182], но сравнительная эффективность СРСС и других систем стимулирования практически не изучалась.

Предположим, что в активной системе, состоящей из  $n$  АЭ, выполнены предположения А.1-А.3 и А.5, а центр использует следующую систему стимулирования: действия, выбранные АЭ, упорядочиваются в порядке возрастания, после чего каждый из АЭ получает вознаграждение  $q_i$ , соответствующее его номеру  $i$  в упорядочении действий. Перенумеруем АЭ в порядке убывания затрат.

Теорема 2.3.8 [19, 103]. Если выполнены предположения А.1-А.4, то:

а) необходимым и достаточным условием реализуемости вектора действий АЭ  $y^* \in \hat{I} A'$  в классе СРСС является выполнение

$$y_1^* = 0 \text{ } \& \text{ } y_2^* \text{ } \& \text{ } y_3^* \text{ } \& \text{ } \dots \text{ } \& \text{ } y_n^* ;$$

б) этот вектор реализуем следующей системой стимулирования:  $q_i(y^*) = \sum_{j=2}^i \{c_{j-1}(y_j^*) - c_{j-1}(y_{j-1}^*)\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;

в) оптимальная СРСС является прогрессивной.

Оценки сравнительной эффективности СРСС приведены в [19, 103].

**Унифицированные пропорциональные системы стимулирования.** Как было показано выше и в [19, 96, 103, 104], в некоторых АС использование унифицированных систем стимулирования может приводить к снижению эффективности управления. В то же время, в некоторых АС, в том числе - в рассматриваемых ниже, оптимальными являются именно унифицированные системы стимулирования.

Введем следующее предположение относительно функций затрат АЭ:

$$(17) c_i(y_i, r_i) = r_i j(y_i/r_i), \quad i \in \bar{I},$$

где  $j(x)$  - гладкая монотонно возрастающая выпуклая функция,  $j(0) = 0$ , (например, для функций типа Кобба-Дугласа  $j(t) = 1/a t^a, a \geq 1$ ),  $r_i > 0$  - некоторый параметр.

Если центр использует пропорциональные (L-типа) индивидуальные системы стимулирования:  $S_i(y_i) = g_i y_i$ , то целевая функция АЭ имеет вид:  $f_i(y_i) = g_i y_i - c_i(y_i)$ . Вычислим действие, выбираемое АЭ при использовании центром некоторой фиксированной системы стимулирования:

$$(18) y_i^*(g_i) = r_i j^{-1}(g_i),$$

где  $j^{-1}(x)$  - функция, обратная производной функции  $j(x)$ . Минимальные суммарные затраты на стимулирование равны:

$$(19) J_L(g) = \sum_{i=1}^n g_i r_i j^{-1}(g_i),$$

где  $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ . Суммарные затраты элементов равны:

$$(20) c(g) = \sum_{i=1}^n r_i j(j^{-1}(g_i)).$$

В рамках приведенной выше общей формулировки модели пропорционального стимулирования возможны различные постановки частных задач. Рассмотрим некоторые из них.

**Задача 1.** Пусть центр заинтересован в выполнении элементами плана  $R$  по суммарному выпуску с минимальными суммарными затратами АЭ (еще раз подчеркнем необходимость различения суммарных затрат элементов и суммарных затрат (центра) на стимулирование). Тогда его цель заключается в выборе ставок оплаты  $\{g_i\}$  в результате решения следующей задачи:

$$(21) \begin{cases} c(g) \rightarrow \min_g \\ \sum_{i=1}^n y_i^*(g_i) = R \end{cases}.$$

Решение задачи (21) имеет вид:

$$(22) g_i^* = j'(R/W); \quad y_i^* = r_i/RW; \quad i \in \bar{I}, \quad c^* = Wj(R/W); \quad J_L^* = Rj'(R/W).$$

где  $W = \sum_{i=1}^n r_i$ . Так как оптимальные ставки оплаты одинаковы для всех АЭ,

то оптимальна именно унифицированная система стимулирования.

Задача 2. Содержательно двойственной к задаче 1 является задача максимизации суммарного выпуска при ограничении на суммарные затраты АЭ:

$$(23) \begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i^*(g_i) \rightarrow \max_g \\ c(g) \leq R \end{cases} .$$

Решение задачи 2 имеет вид:

$$(24) g_i^* = j^{-1}(j^{-1}(R/W)); y_i^* = r_i j^{-1}(R/W); i \in \bar{1}, c^* = R;$$

$$J_L^* = j^{-1}(R/W) W j^{-1}(R/W),$$

то есть в двойственной задаче (естественно) оптимальным решением также является использование унифицированных пропорциональных систем стимулирования.

Замена в задачах 1 и 2 суммарных затрат элементов на суммарные затраты на стимулирование порождает еще одну пару двойственных задач.

Задача 3. Если центр заинтересован в выполнении АЭ плана  $R$  по суммарному выпуску с минимальными суммарными затратами на стимулирование, то ставки оплаты определяются в результате решения следующей задачи:

$$(25) \begin{cases} J_L(g) \rightarrow \min_g \\ \sum_{i=1}^N y_i^*(g_i) = R \end{cases} ,$$

решение которой совпадает с (22)!

Задача 4 заключается в максимизации суммарного выпуска при ограничении на суммарные затраты на стимулирование:

$$(26) \begin{cases} \sum_{i=1}^N y_i^*(g_i) \rightarrow \max_g \\ J_L(g) \leq R \end{cases} .$$

Из метода множителей Лагранжа получаем условие оптимальности ( $l$  - множитель Лагранжа):  $l j^{-1}(g) j''(g) + g_i = 1, i \in \bar{1}$ , из которого следует, что

все ставки оплаты должны быть одинаковы и удовлетворять уравнению  $g^{j^{-1}}(g) = R/W$ .

Следует подчеркнуть, что во всех четырех задачах оптимальными оказались именно унифицированные системы стимулирования, причем решения задач 1 и 2 совпали, что представляется достаточно уникальным фактом, так как суммарные затраты АЭ отражают интересы управляемых субъектов, а суммарные затраты на стимулирование - интересы управляющего органа. Кроме того, возможность использования общих для всех АЭ управляющих параметров оказывается важной в механизмах планирования (см. [11, 27, 103]).

**Теорема 2.3.9. [103].** В организационных системах со слабо связанными АЭ, функции затрат которых имеют вид (17), унифицированные системы стимулирования оптимальны на множестве пропорциональных систем стимулирования.

Обобщения теоремы 2.3.9 на более широкий класс функций затрат агентов приведены в [103].

## 2.4. Роль неопределенности

В первой главе настоящей работы подчеркивалось, что, в частности, уникальность проекта накладывает требования учета при разработке системы управления персоналом факторов неопределенности (неполной информированности). Современное состояние исследований механизмов стимулирования в АС с неопределенностью достаточно полно отражено в монографии [100]. Поэтому в настоящем разделе мы, имея результаты исследования задач стимулирования в детерминированных многоэлементных АС, ограничимся в основном качественным обсуждением специфики неопределенности в проектно-ориентированной деятельности и методам ее учета в теоретико-игровых моделях механизмов стимулирования.

**Внутренняя неопределенность.** Под внутренней неопределенностью понимают неполную информированность части участников АС о параметрах самой АС. Рассмотрим случай асимметричной информированности без сообщения информации. Так как исследователь операций стоит на позициях оперирующей стороны – центра, то обычно предполагается, что он менее информирован, чем активные элементы.

Пусть внутренними параметрами, неизвестными центру, являются параметры  $\{r_i\}$  функций затрат АЭ:  $c_i(y, r_i)$ ,  $i \in I$ . То есть будем считать, что на момент принятия решений (выбора действия при известной функции стимулирования)  $i$ -ый АЭ знает истинное значение параметра  $r_i$ , а центр как на момент принятия решений (то есть на момент выбора функции стимулирования), так и в дальнейшем, не знает его, а имеет некоторую информацию. В зависимости от этой информации, различают интервальную неопределенность (когда центру известно множество  $[d_i; D_i]$  возможных значений параметра  $r_i$ ,  $i \in I$ ), вероятностную неопределенность (когда центру дополнительно известно вероятностное распределение  $p_i(r_i)$ ,  $i \in I$ ) и нечеткую неопределенность (когда центр имеет нечеткую информацию – знает функцию принадлежности параметра:  $\tilde{P}_i: [d_i; D_i] \rightarrow [0; 1]$ ,  $i \in I$ ).

Пусть в  $n$ -элементной АС (типа рассмотренной в разделе 2.1) функции затрат АЭ имеют вид:  $c_i(y, r_i)$ ,  $i \in I$ , а относительно параметров  $r_i$  центру известны множества  $W_i = [d_i; D_i]$  их допустимых значений. Равновесие Нэша  $E_N(s, r)$ , где  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  зависит от истинных значений параметров функций затрат и используемой центром системы стимулирования.

Обозначим  $W = \prod_{i \in I} \Omega_i$ . Определим эффективность системы стимулирования  $s \in M$ . Если при использовании центром системы стимулирования  $s$  и при векторе  $r$  параметров функций затрат АЭ множество равновесий Нэша есть  $E_N(s, r)$ , то в рамках гипотезы благожелательности эффективность стимулирования  $K(s)$  равна максимальному (по множеству равновесий Нэша) значению целевой функции центра. Это значение зависит от неопределенного параметра  $r \in W$ . Используя для устранения этой неопределенности МГП, получаем:

$$K(s) = \min_{r \in \Omega} \max_{y \in E_N(s, r)} \{H(y) - \sum_{i \in I} c_i(y, r_i)\}.$$

**Теорема 2.4.1 [103].** Система стимулирования (с параметром  $y^*$ ):

$$(1) S_i(y^*, y) = \begin{cases} \max_{r_i \in \Omega_i} c_i(y_i^*, y_{-i}, r_i) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, i \in I,$$

где оптимальное значение  $y_{\Gamma}^*$  параметра  $y^*$  является решением задачи:

$$(2) y_{\Gamma}^* = \arg \max_{y \in A} \{H(y) - ur(y)\}, \text{ где}$$

$$(3) J_T(y) = \sum_{i \in I} \max_{r_i \in \Omega_i} c_i(y, r_i),$$

$d$ -оптимальна.

Качественно, в условиях интервальной неопределенности относительно функций затрат агентов совместное применение принципов максимального гарантированного результата (МГР) и декомпозиции игры агентов приводит к тому, что центр вынужден компенсировать каждому из агентов затраты независимо, рассчитывая на реализацию наихудших с его точки зрения значений неопределенных параметров. При этом с ростом неопределенности гарантированная эффективность стимулирования не возрастает. С уменьшением неопределенности гарантированная эффективность стимулирования возрастает и стремится к гарантированной эффективности стимулирования в соответствующей детерминированной модели [27, 99, 100].

Пусть в  $n$ -элементной АС с сильно связанными элементами функции затрат АЭ имеют вид:  $c_i(y, r_i)$ ,  $i \in I$ , а относительно параметров  $r_i$  центру известны множества  $W_i = [d_i; D_i]$  их допустимых значений и распределения вероятностей  $p_i(r_i)$ , с носителем  $W_i$ . Обозначим  $p(r)$ ,  $r \in W$ , – распределение вектора параметров функций затрат АЭ, и для определенности предположим, что "  $y \in I$  " функции  $c_i(y, r_i)$  непрерывны и убывают по  $r_i$ ,  $i \in I$ .

Предположим, что центр определяет эффективность системы стимулирования следующим образом. Обозначим  $F(r_i)$  – соответствующую плотности  $p_i(r_i)$  интегральную функцию распределения,  $i \in I$ . Пусть центр использует следующую «компенсаторную» систему стимулирования:

$$S_i(y^*, y, t) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}, t_i) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, i \in I.$$

Тогда, в рамках введенного выше предположения о монотонном убывании функций затрат с ростом значения неопределенного параметра,  $i$ -ый АЭ с вероятностью  $(1 - F_i(t))$  выбирает действие, совпадающее с  $y_i^*$  (так как в этом случае его затраты не больше, чем  $c_i(y^*, t_i)$ ), и с вероятностью  $F_i(t)$  – нулевое действие. Следовательно, для фиксированного вектора действий  $y^* \in I$  можно определить оптимальное (с точки зрения эффективности и риска) значение  $t_i^*$ ,  $i \in I$ , а затем уже решать задачу выбора оптимального вектора действий АЭ.

Описанная выше и в [100] схема принятия решений (центром) в условиях внутренней вероятностной неопределенности не кажет-

ся естественной, поэтому можно рекомендовать использовать для устранения неопределенности принцип МГР (фактически, отказываясь от части информации, то есть заменять вероятностную неопределенность интервальной) или использовать механизмы с сообщением информации.

Пусть в  $n$ -элементной АС типа S4 функции затрат АЭ имеют вид:  $c(y, r_i)$ ,  $i \in I$ , а относительно параметров  $r_i$  центру известны множества  $W_i = [d_i; D_i]$  их допустимых значений и функции принадлежности  $\tilde{p}_i(r_i)$ , с носителем  $W_i$ ,  $\tilde{p}_i: W_i \rightarrow [0; 1]$ ,  $i \in I$ . Имея информацию о четкой функции затрат АЭ  $c(y, r_i)$  (с точностью до значения параметра  $r_i$ ), можно, в соответствии с принципом обобщения [15, 75, 108], определить нечеткую функцию затрат АЭ:  $\tilde{c}_i(y, u)$ ,  $\tilde{c}_i: A' \times \hat{A}' \rightarrow [0; 1]$ ,  $i \in I$ .

Введем следующее определение (по аналогии с тем как это делалось в [100] для нечеткой функции дохода): нечеткая функция затрат  $\tilde{c}_i(y, u)$  согласована с четкой функцией затрат  $c(y)$ , если " $y \in A'$ ,  $i \in I$ " выполнено:

- 1)  $\tilde{c}_i(y, c(y)) = 1$ ;
- 2) " $u_1, u_2: u_1 \leq u_2 \leq c(y) \implies \tilde{c}_i(y, u_1) \leq \tilde{c}_i(y, u_2)$ ;
- 3) " $u_1, u_2: c(y) \leq u_1 \leq u_2 \implies \tilde{c}_i(y, u_1) \geq \tilde{c}_i(y, u_2)$ .

Предположим, что всем АЭ известны четкие функции затрат  $\{c(y)\}$ , а центру известны нечеткие функции затрат АЭ  $\{\tilde{c}_i(y, u)\}$ , согласованные с соответствующими четкими функциями затрат. Если нечеткие функции затрат  $\tilde{c}_i(y, u)$ ,  $i \in I$ , таковы, что " $y \in A'$ " равенство  $\tilde{c}_i(y, u) = 1$  выполнено тогда и только тогда, когда  $u = c(y)$  и функции  $\{\tilde{c}_i(y, u)\}$  согласованы с соответствующими четкими функциями затрат, то, очевидно, получается четкая (детерминированная) задача, для которой могут быть использованы результаты раздела 2.1.

Введем рассмотрение следующие четкие «функции затрат»:

$$c_i^{\max}(y) = \max \{u \in \hat{A}' \mid \tilde{c}_i(y, u) = 1\}, i \in I,$$

и обозначим  $J_T(y) = \sum_{i \in I} c_i^{\max}(y)$ .

Теорема 2.4.2. [103]. Система стимулирования (с параметром  $y$ ):

$$S_i(y_i^*, y) = \begin{cases} c_i^{\max}(y_i^*, y_{-i}) + d_i, & y_i = y_i^* \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, i \in I,$$

где оптимальное значение  $y_{\Gamma}^*$  параметра  $y^*$  является решением задачи:

$$(4) y_{\Gamma}^* = \arg \max_{y \in A} \{H(y) - u_{\Gamma}(y)\},$$

$d$ -оптимальна.

Качественно, центр компенсирует АЭ затраты независимо (в соответствии с принципом декомпозиции их игры), рассчитывая на наихудшие (с учетом имеющейся нечеткой информации) реализации неопределенных параметров. При этом с ростом неопределенности гарантированная эффективность стимулирования не возрастает. С уменьшением неопределенности гарантированная эффективность стимулирования возрастает и стремится к гарантированной эффективности стимулирования в соответствующей детерминированной модели.

**Внешняя неопределенность.** Под внешней неопределенностью понимают неполную информированность части участников АС о параметрах окружающей среды (состоянии природы), то есть параметрах, внешних по отношению к рассматриваемой АС. Рассмотрим случай симметричной информированности участников АС относительно неопределенных факторов, при которой и центр, и АЭ имеют одинаковую информацию о состоянии природы, но, быть может, асимметрично информированы относительно других показателей функционирования АС.

Пусть затраты АЭ  $c_i(y)$ ,  $i \in I$ , несепарабельны, зависят от действий АЭ и достоверно известны центру.

Неопределенность (неполная информированность) участников АС относительно состояния природы учитывается в модели следующим образом – результат деятельности АЭ определяется как их (его) действиями (действием), так и состоянием природы.

Будем считать, что действия АЭ  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in Y$  совместно с состоянием природы  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n) \in W$  приводят к тому, что реализуется некоторый результат деятельности АС  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in A_0$ , причем каждая компонента результата деятельности  $z_i \in A_{0_i}$ ,  $i \in I$ ,  $A_0 = \prod_{i \in I} A_{0_i}$ ,

зависит от действий всех АЭ и соответствующей компоненты состояния природы, то есть имеет место:  $z_i = z_i(y, q_j)$ ,  $i \in I$ , где функции  $\{z_i(\cdot, \cdot)\}$ , наряду с допустимыми множествами  $q_j \in W_j$ ,  $W = \prod_{i \in I} \Omega_i$ , известны центру и всем

АЭ.



Относительно целевых функций и допустимых множеств, дополнительно к уже введенным предположениям, примем следующее предположение, которое будем считать выполненным на протяжении настоящего раздела:

**A.1.** "  $i \in I \mid A_{0_i} = A_i$  зависимости  $z(y, q_i)$  непрерывны по всем переменным, строго монотонны и однозначны.

Порядок функционирования и информированность участников АС следующие: центр сообщает АЭ систему стимулирования  $\{s_i(z)\}$ , то есть совокупность зависимостей индивидуальных вознаграждений АЭ от результата деятельности АС, после чего АЭ выбирают свои действия, ненаблюдаемые для центра<sup>1</sup>.

Опишем целевые функции участников АС. Целевая функция центра представляет собой разность между доходом, зависящим от действий АЭ, и суммарными затратами на стимулирование:  $F(z, y) = H(y) - \sum_{i \in I} s_i(z)$ . Целевая функция АЭ есть разность между

его вознаграждением и затратами, зависящими в силу несепарабельности от действий всех АЭ:  $f_i(z, y) = s_i(z) - c_i(y)$ ,  $i \in I$ .

Общих подходов к аналитическому решению многоэлементной задачи стимулирования в условиях неопределенности, описанной выше, на сегодняшний день, к сожалению, не существует. Поэтому введем предположение о том, что результат деятельности каждого АЭ зависит только от его собственного действия и соответствующей компоненты состояния природы, то есть будем считать<sup>2</sup>, что  $z_i = z_i(y_i, q_i)$ ,  $i \in I$ .

В этом случае возможно комбинированное применение идеи декомпозиции игры АЭ и результатов исследования моделей стимулирования в одноэлементных АС, функционирующих в условиях неопределенности. Проиллюстрирует это утверждение, рассмотрев ряд моделей многоэлементных АС с интервальной, вероятностной

<sup>1</sup> Модели, в которых и центр, и агенты наблюдают на момент принятия решений состояние природы рассмотрены в [100, 185].

<sup>2</sup> Данное предположение частично декомпозирует игру АЭ – результат деятельности каждого из них зависит уже только от его собственных действий и состояния природы (но не зависит от действий других АЭ), в то время как другие переменные – стимулирование и затраты – по-прежнему зависят, соответственно, от результатов деятельности и действий всех АЭ.

и нечеткой внешней неопределенностью при симметричной информированности участников.

Предположим, что всем участникам АС на момент принятия решений известны множества  $\{W_i\}$  возможных значений неопределенного параметра, а также «технологические» зависимости  $\{z_i(x)\}$ . Пусть: затраты АЭ несепарабельны и зависят от действий АЭ, а центр использует стимулирование каждого АЭ, зависящее от результатов деятельности всех АЭ. Тогда целевые функции центра и АЭ имеют, соответственно, вид:  $F(z, y) = H(y) - \sum_{i \in I} s_i(z)$ ,

$$f_i(z, y) = s_i(z) - c_i(y).$$

Обозначим  $Z_i(y, W_i) = \{z_i \in \hat{I} A_{0_i} / z_i = z_i(y, q_i), q_i \in \hat{I} W_i\}$  – множество тех результатов деятельности  $i$ -го АЭ, которые могут реализоваться при выборе им действия  $y_i \in \hat{I} A_i$  и всевозможных состояниях природы, и предположим, что и центр, и АЭ используют принцип МГР.

Теорема 2.4.3. [103]. Система стимулирования

$$s_i(y^*, z_i) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{-i}^*), & z_i \in Z_i(y_i^*, \Omega_i) \\ 0, & z_i \notin Z_i(y_i^*, \Omega_i) \end{cases}, i \in \hat{I} I,$$

реализует (как равновесие Нэша) вектор действий  $y^* \in \hat{I} A'$ , который оптимален при условии  $y^* \in \hat{I} Arg \max_{y \in A'} \{H(y) - \sum_{i \in I} c_i(y)\}$ .

Последнее выражение означает, что центр побуждает АЭ выбрать наиболее выгодное для себя (то есть максимизирующее разность между доходом и затратами на стимулирование) гарантированно реализуемое действие.

Пусть затраты всех АЭ несепарабельны и зависят от результатов деятельности, то есть  $c_i = c_i(z)$ ,  $i \in \hat{I} I$ . Предположим, что на момент принятия решений участники АС обладают одинаковой информацией о распределениях вероятностей  $\{p_i(z_i, y_i)\}$  результатов деятельности АЭ в зависимости от его действия, и «технологических» зависимостях  $\{z_i(x)\}$ .

К сожалению, на сегодняшний день даже для одноэлементных АС, функционирующих в условиях внешней вероятностной неопределенности, не получены общие аналитические решения задач стимулирования второго рода. Поэтому в настоящем разделе мы

рассмотрим модель простого АЭ [17, 100], для которой решения одноэлементных задач известны, проиллюстрировав эффективность использования идеи декомпозиции игры АЭ в многоэлементной вероятностной АС.

Теорема 2.4.4. [103]. В рамках ГБ система стимулирования

$$s_i(y^*, z_i) = \begin{cases} c_i(z_i, z_{-i}^*), & z_i \leq y_i^* \\ 0, & z_i > y_i^* \end{cases}, i \in I,$$

реализует (как равновесие Нэша) вектор действий  $y^* \in A'$ , который оптимален при условии  $y^* \in \underset{y \in A'}{\text{Arg max}} \{H(y) - E \sum_{i \in I} c_i(z)\}$ .

Приведенная теорема является результатом применения принципа декомпозиции игры агентов к модели АС с внешней вероятностной неопределенностью и качественно означает, что оптимальной в рассматриваемом случае является компенсация центром индивидуальных затрат каждого из агентов в предположении, что все остальные агенты выбрали рекомендуемые центром действия.

Рассмотрим следующую модель многоэлементной АС с нечеткой внешней неопределенностью и симметричной информированностью участников, в которой и центр, и АЭ имеют нечеткую информацию о состоянии природы и «технологических» зависимостях  $\{z_i(x)\}$ . В соответствии с принципом обобщения [15, 108] этого достаточно, чтобы определить нечеткую информационную функцию  $\tilde{P}(z, y)$ ,  $\tilde{P}: A_0 \times A' \rightarrow [0; 1]$ , ставящей в соответствие вектору действий АЭ нечеткое подмножество множества результатов деятельности.

Обозначим  $Q(z) = \{y \in A' \mid \tilde{P}(z, y) = 1\}$ ,  $Z(y) = \{z \in A_0 \mid \tilde{P}(z, y) = 1\}$ .

Введем следующие предположения, которые будем считать выполненными в настоящем разделе.

**A.2.** Нечеткие функции  $\tilde{P}(z, y)$  1-нормальны [99, 100, 103], то есть " $y \in A' \wedge z \in A_0: \tilde{P}(z, y) = 1$ " и " $z \in A_0 \wedge y \in A': \tilde{P}(z, y) = 1$ ".

Если выполнено предположение A.2, то " $y \in A' \Rightarrow z \in A_0: Q(z) \supseteq y$ " и " $z \in A_0 \Rightarrow y \in A': Z(y) \supseteq z$ ".

Более сильным, чем A.2 является следующее предположение:

---

<sup>1</sup> Напомним, что "E" обозначает оператор вычисления математического ожидания.

**A.3.** A.2 и  $\bigcup_{z \in A_0} Q(z) = A'$ ,  $\bigcup_{y \in A'} Z(y) = A_0$ .

**A.4.** Целевые функции АЭ и нечеткая информационная функция  $\tilde{P}(z, y)$  полунепрерывны сверху<sup>1</sup>.

Обозначим:  $E_N^z(S)$  - множество равновесных по Нэшу результатов деятельности АЭ,  $E_M(s)$  – множество равновесных по Нэшу при использовании центром системы стимулирования  $s$  векторов действий АЭ.

Лемма 2.4.5. [100, 103]. Если выполнены предположения А.2–А.4, то

$$E_M(s) = \bigcup_{z \in E_N^z(s)} Q(z).$$

Теорема 2.4.6. [100, 103]. Если выполнены предположения А.2–А.4, то

система стимулирования  $s(z^*, z) = \begin{cases} c_i(z_i^*, z_{-i}) + d_i, & z_i = z_i^* \\ 0, & z_i \neq z_i^* \end{cases}, i \in I$ , где

$z^* = \arg \max_{z \in A_0} \{ \min_{y \in Q(z)} H(y) - \sum_{i \in I} c_i(z) \}$ , гарантированно  $d$ -оптимальна.

Качественно, результат теоремы 2.4.6 означает, что оптимальна независимая (в соответствии с принципом декомпозиции игры агентов) компенсация затрат агентов, нацеленная на побуждение последних к выбору действий, гарантированно максимизирующих целевую функцию центра по результатам деятельности, достижимым при соответствующих действиях в рамках имеющейся нечеткой информации. При этом гарантированная эффективность стимулирования в АС с нечеткой внешней неопределенностью не выше, чем соответствующих детерминированных АС.

В заключение настоящего раздела отметим, что перспективными представляются следующие направления исследований многоэлементных АС с неопределенностью. Во-первых, это класс АС, в которых результат деятельности каждого АЭ зависит от действий всех АЭ. Во-вторых, исследование условий на информированность игроков (например, свойства плотности совместного распределения состояний природы), при которых можно без потери эффективности использовать индивидуальные системы стимулирования и т.д.

---

<sup>1</sup> Очевидно, что, если затраты АЭ непрерывны, и центр использует компенсаторную систему стимулирования, то целевая функция АЭ полунепрерывна сверху.

В третьих, представляет интерес рассмотрение механизмов с платой за информацию в многоэлементных АС с неопределенностью и асимметричной информированностью.

В целом, из проведенного в настоящем разделе анализа многоэлементных АС с неопределенностью можно сделать вывод, что в тех случаях, когда соответствующие одноэлементные модели исследованы достаточно полно, и для них получены аналитические решения, то идея декомпозиции игры АЭ в многоэлементной АС позволяет достаточно просто получить оптимальное решение задачи стимулирования. В случае, когда соответствующие одноэлементные модели исследованы недостаточно подробно (когда, например, для них не получены даже достаточные условия оптимальности простых систем стимулирования), существенно продвинуться в изучении их многоэлементных расширений на сегодняшний день не удается.

## 2.5. Согласованное планирование

Одна из основных задач, решаемых в управлении проектами – *планирование*, понимаемое как процесс определения желаемых с точки зрения управляющего органа состояний управляемых субъектов и результатов их деятельности. Специфика планирования в сложных социально-экономических системах (и, в том числе, в проектно-ориентированной деятельности) заключается в том, что, помимо согласования требований к результатам деятельности отдельных агентов, необходимо обеспечить согласование интересов управляющих органов, отражающих в моделях исследования операций интересы системы в целом, с целями и интересами управляемых субъектов.

Одним из методов такого согласования является стимулирование. Взаимосвязь планирования и стимулирования подробно обсуждалась в [27, 13, 32]. Обширный и достаточно глубоко и подробно исследованный подкласс задач стимулирования составляют задачи синтеза *согласованных механизмов стимулирования* (см. обзор [32]).

Пусть система стимулирования зависит от параметра - плана  $x \in \hat{I} X$  и действия АЭ  $y \in \hat{I} A$ , где  $X$  - множество допустимых планов

(для простоты положим  $X = A$ ):  $s = s(x, y)$ . Тогда целевая функция АЭ зависит от стимулирования, плана и действия АЭ:  $f = f(s, x, y)$ . Множество реализуемых действий также параметрически зависит от плана:  $P(s, x) = \underset{y \in A}{\text{Arg max}} f(s, x, y)$ . Изменяя планы, центр может

системой стимулирования  $s(\cdot, y)$  реализовать следующее множество действий:  $P(s) = \bigcup_{x \in X} P(s, x)$ .

Обозначим  $B(s) = \{x \in X \mid \exists y \in A \ s(x, x) - c(x) \geq s(x, y) - c(y)\}$  множество согласованных планов, то есть таких планов, выполнять которые при заданной системе стимулирования для АЭ выгодно.

Задавая систему стимулирования  $s(x, y)$ , центр имеет возможность оперативно изменять значения планов, не меняя функцию стимулирования, что достаточно привлекательно, так как особенно в динамике частые изменения механизма управления целиком не всегда возможны с точки зрения адаптивных свойств АЭ.

Согласованной называется система стимулирования  $s \in M$ , для которой выполнено  $B(s) = P(s)$ . Поиску необходимых и достаточных условий согласованности систем стимулирования, а также изучению соотношения таких свойств как согласованность и эффективность систем стимулирования уделялось значительное внимание исследователей. Проведем краткое обсуждение результатов, полученных для согласованных механизмов управления АС (достаточно полное и систематическое их изложение приведено в монографиях [13, 27, 29, 139] и статьях [24-26, 140-146]).

В литературе рассматривался целый ряд требований согласования интересов центра и АЭ, формулируемых как необходимость обеспечения требуемых соотношений между планами активных элементов и их реализациями (выбором - действиями АЭ). Среди них: механизмы, согласованные по выполнению плана (см. определение выше) в системах с полным, частичным и агрегированным планированием,  $x$ -согласованные механизмы,  $D(x)$ -согласованные механизмы,  $L$ -согласованные механизмы и др. [13, 32] В упомянутых работах развиваются как методы решения задачи синтеза оптимальных механизмов функционирования, так и задачи синтеза оптимальных механизмов функционирования, согласованных по выполнению плана.

Наиболее известным и изящным достаточным условием согласованности системы штрафов  $c(x, y)$  (для задачи стимулирования, в которой целевая функция АЭ представляет собой разность между доходом и штрафами - эта постановка является "двойственной" к описанной выше модели, в которой целевая функция АЭ определяется разностью между стимулированием и затратами) является так называемое "неравенство треугольника":

$$c(x, y, z) \leq c(x, z) + c(z, y).$$

Подробное описание достаточных условий согласованности можно найти в [13, 27].

Важным шагом в развитии методологии и понимании проблем оптимальности в АС явилось построение основ теории необходимых и достаточных условий оптимальности механизмов, согласованных по выполнению планов, разработка техники получения конструктивно проверяемых условий их выполнения.

Понятие степени централизации, отражающее "жесткость" штрафов, позволило получить ряд результатов по сохранению свойства выполнения плана при увеличении степени централизации. Дальнейшее развитие этого направления (для согласованных механизмов, оптимальных по критерию гарантированного относительно неизвестных параметров результата) было произведено в [13].

В первой главе настоящей работы отмечалась в частности такая специфическая черта проектно-ориентированной деятельности как нестационарность условий реализации проекта, то есть неопределенность, понимаемая как недостаточная информированность лица, принимающего решения. Например, осуществляя планирование, руководитель проекта может в силу объективных и/или субъективных причин не иметь достоверной и точной информации о будущих внешних условиях его реализации. Поэтому при планировании необходимо синтезировать механизмы управления, которые обеспечат выполнение требуемых свойств, среди которых, в первую очередь, следует назвать согласование (понимаемое широко - во всех отмеченных выше аспектах) во всем диапазоне возможных значений неопределенных параметров<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> См. также условия гарантированной е-оптимальности и свойства обобщенных решений задач управления в работах [48, 91, 98].

Обсудим постановку задачи согласованного планирования в условиях неопределенности.

Пусть целевая функция АЭ  $f(x)$  и множество его допустимых действий  $A$  зависят от неопределенного параметра  $q$  – состояния природы, принимающего значения из множества  $W$ , которое известно всем участникам системы на момент принятия ими решений, то есть  $f = f(s, x, y, q)$ ,  $A = A(q)$ . В частности, от состояния природы могут зависеть затраты агента, то есть  $c = c(y, q)$ .

Множество реализуемых действий  $P$ , помимо плана, также параметрически зависит от состояния природы:  $P(s, x, q) = \text{Arg max}_{y \in A(q)} f(s, x, y, q)$ . Изменяя планы, центр может

системой стимулирования  $S(\cdot, y)$  реализовать следующее множество действий:  $P(s, q) = \bigcup_{x \in X} P(s, x, q)$ .

Обозначим  $P(s) = \bigcap_{q \in \Omega} P(s, q)$  и определим множество со-

гласованных планов

$B(s) = \{x \in X \mid \exists q \in W \exists y \in A \exists s(x, x) - c(x, q) \leq s(x, y) - c(y, q)\}$ , то есть таких планов, выполнять которые при заданной системе стимулирования для АЭ выгодно при любом состоянии природы. *Согласованной*, как и в детерминированном случае, называется система стимулирования  $S \in M$ , для которой выполнено  $B(s) = P(s)$ .

Задачи согласованной оптимизации в условиях неопределенности исследовались в [9, 139-146]. В частности, в упомянутых работах получены следующие результаты:

- предложен подход к решению задачи согласованной оптимизации, в соответствии с которым ее решение сводится к последовательному решению трех более простых задач – задачи согласования, задачи оптимизации и задачи существования.
- в рамках решения задачи согласования разработаны: способ настройки согласованных систем стимулирования, обеспечивающих заинтересованность АЭ в реализации ряда типовых целей согласования; способ построения множества согласованных управлений с помощью оценочных множеств.



- сформулированы необходимые и достаточные условия оптимальности согласованных по выполнению плана механизмов функционирования для АС с неопределенностью.

Подробное описание результатов исследования задач согласованной оптимизации в условиях неопределенности выходит за рамки настоящей работы. Поэтому, отослав заинтересованного читателя к перечисленным выше работам, перейдем к описанию моделей стимулирования в УП, учитывающих ограничения совместной деятельности.

## 2.6. Ограничения совместной деятельности

В процессе реализации проекта неизбежно приходится учитывать технологические и другие (в том числе, вызванные использованием ограниченных ресурсов, наличием фиксированной цели проекта и т.д.) ограничения на совместную деятельность исполнителей. В рамках теоретико-игровых моделей эти ограничения могут описываться либо явным сужением множеств допустимых совместных действий, выбираемых одновременно, либо (в рамках моделей сетевого планирования и управления и других «технологических цепочек», называемых ниже одним термином – «производственные цепочки») введением ограничений на последовательность выбора стратегий. Оба эти случая рассматриваются соответственно в настоящем и следующем разделах.

Рассмотрим АС, состоящую из  $n$  АЭ с целевыми функциями  $f_i(y)$ ,  $i \in \bar{I}$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ . Предположим, что, помимо индивидуальных ограничений на множества допустимых стратегий:  $y_i \in A_i$ ,  $i \in \bar{I}$ , существуют глобальные ограничения  $A_{zл}$  на выбор состояний

АЭ, то есть  $y \in A' \subset A_{zл}$ , где  $A' = \prod_{i=1}^n A_i$ .

Описание известных методов учета глобальных ограничений (в том числе, метода штрафов, метода расширения стратегий, метода согласований, метода изменения порядка функционирования и др.) приведено в [103].

В работе [103] активными системами с зависимыми АЭ были названы системы, в которых либо существуют глобальные ограни-

чения на множество возможных действий, либо/и целевая функция каждого АЭ зависит от, помимо его собственных действий, действий других АЭ. Для того чтобы различать эти два случая, мы будем придерживаться следующей терминологии: если АЭ производят свой выбор независимо (отсутствуют глобальные ограничения на вектор действий АЭ), и целевая функция каждого АЭ зависит только от его собственной стратегии, и отсутствуют общие ограничения на управляющие переменные (допустимые функции стимулирования и т.д.), то такую АС будем называть *АС с независимыми и несвязанными АЭ*<sup>1</sup>. Если добавляются общие ограничения на управления, то такие АС будем называть *АС со слабо связанными АЭ* (АЭ оказываются связаны косвенно – через ограничения на стратегии центра) [27, 100]. Если добавляется зависимость целевой функции АЭ от обстановки игры, то такую АС будем называть *АС с сильно связанными* (но *независимыми!*) АЭ. Если добавляются только общие ограничения на множество стратегий АЭ системы, то такую АС будем называть *АС с зависимыми АЭ*.

Выше в настоящей работе исследовались задачи стимулирования в АС с сильно связанными и независимыми АЭ. Опишем методы решения задачи стимулирования в АС с зависимыми АЭ (несвязанными, сильно и слабо связанными). Так как АС с сильно связанными АЭ включают в себя АС с несвязанными и слабо связанными АЭ как частный случай, перейдем к рассмотрению задач стимулирования в АС с сильно связанными и зависимыми АЭ.

Классификация возможных комбинаций и их исследование приведены в [103], где показано, что при решении задач стимулирования в многоэлементных АС с зависимыми АЭ учет глобальных ограничений на множества допустимых действий АЭ возможно осуществлять, применяя как метод штрафов, так и метод согласования, причем их использование качественно не изменяет приведенных выше результатов исследования механизмов стимулирования в многоэлементных АС.

Рассмотрим задачу управления АС, в которой центр, помимо выбора системы стимулирования, имеет возможность влиять и на

---

<sup>1</sup> Таким образом, «независимость» АЭ отражает свойства множеств их допустимых стратегий, а «связанность» – зависимость целевой функции АЭ от действий других игроков или наличие общих ограничений на управление.

множества допустимых действий  $A\hat{A}^1$ , то есть пусть центр имеет возможность выбирать, помимо функций стимулирования, управляющие параметры  $u_i \hat{I} U_i, i \hat{I} I$ , определяющие множества допустимых действий  $A\hat{A}$ , то есть  $A_i = A_i(u_i)$ . Тогда вектор действий активных элементов  $u$  принадлежит допустимому множеству

$$A(u) = \prod_{i=1}^n A_i(u_i), u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \hat{I} U' = \prod_{i=1}^n U_i.$$

Предположим, что " $u \hat{I} A' \ S \ u \hat{I} U'$ ":  $u \hat{I} A(u)$ . Содержательно данное предположение означает, что множество допустимых управлений центра достаточно «велико» для того, чтобы сделать допустимым любой вектор действий  $A\hat{A}$ .

Назначая определенные значения управляющих параметров  $u \hat{I} U'$ , центр несет издержки  $c(u)$ ,  $c: U' \ @ \ \hat{A}^1$ , измеряемые в денежном выражении. Тогда целевая функция центра имеет вид (в общем случае будем считать, что затраты  $A\hat{A}$  несепарабельны, а индивидуальное стимулирование каждого  $A\hat{A}$  зависит от действий всех  $A\hat{A}$ ):

$$(1) F(y, s, u) = H(y) - \sum_{i=1}^n S_i(y) - c(u).$$

Действия  $u^*$ , выбираемые  $A\hat{A}$ , являются равновесием Нэша при данных управлениях, то есть  $u^* \hat{I} E_N(s, u)$ . Задача управления в рамках гипотезы благожелательности заключается в выборе управляющих параметров, максимизирующих целевую функцию центра на множестве решений игры:

$$(2) \max_{y \in E_N(s, u)} F(y, s, u) \ @ \ \max_{s \in M, u \in U'}.$$

Фиксируем произвольный вектор действий  $A\hat{A} x \hat{I} A'$ . Для того чтобы этот вектор действий был реализуем, необходимо и достаточно, чтобы он был равновесием Нэша (для этого достаточно использовать соответствующую компенсаторную систему стимулирования – см. раздел 2.1), и был допустимым действием (с точки зрения ограничений на множества действий  $A\hat{A}$ ). Для удовлетво-

---

<sup>1</sup> Задачи управления  $AC$  с переменными множествами допустимых действий рассматривались как в теории активных систем [12, 13, 27, 139, 147], так и в теории иерархических игр [48, 51, 74], причем, в основном, для динамических моделей.

ния последнему условию центр должен выбрать такие значения управляющего параметра  $u \in \hat{I} U$ , чтобы  $i \hat{I} I x_i \hat{I} A_i(u_i)$ .

Обозначим  $U_i(x_i) = \{u_i \in \hat{I} U_i \mid x_i \hat{I} A_i(u_i)\}$ ,  $i \hat{I} I$  – множество таких управлений, при которых действие  $x_i$  является допустимым для  $i$ -го АЭ;  $U(x) = \prod_{i=1}^n U_i(x_i)$ . Минимальные затраты центра на обеспечение допустимости вектора действий  $x \hat{I} A'$  равны:

$$(3) \tilde{C}(x) = \min_{u \in U(x)} c(u).$$

Из результатов раздела 2.1 следует, что в рассматриваемой модели суммарные затраты центра по реализации действия  $x \hat{I} A'$

равны  $J(x) = \sum_{i=1}^n c_i(x) + \tilde{C}(x)$ . Оптимальным для центра действием

АЭ является действие  $y^*$ , максимизирующее разность между доходом центра и его затратами на стимулирование:

$$(4) y^* = \arg \max_{x \in A'} \{H(x) - J(x)\} = \arg \max_{x \in A'} \{H(x) - \sum_{i=1}^n c_i(x) - \tilde{C}(x)\}.$$

Итак, выражение (4) дает оптимальное решение задачи управления в многоэлементной АС в условиях, когда центр имеет возможность управлять множествами допустимых действий АЭ.

Исследуем теперь задачу синтеза унифицированных управлений, то есть предположим, что центр имеет возможность назначать персонафицированное стимулирование каждому из АЭ, но должен выбрать одно значение управляющего параметра, единое для всех АЭ, то есть  $u_i = u$ ,  $U_i = U_U$ ,  $i \hat{I} I$ .

Обозначим  $U_U(x) = \{u \in \hat{I} U_U \mid i \hat{I} I x_i \hat{I} A(u)\}$  – множество таких управлений, при которых действие  $x_i$  является допустимым для  $i$ -го АЭ,  $i \hat{I} I$ . Минимальные затраты центра на обеспечение допустимости вектора действий  $x \hat{I} A'$  равны:  $\tilde{C}_U(x) = \min_{u \in U_U(x)} c_U(u)$ , где  $c_U: U_U \rightarrow \hat{A}^1$  – функция

затрат центра.

Оптимальным для центра действием АЭ является следующее действие:

$$(5) y_U^* = \arg \max_{x \in A'} \{H(x) - \sum_{i=1}^n c_i(x) - \tilde{C}_U(x)\}.$$

Выражение (5) дает оптимальное решение задачи синтеза унифицированного управления в многоэлементной АС в условиях, когда центр имеет возможность управлять множествами допустимых действий АЭ.

Обозначим эффективности оптимальных управлений (соответственно, «обычного» и унифицированного):

$$(6) K^* = H(y^*) - \sum_{i=1}^n c_i(y_i^*) - \tilde{C}(y^*),$$

$$(7) K_U^* = H(y_U^*) - \sum_{i=1}^n c_i(y_{U_i}^*) - \tilde{C}_U(y_U^*),$$

и сравним величины  $K^*$  и  $K_U^*$ , то есть оценим качественно потери в эффективности управления, вызванные необходимостью использовать единые для всех АЭ значения управляющего параметра, определяющего множества допустимых действий.

Введем следующее предположение о монотонности множеств допустимых действий АЭ по управляющему параметру:

$$\mathbf{A.1.} \quad " i \hat{I} l, " u_i^1, u_i^2 \hat{I} U_i = \hat{A}^1: u_i^1 \text{ \& } u_i^2 \text{ \& } A(u_i^1) \subseteq A(u_i^2); \\ " u^1, u^2 \hat{I} U_U = \hat{A}^1: u^1 \text{ \& } u^2 \text{ \& } " i \hat{I} l \quad A(u^1) \subseteq A(u^2).$$

Введем также предположение об аддитивности и монотонности функций затрат центра:

$$\mathbf{A.2.} \quad c(u) = \sum_{i=1}^n c_i(u_i), \quad c_U(u) = \sum_{i=1}^n c_i(u).$$

Теорема 2.6.1. [103]. Если выполнены предположения А.1 и А.2, то  $K^* \geq K_U^*$ . Если при этом  $c_i(x)$  – монотонно возрастающие функции,  $i \hat{I} l$ , то  $y_U^* \text{ \& } y^*$ .

Качественно, снижение эффективности при использовании унифицированного управления обусловлено тем, что центр устанавливает единые для всех исполнителей (независимо от их индивидуальных различий) условия деятельности.

Важным частным случаем ограничений совместной деятельности являются производственные цепочки, к описанию которых мы переходим.

## 2.7. Производственные цепочки

Производственной цепочкой называется АС, в которой АЭ упорядочены таким образом, что ограничения деятельности (ограничения на выбор стратегией) каждого АЭ определяются действием, выбранным АЭ с меньшим номером, а действие, выбранное данным АЭ, определяет ограничения деятельности АЭ с большим номером, причем АЭ выбирают действия последовательно в порядке, соответствующем их упорядочению. Производственные цепочки адекватно отражают широко распространенные на практике условия взаимодействия экономических объектов, например, исполнителей работ некоторого проекта, для которых результат деятельности одного объекта (продукция) является сырьем, используемым другим объектом и т.д. В рассматриваемой ниже модели считается, что действие, выбранное определенным АЭ, задает множество возможных действий следующего АЭ и т.д. Содержательные интерпретации такой зависимости очевидны.

Пусть в многоэлементной АС активные элементы упорядочены так, что множество возможных действий  $i$ -го АЭ определяется действием  $i-1$ -го АЭ:  $A_i = A_i(y_{i-1})$ ,  $i = \overline{2, n}$ . Примем, что множество допустимых действий первого АЭ зависит от выбранного центром значения управляющего параметра  $u \in \hat{I} U$ , то есть  $A_1 = A_1(u)$ .

Порядок функционирования следующий: центр выбирает систему стимулирования  $\{s_i(\cdot)\} \in \hat{I} M$  и управление  $u \in \hat{I} U$ . Затем АЭ последовательно выбирают свои действия, причем на момент выбора действия каждый АЭ знает: целевые функции и допустимые множества (с точностью до конкретного значения параметра) всех участников АС, выбор центра и действия, выбранные АЭ с меньшими номерами.

Целевая функция АЭ имеет вид:

$$(I) f_i(y_i, s_i) = s_i(y_i) - c_i(y_i),$$

то есть будем считать, что затраты АЭ сепарабельны (обоснованность этого допущения подробно обсуждается в [103]).

Введем следующее предположение:

**A.1.**  $A_i(y_{i-1}) = [0; A_i^+(y_{i-1})] \in \mathcal{R}_1^+$ , где  $A_i^+ : \mathcal{R}_1^+ \rightarrow \mathcal{R}_1^+$  - непрерывная

строго монотонно возрастающая функция, такая, что  $A_i^+(0) = 0$ ,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $y_0 = u \in \hat{I} U = [0; u_{max}]$ .

Если выполнено предположение А.1, то существуют  $n$  непрерывных строго монотонно возрастающих функций  $x_i(y_i)$ , обратных к функциям  $A_i^+$ , которые позволяют «перевернуть» производственную цепочку, то есть по заданному значению действия  $n$ -го АЭ восстановить минимальные действия всех предшествующих АЭ и управление центра, делающих это действие допустимым.

Пусть  $x_n \in 0$  – фиксированное действие  $n$ -го АЭ. Допустимые планы (действия АЭ) определяются следующим образом:

$$(2) x_i(x_n) = x_{i+1}(x_{i+2}(\dots x_{n-1}(x_n(x_n))))), i = \overline{1, n-1}.$$

Управление со стороны центра должно удовлетворять:

$$(3) u(x_n) = x_1(x_2(\dots x_n(x_n))).$$

С другой стороны, по известным зависимостям  $A_i^+(x)$ ,  $i \in \overline{1, n}$  и значению  $u \in u_{max}$  можно восстановить ограничения  $A_i^{max}(u)$  на максимальные допустимые действия каждого АЭ:

$$(4) A_i^{max}(u) = A_i^+(A_{i-1}^+(\dots A_1^+(u))), i \in \overline{1, n}.$$

Обозначим  $c(u)$  – затраты центра на управление. В [103] доказано, что в рамках предположения А.1 в производственной цепочке реализуемы такие и только такие действия  $y \in A'$ , которые удовлетворяют:

$$y \in A^* = \{y \in A' \mid y_i \in x_{i+1}(y_{i+1}), i = \overline{1, n-1}, u_{max} \in x_1(y_1)\},$$

или, что то же самое:

$$y \in A^* = \{y \in A' \mid y_1 \in A_1^+(u_{max}), y_i \in A_i^+(y_{i-1}), i = \overline{2, n}\}.$$

Минимальные затраты центра на реализацию вектора действий  $y \in A'$ , удовлетворяющего приведенной системе неравенств, равны

$$(5) J(y) = c(x_1(y_1)) + \sum_{i=1}^n c_i(y_i).$$

Если  $H(y)$  – функция дохода центра, то оптимальным реализуемым вектором действий будет вектор

$$(6) y^* = \arg \max_{y \in A^*} \{H(y) - c(x_1(y_1)) - \sum_{i=1}^n c_i(y_i)\}.$$

**Теорема 2.7.1 [103].** Если выполнено предположение А.1, то оптимальное решение задачи стимулирования первого рода, в которой целевая функция центра не убывает по действиям всех АЭ, для рассматриваемой производственной цепочки имеет вид:

$$(7) u = u^*, s(y_i) = \begin{cases} c_i(y_i), & y_i = y_i^*(u^*) \\ 0, & y_i \neq y_i^*(u^*) \end{cases},$$

где  $y^*(u) = (y_1^*(u), y_2^*(u), \dots, y_n^*(u))$ ,  $y_1^*(u) = A_1^+(u)$ ,  
 $y_i^*(u) = A_i^+(y_{i-}^*(u))$ ,  $i = 2, n$ ,  $u^* = \arg \max_{u \in U} \{H(y^*(u)) - c(u)\}$ .

Результат теоремы 2.7.1 может быть интерпретирован следующим образом: каждому из участников производственной цепочки центр компенсирует затраты при условии, что последовательность действий реализуется с минимальными затратами на управление, то есть решение задачи управления разбивается на две подзадачи – реализации заданной последовательности действий и выбора такой последовательности, которая оптимальна с точки зрения центра.

Результат теоремы 2.7.1 в [103] применяются для частного, но чрезвычайно часто встречающегося на практике, случая, когда доход центра  $H = H(x_n)$  зависит только от действия последнего АЭ в производственной цепочке. Содержательно, при этом последний АЭ производит конечную продукцию, а центр поставляет на вход производственной цепочки исходное сырье в объеме  $u \hat{I} [0; u_{max}]$ . Ограничение на максимальный объем исходного сырья порождает ограничение на множество  $X$  возможных действий последнего АЭ, и т.д. В упомянутой же работе рассматриваются задачи оптимизации продолжительности проекта (деятельности производственной цепочки) применением различных систем стимулирования. Там же приводятся условия выгодности взаимодействия исполнителей друг с другом (системообразующая роль стимулирования) по сравнению с их независимым взаимодействием с внешней средой (например, рынком).

В заключение настоящего раздела установим более тесную взаимосвязь рассматриваемых моделей взаимодействия исполнителей в рамках задач стимулирования с моделями сетевого планирования и управления, то есть обобщим полученные результаты на случай произвольной технологической сети – «обобщенной» производственной цепочки.



Пусть множество  $I$  активных элементов разбито на  $T$  непересекающихся подмножеств  $\{I_t, t = \overline{1, T}, I_t \cap I_j = \emptyset, i \neq j, i, j = \overline{1, T}, \bigcup_{t=1, \overline{1, T}} I_t = I$ , кроме

того, пусть выполнено: " $k \in I_t, k \in I_{t+1}, k \in I, t = \overline{1, T-1}$ ". Предположим, что АЭ из множества  $I_t$  выбирают свои стратегии одновременно и независимо в момент времени  $t$ , а множество допустимых действий любого АЭ из множества  $I_t$  зависит от действий, выбранных АЭ из множества  $I_{t-1}$  (в предыдущем периоде):  $A_i(Y_{t-1}) = [0; A_i^+(Y_{t-1})], i \in I_t$ , где  $Y_t$  – вектор действий АЭ из множества  $I_t, t = \overline{1, T}, A_i = [0; u_i], i \in I_t$ . Управление  $u = (u_1, u_2, \dots, u_{|I_1|}) \in U' = \prod_{i \in I_1} U_i$  выбирается центром.

Содержательно, технологический цикл в рассматриваемой модели состоит из  $T$  этапов, в течение каждого из которых выполняются независимые операции, причем для начала работ по каждому из этапов требуется завершение работ предыдущего этапа, и результаты предыдущего этапа определяют множество результатов, которые могут быть достигнуты на данном этапе. Множество результатов, которые могут быть достигнуты на первом этапе, зависят от управлений со стороны центра.

Относительно функций затрат АЭ сделаем следующее предположение: функции затрат несепабельны, но затраты каждого АЭ зависят только от действий АЭ, выбирающих свои действия в том же периоде, то есть  $c_i = c_i(Y_t), i \in I_t, t = \overline{1, T}$ .

Итак, центр имеет возможность выбирать управляющие параметры  $u \in U'$ , неся при этом затраты  $c(u)$ , и назначать систему стимулирования  $\{s_i(\cdot)\}$ . Будем считать, что в общем случае стимулирование АЭ зависит только от действий АЭ, выбирающих свои действия в том же периоде, то есть  $s_i = s_i(Y_t), i \in I_t, t = \overline{1, T}$ .

Относительно функции дохода центра предположим, что она зависит от действий всех АЭ.

В силу причинно-следственных связей (технологических зависимостей) игра АЭ распадается на  $T$  последовательно разыгрываемых игр, множество допустимых стратегий АЭ в каждой из которых (за исключением первой) определяется решением предыдущей игры, а множество допустимых стратегий АЭ в первой игре опре-

деляется управлением со стороны центра. Для каждой из этих игр могут быть независимо использованы результаты синтеза оптимальных функций стимулирования в многоэлементных АС с несепабельными затратами<sup>1</sup> (см. раздел 2.1). Значит, остается «связать» эти игры между собой.

Одним из возможных способов учета последовательной взаимозависимости результатов различных периодов является использованный выше при рассмотрении «обычных» производственных цепочек метод, заключающийся в последовательном установлении зависимости максимальных допустимых действий АЭ и управлений центра (аналог принципа Беллмана).

Введем следующее предположение

**A.2.**  $c(x)$ ,  $A_i^+(x)$  и  $c(x)$ ,  $i \in I$  – непрерывные, строго монотонные функции своих переменных.

Фиксируем вектор  $Y_T = (y_{n-|I_T|}, \dots, y_n)$   $\hat{I} A_T = \prod_{i \in I_T} A_i$ . Вычислим такое

множество  $\tilde{A}_{T-1}(Y_T) \hat{I} A_{T-1} = \prod_{i \in I_{T-1}} A_i$  векторов действий АЭ, принадлежа-

щих множеству  $I_{T-1}$ , выбор которых обеспечивает допустимость вектора  $Y_T$ , то есть  $\tilde{A}(Y_T) = \{Y_T \hat{I} A_{T-1} \mid Y_T \hat{I} A_T(Y_{T-1})\}$ . Продолжая аналогичным образом, получим совокупность множеств:

$$\tilde{A}_j(Y_{j+1}) = \{Y_j \hat{I} A_j \mid Y_{j+1} \hat{I} A_{j+1}(Y_j)\}, j = \overline{I, T-1}.$$

Вычислим множество векторов управлений, обеспечивающих допустимость вектора  $Y_t$ :  $\tilde{U}(Y_t) = \{u \hat{I} U \mid Y_t \hat{I} A_t(u)\}$ .

Таким образом, реализуемыми оказываются такие и только такие вектора действий АЭ, которые удовлетворяют одному из следующих условий:

$$(8) u \hat{I} U, Y_1 \hat{I} A_1(u), Y_j \hat{I} A_j(Y_{j-1}), j = \overline{2, T};$$

---

<sup>1</sup> В частности, для того, чтобы в  $t$ -ой игре вектор  $Y_t^*$  был равновесием в доминантных стратегиях требуются (минимальные!) затраты на стимулирование, равные:

$$\sum_{j \in I_t} c_j(Y_t^*).$$

$$(9) Y_T \hat{I} A_T, Y_j \hat{I} \tilde{A}_j(Y_{j+1}), j = \overline{1, T-1}, u \hat{I} \tilde{U}(Y_1).$$

Условия (8) и (9) отражают технологические ограничения, наложенные на «одновременный» выбор действий АЭ - участниками производственной цепочки.

Обозначим  $A^*$  - множество всех векторов действий АЭ и управлений центра, которые удовлетворяют условиям (8) или (9). Тогда задача синтеза оптимального управления заключается в выборе реализуемого (из множества  $A^*$ ) вектора действий АЭ и вектора управлений, максимизирующих целевую функцию центра:

$$(10) (u^*, y^*) = \arg \max_{(u, y) \in A^*} \{H(y) - c(u) - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I_t} c_i(Y_t)\}.$$

Задача (10) чрезвычайно трудоемка с вычислительной точки зрения. Кроме того, без детального анализа трудно предложить какое-либо ее простое (оптимальное или «почти»-оптимальное) решение.

Допущение о том, что функция дохода центра зависит только от действий АЭ, выбираемых в последнем периоде, в обобщенных производственных цепочках, в отличие от «простых» производственных цепочек (см. выше), в общем случае не упрощает задачи (10). Качественно это объясняется тем, что для действия некоторого АЭ в общем случае существует несколько действий АЭ с меньшими номерами, делающих это действие допустимым с минимальными затратами.

Если предположить, что  $A_i^+(\cdot)$ ,  $i \hat{I} I$  - взаимно однозначные отображения, то по аналогии с «обычной» производственной цепочкой для заданного вектора действий АЭ из множества  $I_T$  однозначно вычисляются соответствующие вектора действий АЭ из множества  $I_{T-1}$  и т.д. При  $H = H(Y_T)$  для задачи (10) может быть использован следующий алгоритм последовательной минимизации затрат, достаточно часто применяемый на практике. Для АЭ из множества  $I_T$  решается задача синтеза оптимальной системы стимулирования – ищется действие  $x_T = \arg \max_{y_T \in A_T} \{H(y_T) - \sum_{i \in I_T} c_i(Y_T)\}$ .

Далее для АЭ из множества  $I_{T-1}$  решается задача стимулирования:  $x_{T-1} = \arg \min_{y_T \in \tilde{A}_{T-1}(x_T)} \sum_{i \in I_{T-1}} c_i(Y_{T-1})$  и т.д., то есть на каждом шаге от

$T$ -1-го до первого минимизируются затраты по реализации действий, обеспечивающих допустимость действий, вычисленных на предыдущем шаге. Если включить в рассматриваемую модель фактор времени, то такой эвристический подход вполне согласован с используемыми в сетевом планировании и управлении методами оптимизации сетей по времени и стоимости (см., например, [14, 18, 23, 30, 68]).

## 2.8. Распределенный контроль

Как отмечалось в первой главе, для управления проектами типична ситуация, в которой деятельность одного исполнителя координируется, обеспечивается и контролируется одновременно несколькими управляющими органами. Задача анализа при этом заключается в том, чтобы описать взаимодействие управляющих органов, «замкнутых» на одни и те же субъекты управления; а задача синтеза – в том, чтобы предложить механизмы (правила) взаимодействия управляющих органов между собой и с управляемыми субъектами, обеспечивающие достижение целей проекта, то есть побуждающих исполнителей выбрать соответствующие действия в заданных временных промежутках и рамках запланированных (или максимально к ним близких) ресурсов.

Поэтому в настоящем разделе рассматриваются теоретико-игровые модели стимулирования агентов, характеризуемых векторными предпочтениями на многомерных множествах допустимых действий, со стороны нескольких центров, то есть модели *распределенного контроля*.

Рассмотрим сначала взаимодействие между одним агентом и одним центром, находящимся на следующем (более высоком относительно агента) уровне иерархии, то есть модель *ОС с унитарным контролем* (ОС УК). Простейшая ОС  $S$ , включающая этих двух участников, описывается совокупностью множеств допустимых стратегий центра и агента ( $U$  и  $A$  соответственно) и их целевыми функциями ( $F(\cdot)$  и  $f(\cdot)$  соответственно), то есть

$$(1) S = \{U, A, F(\cdot), f(\cdot)\}.$$

Целевые функции (предпочтения) участников в общем случае являются векторными, то есть  $F: U \times A \rightarrow \mathfrak{R}^{n_f}$ ,  $f: U \times A \rightarrow \mathfrak{R}^{n_c}$ ,

где  $n_F \cong 1$  и  $n_f \cong 1$  - соответствующие размерности. В целях удобства записи скалярные предпочтения ( $n_F = 1, n_f = 1$ ) будем иногда обозначать  $F$  и  $f$ , а векторные ( $n_F \cong 2, n_f \cong 2$ ) –  $\Phi$  и  $f$ .

Множества допустимых стратегий также могут быть многомерными, то есть  $A \in \mathcal{X}^{n_A}, n_A \cong 1, u = (u_1, u_2, \dots, u_{n_u}), n_u \cong 1$ . Векторное управление<sup>1</sup> ( $n_u \cong 2$ ) будем обозначать  $\hat{u}$ , скалярное ( $n_u = 1$ ) управление –  $u$ . Отметим, что двухуровневыми расширениями описываемой базовой модели являются многоэлементные ОС, в которых имеется более одного агента:  $n > 1$  – см. выше, и двухуровневые ОС с несколькими центрами:  $k > 1$  (здесь и далее  $k$  обозначает число центров).

В работах [132, 133] было предложено называть ОС, в которых каждый агент подчинен одному и только одному центру, *ОС с унитарным контролем*, а ОС, в которых хотя бы один агент подчинен одновременно двум центрам – *ОС с распределенным контролем* (ОС РК). Примерами *структур управления* являются линейная, матричная и сетевая (составляющие их элементы соответственно - прямая, треугольная и ромбовидная структуры) [104].

*Стандартным порядком функционирования* одноэлементной<sup>2</sup> ОС назовем следующий – центры выбирают одновременно свои стратегии ( $u_1, u_2, \dots, u_k$ ), являющиеся функциями от будущего выбора агента, то есть  $u_i = \hat{u}_i(y), i = \overline{1, k}, k \cong 1$ , и сообщают их агенту. Агент при известном управлении выбирает свою стратегию – действие  $y \in \hat{A}$ , которое становится известным центрам. Множество действий агента, доставляющих при фиксированном управлении "максимум" его целевой функции<sup>3</sup>, называется *множеством реше-*

<sup>1</sup> В большинстве рассматриваемых в настоящей работе теоретико-игровых моделей управление является функцией от стратегии управляемого субъекта. В этом случае под скалярным управлением понимается функция, принимающая значения из  $\hat{A}^1$ , а под векторным управлением - вектор-функция.

<sup>2</sup> В настоящей работе исследуются одноэлементные ОС РК. Специфика многоэлементных ОС подробно описана выше.

<sup>3</sup> Употребление кавычек обусловлено следующими причинами. Во-первых, если не оговорено особо (и если на этом не надо акцентировать внимание читателя), будем считать, что все максимумы и минимумы достигают-

ний игры или множеством действий, реализуемых данным управлением.

При этом *стандартная информированность* участников следующая: центрам и агенту на момент принятия решений известна модель ОС  $S$ , кроме того агенту известны стратегии центров. В ходе дальнейшего изложения, если не оговорено особо, по умолчанию будем считать, что имеют место стандартные информированность и порядок функционирования.

Относительно целевой функции центра в настоящем разделе считается, что выполнены следующие предположения<sup>1</sup>.

**A.0.** Целевая функция центра (центров в моделях с несколькими управляющими органами) скалярна:  $F: U \times A \rightarrow \mathbb{R}^1$ .

Пусть целевые функции участников ОС (центра и агента соответственно) имеют вид:  $F_s(y) = H(y) - s(y)$ ,  $f_s(y) = s(y) - c(y)$ , где  $H(y)$  - функция дохода центра,  $c(y)$  - функция затрат агента, удовлетворяющие следующим предположениям.

**A.1.** Функции  $F(x)$  и  $f(x)$  непрерывны на компактах  $U$  и  $A$ .

**A.2.**  $A = \mathbb{R}_+^1$ ,  $H(x)$  и  $c(x)$  - непрерывные строго возрастающие функции,  $H(0) = c(0) = 0$ .

**A.2'.**  $A.2$  и  $H(x)$  - вогнутая,  $c(x)$  - выпуклая дифференцируемые функции.

Несколько забегаая вперед отметим, что при рассмотрении задач стимулирования под *векторной целевой функцией агента* (случай  $f$ ) будем понимать векторную функцию затрат, то есть  $c: A \rightarrow \mathbb{R}^{n_f}$ ,  $n_f \geq 2$ . Аналогично, при векторных управлениях (случай  $u$ ) будем считать, что целевая функция центра скалярна и определяется *суммарными затратами на стимулирование*, опреде-

---

ся (в противном случае будут использоваться соответственно *Sup* и *Inf*). Во-вторых, не всегда понятно, что означает "максимум" векторной функции, поэтому до тех пор, пока соответствие рационального выбора участника ОС РК не введено корректно (см. ниже), будем ограничиваться интуитивным пониманием рационального поведения.

<sup>1</sup> Возможность наличия векторных предпочтений центра описывается по аналогии с тем как это делается ниже для агента.

ляемыми следующим образом:  $u(y) = \sum_{i=1}^{n_A} s_i(y)$ , где  $s_i(y)$  - стимулирование за  $i$ -ю компоненту вектора действий.

Множество реализуемых ограниченными константой  $C$  системами стимулирования действий агента имеет вид:  $P(C) = \{y \in A \mid c(y) \leq C\} = [0; y^*(C)]$ , где  $y^*(C) = \max \{y \in A \mid c(y) \leq C\}$ . В силу предположения А.2 эффективность управления равна:  $K(C) = \max_{y \in P(C)} \{H(y) - c(y)\}$ , а оптималь-

ное реализуемое действие  $y^*$  равно  $y^*(C) = \arg \max_{y \in P(C)} \{H(y) - c(y)\}$

[99, 100, 104].

Теорема 2.8.1. [104]. Пусть выполнены предположения А.1, А.2 и ГБ. Тогда компенсаторная система стимулирования

$$s^*(y) = \begin{cases} c(y), & y = y^*(C) \\ 0, & y \neq y^*(C) \end{cases} \text{ является оптимальной.}$$

Эффективным инструментом исследования ОС РК является анализ минимальных затрат на стимулирование [99, 100].

Качественно, центр гарантирует агенту компенсировать его затраты при условии, что он выберет действие, рекомендуемое центром. Оптимальное с точки зрения центра реализуемое действие определяется из условия максимума разности между его доходом и затратами на стимулирование агента.

Таким образом, мы привели решение задачи управления в модели ОС УК<sup>1</sup>, что дает возможность перейти к рассмотрению ОС РК.

Обозначим  $K = \{1, 2, \dots, k\}$  - множество центров. Содержательно данная модель соответствует, например, матричной структуре управления ОС, в которой имеются несколько управляющих органов, оценивающих скалярное действие агента каждый по сво-

---

<sup>1</sup> Если ввести предположение, что управления со стороны единственного центра – векторные, то все общие результаты, описанные выше, остаются в силе (напомним, что предположение А.1 заключалось в частности только в компактности допустимых множеств, размерность которых не оговаривалась) при условии, что затраты центра на стимулирование будут определяться суммой затрат на стимулирование по каждой из компонент.

ему критерию. Например, деятельность агента может описываться объемом выпускаемой им продукции и оцениваться управляющими органами по различным критериям, например, экономическая эффективность, социальная значимость, влияние на окружающую среду и т.д.

Обозначим  $u^i \in U^i$  - управление, выбранное  $i$ -ым центром<sup>1</sup>,  $i \in K$ ,  $\mathbf{u} = (u^1, u^2, \dots, u^k)$ . Если управление  $u$  скалярно (с точки зрения агента), то предположим, что это скалярное управление является известной участникам ОС функцией  $F(\mathbf{u})$  от управлений, выбранных центрами, то есть  $u = F(\mathbf{u})$ ,  $u \in U = \{u \mid u = F(\mathbf{u}), u^i \in U^i, i \in K\}$ .

Пусть информированность участников стандартная (см. определение выше), а последовательность функционирования следующая: центры одновременно и независимо (коалиционные эффекты в настоящей работе не рассматриваются) выбирают свои управления  $\{u^i\}$  (что приводит к реализации скалярного или векторного управления  $u = F(\mathbf{u})$ ); далее агент при известном ему управлении  $u \in U$  выбирает свое действие  $y \in A$ , что однозначно определяет выигрыши участников ОС.

Пусть  $y(\mathbf{u})$  - известная центрам зависимость действия, выбираемого агентом, от управлений, назначенных центрами. Тогда вектор  $\mathbf{u}_N$  является *равновесием Нэша* тогда и только тогда, когда выполнено: " $i \in K$ , " $u^i \in U^i \mid F^i(\mathbf{u}_N^{-i}, u^i, y(\mathbf{u}_N^{-i}, u^i)) \geq F^i(u_N^{-i}, u^j, y(u_N^{-i}, u^j))$ , где  $u_N^{-i} = (u_N^1, u_N^2, \dots, u_N^{i-1}, u_N^{i+1}, \dots, u_N^k)$  - обстановка игры центров для  $i$ -го центра,  $i \in K$ .

Относительно целевых функций центров  $\{F^i(\mathbf{u}, y)\}$  введем следующее предположение.

**А.3.** Целевая функция  $i$ -го центра  $F^i(u^i, y)$  зависит явным образом только от соответствующего управления и действия агента и непрерывна на компакте  $U^i \times A$ ,  $i \in K$ .

Множество реализуемых управлением  $u \in U$  действий агента имеет вид:  $P(u) = \text{Arg max}_{y \in A} f(u, y)$ .

При решении задачи управления существенно доопределение того, что следует понимать под действием агента, выбираемым им при заданных управлениях со стороны центров, то есть какие значения в рамках

<sup>1</sup> Условимся, что верхние индексы нумеруют центры.



гипотезы рационального поведения агента может принимать  $y(\hat{u})$ . Подробное обсуждение приведено в [104].

Пусть  $y(\hat{u}) \in A$  - представления  $i$ -го центра о выборе агента при управлении  $u, i \in K$ . Вектор управлений  $\hat{u}_N = (u_N^1, u_N^2, \dots, u_N^k)$  является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда " $i \in K, u \in U$ "

$$F^i(u_N^i, y(\hat{u}_N)) \geq F^i(u, y(u_N^{-i}, u)).$$

Множество равновесий Нэша обозначим  $E_N$ .

Таким образом, **характерной особенностью системы с распределенным контролем является наличие игры центров.** Исследуем свойства решений этой игры для задачи стимулирования.

В задаче стимулирования с одним центром скалярное управление  $u \in U$  определяется по управлениям центров следующим образом:

$$(2) \hat{u}(y) = u(y) = \sum_{i \in K} S_i(y).$$

Если центров несколько, то подобный переход невозможен, так как имеются  $k \geq 2$  центров с целевыми функциями<sup>1</sup>

$$(3) W^i(s^i, y) = H^i(y) - s^i(y), i \in K.$$

Целевая функция агента имеет вид:

$$(4) w(s, y) = u(y) - c(y).$$

Для задачи стимулирования с целевой функцией агента вида (4) в рамках предположения А.2 доказано (см. выше и [48, 100, 104]), что при использовании компенсаторной системы стимулирования в рамках ГБ агент выберет действие  $y^*$ . Следовательно, минимальные суммарные затраты центров на стимулирование по реализации действия  $y \in A$  равны (точнее - при отказе от ГБ сколь угодно близки к) соответствующим затратам агента, то есть  $u_{min}(y) = c(y)$ .

Из этого следует, что при использовании центрами компенсаторных управлений, в рамках предположения А.2 выбор агента однозначен и совпадает с  $y^* \in A$ , поэтому будем считать, что  $y(\hat{u}) = y^*, i \in K$ .

Свойства стратегий центров в задаче стимулирования определяются следующей леммой.

---

<sup>1</sup> Отметим, что рассматриваемая модель качественно эквивалентна модели, в которой единственный центр имеет векторные предпочтения на множестве  $U \in A$ . Именно по этой причине в настоящей работе рассматриваются управляющие органы со скалярными предпочтениями.

Лемма 2.8.2. [104]. Пусть выполнены предположения А.1-А.3 и ГБ. Тогда в задаче стимулирования для любого вектора  $\dot{S}$  стратегий центров, реализующего действие  $y^* \hat{I} A$  агента ( $y^* \hat{I} P(\dot{S})$ ), существует недоминируемый им по Парето вектор стратегий центров  $\dot{S}^*$ , который реализует то же действие агента и имеет вид:

$$(5) S^*_{i}(\dot{I}, y) = \begin{cases} I^i, & y = y^* \\ 0, & y \neq y^*, i \hat{I} K, \end{cases}$$

где величины  $\{I^i\}$  удовлетворяют следующим условиям:

$$(6) I^i \geq 0, i \hat{I} K; \sum_{i \in K} I_i = c(y^*).$$

Если выполнено предположение А.2' (см. выше), то существует функция  $c^{-1}(y)$ , обратная к функции затрат агента, и равенство в условии (6) можно записать в виде

$$(7) y(\dot{I}) = c^{-1}\left(\sum_{i \in K} I_i\right).$$

Лемма 2.8.2 позволяет в ряде случаев при исследовании задачи стимулирования в ОС с несколькими центрами (для решения которой необходимо искать  $k$  функций стимулирования и реализуемое ими действие) без потери эффективности ограничиться задачей поиска  $(k+1)$ -го скалярного параметра, то есть  $k$  чисел  $\{I^i\}$  и реализуемого действия  $y^*$ .

Пусть действие агента  $y^* \hat{I} A$  реализуется системой стимулирования

$$(8) s^i(\dot{I}, y) = \begin{cases} I^i, & y = y^* \\ 0, & y \neq y^*, i \hat{I} K. \end{cases}$$

$$(9) \sum_{i \in K} I^i = c(y^*)$$

Обозначим

$$(10) W_{\max}^i = \max_{y \in A} \{H^i(y) - c(y)\}, i \hat{I} K,$$

$$(11) y_{\max}^i = \arg \max_{y \in A} \{H^i(y) - c(y)\}, i \hat{I} K.$$

Теорема 2.8.3. [104]. Решение игры центров в задаче стимулирования при использовании ими стратегий типа (5) определяется выражениями (9) и

$$(12) H^i(y^*) - I^i \geq W_{\max}^i, i \hat{I} K.$$

Пусть  $L$  - множество векторов  $\hat{I} \geq 0$ , удовлетворяющих (9), (12) при всевозможных  $y \in \hat{I} A$ . Если это множество непусто, то говорят, что имеет место *режим сотрудничества* центров. Обозначим множество действий агента, реализуемых равновесными по Нэшу стратегиями центров

$$(13) P^K = \{y \in \hat{I} A \mid \exists \hat{I} \geq 0: (9), (12)\}.$$

Случай, когда множество  $L$  пусто, называемый *режимом конкуренции* центров, исследуется (строятся сильно равновесные по Нэшу стратегии центров) в [104].

Содержательно, в игре центров имеются два режима - режим сотрудничества и режим конкуренции.

*Режим сотрудничества* имеет место когда множество  $L$  не пусто (для этого интересы центров должны различаться не очень сильно). При этом центры совместно компенсируют затраты агента (множество недоминирующих друг друга по Парето допустимых дележей затрат при этом может оказаться достаточно широким) и получают полезность, превышающую полезность, получаемую каждым из них в случае индивидуального управления агентом.

*Режим конкуренции* появляется когда множество  $L$  пусто (для этого интересы центров должны быть почти антагонистичны). При этом один из центров (содержательно - обладающий наибольшими ресурсами управления) единолично не только компенсирует затраты агента, но и переплачивает ему ровно столько, чтобы обезопасить себя от возможности соглашения агента на другие (более выгодные для него) условия, которые может предложить любой другой центр.

Интересно отметить, что режим конкуренции невыгоден ни одному из центров, так как любая точка из множества  $L$  (если оно непусто) доминирует его Парето. Тем не менее этот режим является "равновесным", то есть при сильно различающихся интересах и отсутствии возможности согласовать свои действия (напомним, что мы рассматриваем некооперативное взаимодействие центров) неэффективная ситуация является единственной ситуацией, устойчивой относительно индивидуальных отклонений.

В [104] показано, что даже в случае двух центров для фиксированного действия агента, которое центры хотят реализовать, существует целое множество комбинаций выплат со стороны центров (сумма платежей фиксирована, а распределяться между центрами эти платежи могут разными способами). Все эти комбинации при-

надлежат множеству Парето, следовательно априори (и не вводя дополнительных предположений) сказать что-либо о конкретной реализации точки Нэша нельзя. Поэтому рассмотрим возможные дополнительные предположения о поведении центров.

Первая группа предположений относится к последовательности выбора стратегий центрами, то есть их априорному упорядочению по времени выбора стратегий и взаимным обязательствам следовать установленным правилам игры. Например, игра центров может производиться в два этапа - сначала они согласованно выбирают действие агента, которое в дальнейшем необходимо реализовать, а затем последовательно (например, по-одному) выбирают свои платежи агенту. Если принято решение реализовать действие  $y^* \in A$ , и центры, обязанные подчиниться этому решению, упорядочены в порядке возрастания их номеров, то, очевидно, что имеет место:  $I^k = \min \{c(y^*); H^k(y^*)\}$ ,  $I^{k-i} = \min \{c(y^*) - \sum_{j>k-i} I^j ; H^{k-i}(y^*)\}$ ,

$$i = \overline{1, k-1}.$$

Содержательная интерпретация такого механизма прозрачна: представим себе  $k$ -уровневую иерархическую систему управления, которая должна побудить управляемый субъект совершить некоторые действия, то есть, как минимум, компенсировать ему затраты по совершению этих действий. Если ресурс нижнего уровня управления (с номером  $k$ , отсчитываемым от самого верхнего уровня иерархии) достаточен для этого (то есть  $c(y^*) \leq H^k(y^*)$ ), то он осуществляет управление самостоятельно, не затрагивая более высоких уровней иерархии. Если ресурс недостаточен (то есть  $c(y^*) > H^k(y^*)$ ), то он полностью использует свой ресурс и обращается за разницей  $c(y^*) - H^k(y^*)$  к представителю более высокого уровня, который поступает аналогично и т.д. Понятно, что для более адекватного отражения специфики иерархических многоуровневых ОС можно приписывать различные "ценности" единицам ресурсов различных уровней и т.д. (см. модели иерархических ОС в [96]).

Вторая группа предположений относится к информационному взаимодействию центров (кооперативные игры с нетрансферабельной полезностью), а также к их возможности обмениваться полезностью (кооперативные игры с трансферабельной полезностью)

[41, 54, 189]. Если центры могут принимать решения сообща и обладают возможностью осуществлять побочные платежи (условно можно считать, что в классе стратегий вида (5) игра центров уже является игрой с трансферабельной полезностью - центры могут в широких пределах "передавать" друг другу полезность, варьируя  $\{\lambda_i\}$ ), то возникает *кооперативная игра центров*. Для поиска решений этой игры (например для исследования условий непустоты С-ядра или существования и свойств какого-либо иного решения) необходимо (но не достаточно!) использование введенного представления. Содержательно последнее утверждение означает, что в первую очередь центры могут, например, в первую очередь попробовать образовать максимальную (включающую все центры) коалицию и максимизировать суммарную полезность, побуждая агента выбрать соответствующее действие, а затем обменяться платежами, компенсировав тем центрам, которым выбор агентом именно этого действия не очень выгоден, "потери" в полезности.

Если имеется векторное множество допустимых действий агента, предпочтительность которых оценивается им по значениям скалярной функции полезности, то содержательно такая модель соответствует, например, ОС, в которой имеются несколько бизнес-процессов, результаты которых оцениваются по некоторому единому критерию, например, времени, или объему выпуска, или маржинальной прибыли, или затратам и т.д. Все общие результаты, описанные выше, остаются в силе и для этого случая (напомним, что предположение А.1 заключалось в частности только в компактности допустимых множеств, размерность которых не оговаривалась, а в предположении А.2 достаточно потребовать, чтобы выполнялось  $A = \mathfrak{R}_+^n$ , и строгой монотонности функций дохода и затрат по всем переменным).

Для задач стимулирования существует глубокая взаимосвязь между моделями ОС с векторными действиями агента и многоэлементной ОС, в которой агенты выбирают скалярные действия, а их вознаграждение основывается на наблюдаемом агрегированном результате их деятельности, являющемся известной функцией от их действий (подробное описание решения этой задачи и соответствующие примеры приведены в [103, 104]).

Рассмотрим теперь случай, когда имеется векторная целевая функция агента, по значениям компонент которой он оценивает

предпочтительность скалярного или векторного действия. Содержательно такая модель соответствует, например, ОС, в которой имеется один бизнес-процесс, результаты которого оцениваются агентом, реализующим этот процесс, по нескольким критериям, например, времени, объему выпуска, затратам и т.д.

В теории принятия решений получено значительное число результатов [12, 64, 105, 113], посвященных методам поиска множества Парето, исследованию его свойств и т.д., описывать которые подробно мы не будем. Отметим лишь, что вся трудность исследования моделей ОС с векторными предпочтениями участников заключается в отсутствии для этого случая единой универсальной концепции рационального выбора. Если в случае скалярных предпочтений участников (то есть предпочтений, описываемых целевыми функциями, отображающими декартово произведение допустимых множеств всех участников в  $\hat{A}^1$ ) их рациональное поведение заключалось в стремлении к максимизации целевой функции выбором собственной стратегии (при этом, правда, приходится доопределять выбор в случае, когда множество максимумов содержит более одной точки - см. ГБ и принцип МГР выше), то в случае векторных предпочтений понятие рационального поведения определяется не столь однозначно. Понятно, что следует потребовать, чтобы участник ОС выбирал стратегию которая не ухудшала бы одновременно значения всех критериев (аксиома Парето), однако в большинстве случаев это требование является слишком слабым. Поэтому при построении конкретной модели исследователь операций вынужден конкретизировать закладываемые в модель предположения о поведении центров и агента, то есть вводить допущения, в рамках которых моделируемая ОС описывается наиболее адекватно (с его субъективной точки зрения с учетом всей имеющейся объективной информации). Перейдем к формальным определениям.

Обозначим  $N_I = \{1, 2, \dots, n\}$  - множество критериев и определим множество действий, оценки которых при данном управлении и  $\hat{I}$  У эффективны по Парето<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup> Еще раз подчеркнем глубокую взаимосвязь (с точки зрения методов описания и исследования) между многоэлементными ОС с унитарным контролем и ОС РК. В многоэлементных ОС УК имеет место игра агентов и считается, что агенты выбирают вектор действий, принад-

$$(14) \text{Par}(A, u, \{f_i\}) = \{y \in A \mid \forall y' \in A (f_i(u, y') \geq f_i(u, y), \forall i \in N) \text{ и } f(u, y') = f(u, y)\},$$

то есть множество таких действий агента, что выбор любых других действий приводит к ухудшению оценок хотя бы по одному из критериев.

Определим также множество полуэффективных (оптимальных по Слейтеру) при данном управлении  $u \in U$  действий агента:

$$(15) \text{Sl}(A, u, \{f_i\}) = \{y \in A \mid \forall y' \in A \exists i \in N: f_i(u, y) < f_i(u, y')\}.$$

Естественно считать<sup>1</sup>, что множество реализуемых действий содержится в соответствующем множестве типа (14), то есть агент заведомо выбирает действия, недоминируемые по Парето.

Множество (14) может оказаться слишком широким для того, чтобы конструктивно его использовать как определение множества реализуемых действий  $P(u)$ , следовательно, хотелось бы определить  $P(u)$  таким образом, чтобы выполнялось  $P(u) \subseteq \text{Par}(u)$ .

Итак, при попытке определения множества решений игры в модели ОС РК, в которой агент имеет векторные предпочтения, мы сталкиваемся с традиционной для многокритериальной оптимизации и теории принятия решений при нескольких критериях проблемой – проблемой определения рационального выбора [16, 113]. Единственное требование, относительно необходимости удовлетворения которому согласны подавляющее большинство исследователей, это - аксиома Парето. Таким образом, помимо описанной выше игры центров, в ОС РК существует еще одна **характерная особенность - многокритериальность предпочтений агентов**, порождающая (как и наличие нескольких центров) необходимость корректного доопределения рационального выбора. Подробно эта

лежащий множеству равновесий Нэша  $E_N(\vec{u})$ , в ОС РК единственный агент выбирает вектор действий принадлежащий множеству Парето (14). Если интерпретировать критерий агента в ОС РК как самостоятельного агента, то получим многоэлементную ОС УК, причем множества Парето и Нэша могут не совпадать. Если же  $E_N(\vec{u}) \subseteq \text{Par}(\vec{u})$ <sup>1</sup>, то можно считать, что модели в определенном смысле эквивалентны.

<sup>1</sup> Отметим, что в скалярном случае ( $n_f = 1$ ) множества (14) и (15) оптимальных по Парето и по Слейтеру действий агента совпадают с множеством максимумов его целевой функции:

$$\text{Par}(A, u, f) = \text{Sl}(A, u, f) = P(u) = \text{Arg} \max_{y \in A} f(u, y).$$

проблема обсуждается в [3, 104, 113]. Там же приводится обзор известных подходов.

Будем считать, что выполнено следующее предположение:

**A.4.**  $n_f = n_u$ ;  $f_i = f_i(u_i, y)$ ,  $i \in \hat{I} N_f$ ,

то есть каждая компонента управления соответствует одному и только одному критерию оценки агентом своих действий.

С содержательной точки зрения можно считать, что каждому критерию (отражающему определенный аспект деятельности агента) соответствует некоторое управление и только оно.

Пусть ограничения на управление имеют следующий вид.

**A.5.**  $u_i \in U_i$ ,  $i \in \hat{I} N_u = \{1, 2, \dots, n_u\}$ .

Введем следующие обозначения. *Стратегия наказания*  $u_{ni}$  агента центром соответствует минимизации соответствующей компоненты целевой функции агента по стратегии центра:

$$(16) f_i(u_{ni}(y), y) = \min_{u_i \in U_i} f_i(u_i, y), \quad i \in \hat{I} N_u.$$

*Абсолютно оптимальная стратегия центра*  $\hat{u}_0$  соответствует максимизации его целевой функции по собственной стратегии:

$$(17) F(\hat{u}_0, y) = \max_{\hat{u} \in U} F(\hat{u}, y),$$

где  $\hat{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{n_u}) \in U$ . В рамках предположения A.5  $U = \prod_{i \in \hat{I} N_u} U_i$ .

Обозначим  $L_i$  - максимальное гарантированное значение  $i$ -ой компоненты целевой функции агента:

$$(18) L_i = \max_{y \in A} f_i(\hat{u}_H(y), y), \quad i \in \hat{I} N_f$$

$E_i$  - множество действий агента, обеспечивающих ему получение по соответствующему критерию выигрыша  $L_i$ :

$$(19) E_i = \{y \in A \mid f_i(\hat{u}_H(y), y) = L_i\}, \quad i \in \hat{I} N_f$$

$E = \bigcap_{i \in \hat{I} N_f} E_i$  - множество действий агента, обеспечивающих ему получение по каждому из критериев выигрыша (18);

$D_i$  - множество пар стратегий центра и агента, при которых значение соответствующей компоненты целевой функции агента строго превышает максимальное гарантированное значение:

$$(20) D_i = \{(\hat{u}, y) \in U \times A \mid f_i(u_i, y) > L_i\}, \quad i \in \hat{I} N_f$$



$D = \prod_{i \in N_f} D_i$  - множество пар стратегий центра и агента, при которых

значения всех компонент целевой функции агента строго превышают соответствующие максимальные гарантированные значения;

$K_1$  - максимальное на множестве  $D$  значение целевой функции центра:

$$(21) K_1 = \begin{cases} \sup_{(u, y) \in D} \Phi(\mathbf{r}(u, y)), & D \neq \emptyset \\ -\infty, & D = \emptyset \end{cases};$$

$K_2$  - максимальное на множестве  $E$  значение целевой функции центра:

$$(22) K_2 = \min_{y \in E} \max_{u \in U} F(\mathbf{r}(u, y));$$

$(\mathbf{r}(u_e, y_e), \hat{I} D^{-1} E)$  - пара  $\varepsilon$ -оптимальных стратегий центра и агента,

$\varepsilon > 0$ :

$$(23) \Phi(\mathbf{r}(u_e, y_e)) \geq K_1 - \varepsilon.$$

Теорема 2.8.4. [104]. Пусть для каждой из компонент целевой функции агента и для целевой функции центра выполнено предположение А.1, а также выполнены предположения А.4 и А.5. Тогда гарантированная эффективность управления есть  $K_g^* = \max\{K_1, K_2\} - \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , а стратегия

$$(24) u_e^* = \begin{cases} \mathbf{r}(u_e), & \text{если } y = y_e, K_1 > K_2 \\ \mathbf{r}(u_0), & \text{если } y \in E, K_1 \leq K_2 \\ \mathbf{r}(u_H), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

является гарантированно  $\varepsilon$ -оптимальной стратегией центра.

Содержательно в соответствии с результатом теоремы 2.8.4 центр фиксирует действие, которое он хочет реализовать, и наказывает агента (независимо по каждому критерию!) при выборе других действий (при этом агент получает выигрыши  $\{L_i\}$ ), поощряя за выбор реализуемого действия (выигрыши агента при этом строго превышают  $\{L_i\}$ ). В результате множество Парето состоит из единственной точки - реализуемого действия<sup>1</sup>.

Введем в рассмотрение множество  $D_0$  - множество пар стратегий центра и агента, при которых значение каждой из компонент целевой функции агента не меньше соответствующего максимального гарантированного значения:

<sup>1</sup> Еще раз отметим, что возможность независимого поощрения и наказания агента обусловлена предположениями А.4 и А.5.

$$(25) D_0 = \{(\hat{u}, y) \in \hat{U} \times A \mid f_i(u_i, y) \in L_i, i \in N_f\}.$$

**Теорема 2.8.5.** [104]. Пусть для каждой из компонент целевой функции агента и для целевой функции центра выполнено предположение А.1, а также выполнены предположения А.4, А.5 и ГБ. Тогда

$$(26) K^* = \mathop{\text{arg max}}_{(u, x) \in D_0} F(\hat{u}, x),$$

а стратегия

$$(27) \hat{u}^* = \begin{cases} \hat{u}^*, & \text{если } y = x^* \\ \hat{u}_H, & \text{если } y \neq x^* \end{cases},$$

где

$$(28) (\hat{u}^*, x^*) = \mathop{\text{arg max}}_{(u, y) \in D_0} F(\hat{u}, y)$$

является оптимальной стратегией центра<sup>1</sup>.

Перейдем к рассмотрению задачи стимулирования, в которой целевая функция агента имеет вид:

$$(29) w_i(s_i, y) = s_i(y) - c_i(y), i \in N_f,$$

где  $c_i(\cdot)$  -  $i$ -я компонента затрат агента, а целевая функция центра в рамках предположения А.4 имеет вид:

$$(30) W(\hat{S}, y) = H(y) - \sum_{i \in N_f} S_i(y).$$

Рассмотрим два случая.

**Случай 1.** В первом случае (для которого справедливы теоремы 2.8.4 и 2.8.5) выполнено предположение А.5, следовательно стимулирование агента за каждую компоненту деятельности может выбираться независимо от стимулирования других компонент, то есть  $s_i \in \hat{U}_i, i \in N_f$ . Если для каждой из компонент целевой функции агента выполнено предположение А.2, то возможна декомпозиция стимулирования (по аналогии с принципом декомпозиции игры агентов выше), которая реализуется следующим образом.

Из теорем 2.8.4 и 2.8.5 вытекают соответственно два следующих утверждения [104].

---

<sup>1</sup> Отметим, что в теоремах 2.8.4 и 2.8.5 не требуется скалярности множества допустимых действий агента.

Следствие 2.8.6. Система стимулирования

$$(31) S_{K_i}(y^*, y) = \begin{cases} c_i(y) + d_i, & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases}, y^* \in A, i \in N_f$$

реализует действие  $y^*$  и является  $d$ -оптимальной, где  $d = \sum_{i \in N_f} d_i$ .

При использовании центром системы стимулирования (31) действие  $y^* \in A$  является единственной Парето-оптимальной точкой.

Следствие 2.8.7. В рамках ГБ система стимулирования (31) с  $d = 0$  реализует действие  $y^*$  и является оптимальной.

**Случай 2.** Во втором случае предположение А.5 не выполнено, следовательно стимулирование агента за каждую компоненту деятельности не может выбираться независимо от стимулирования по другим компонентам, то есть ограничение на стимулирование имеет вид:  $S \in M$ . Тем не менее, в отличие от общего результата теоремы 2.8.5, задача стимулирования за счет своей специфики допускает простое решение и в этом случае.

Введем следующее предположение относительно множества допустимых управлений  $M$ .

**А.6.** Если  $S \in M$ , то " $a_i \in [0; 1], i \in N_f$ " выполнено:

$$(a_1 s_1, a_2 s_2, \dots, a_{n_f} s_{n_f}) \in M.$$

Содержательно, предположение А.6 означает, что множество допустимых управлений (имеющее вид конусного отрезка с вершиной в нуле) обладает следующим свойством: если допустимо некоторое управление (некоторый вектор выплат агенту), то допустимо любое другое управление, при котором вознаграждение агента за каждую из компонент его деятельности не ниже исходного.

Определим множество

$$(32) P_K(M) = \{y \in A \mid (c_1(y), c_2(y), \dots, c_{n_f}(y)) \in M\},$$

то есть множество действий агента, реализуемых в рамках ГБ<sup>1</sup> системами стимулирования типа (38) с  $d = 0$ , принадлежащими множеству  $M$ .

---

<sup>1</sup> При отказе от ГБ множество гарантированно реализуемых действий агента (являющееся внутренностью множества  $P_K(M)$ ) будет незамкнутым, что приведет к "техническим" проблемам при постановке и решении соответствующих оптимизационных задач (см. также раздел 2.1).

Обозначим  $P(M) = \bigcup_{\substack{\mathbf{r} \\ \mathbf{S} \in M}} \text{Par}(A, \mathbf{S}, \{f_i\})$  - множество действий, которые

могут быть реализованы (то есть сделаны эффективными по Парето) при использовании центром функций стимулирования из множества  $M$ .

Покажем, что класс систем стимулирования (31) (с параметром  $y^* \in \hat{I} A$ ) характеризуется максимальным множеством реализуемых действий.

Лемма 2.8.8. [104]. Пусть выполнены предположения А.1-А.4 и А.6. Тогда  $P_K(M) = P(M)$ .

Следствие 2.8.9. [104]. Пусть выполнены предположения А.1-А.4 и А.6. Тогда в рамках гипотезы благожелательности система стимулирования (31) с  $d = 0$  является оптимальной в классе  $M$ .

Оптимальное реализуемое действие в обоих случаях определяется из условия максимума целевой функции центра:

$$(33) \quad y^* = \arg \max_{y \in P_K(M)} \{H(y) - \sum_{i \in N_f} c_i(y)\}.$$

Отметим, что одним из преимуществ систем стимулирования вида (31) с  $d_i > 0$ ,  $i \in \hat{I} N_f$ , является то, что при их использовании центром множество Парето оптимальных стратегий агента состоит из единственной точки.

В результате рассмотрения задачи стимулирования в ОС с агентом, имеющим векторные предпочтения, можно сделать следующий общий качественный вывод: в силу аддитивности каждой из компонент целевой функции агента по стимулированию, а также в силу аддитивности целевой функции центра по стимулированию, набор целевых функций, отражающий предпочтения агента, может с точки зрения центра быть заменен единственной целевой функцией, являющейся их суммой ( $c(y) = \sum_{i \in N_f} c_i(y)$ ,  $s(y) = \sum_{i \in N_f} s_i(y) =$

$= J(y)$ ). При этом один агент с векторными предпочтениями может рассматриваться как  $n_f$  агентов, имеющих скалярные предпочтения и выбирающие одно и то же действие.

Таким образом, в модели ОС, в которой имеется агент с векторными предпочтениями, на каждую из компонент которых влияет соответствующая компонента вектора управлений) возможно аналитическое решение задачи управления.

Рассмотрим, наконец, наиболее общую модель ОС РК, в которой наиболее ярко проявляются все характерные для распределен-

ного контроля признаки - и игра центров, и векторные предпочтения агентов при векторных управлениях.

Введем следующее предположение.

**A.7.** Функции  $c(y)$ ,  $i \in \hat{I} N_f$ ;  $H^i(y)$ ,  $i \in \hat{I} K$ , удовлетворяют предположению A.2.

Целевая функция  $i$ -го центра в рассматриваемой модели стимулирования имеет вид:

$$(34) W(\mathbf{S}^i, y) = H^i(y) - \sum_{j \in N_f} S_j^i(y), \quad i \in \hat{I} K$$

где  $\mathbf{S}^i = (S_1^i, S_2^i, \dots, S_{n_f}^i)$  - вектор стимулирований, выбранный  $i$ -ым центром.

Предпочтения агента в общем случае описываются вектор-функцией с компонентами<sup>1</sup>:

$$(35) w(\mathbf{S}, y) = \sum_{j \in K} S_j^j(y) - c(y), \quad i \in \hat{I} N_f$$

В соответствии с результатами приведенных выше утверждений, минимальные суммарные затраты центров на стимулирование по реализации действия  $y \in \hat{I} A$  равны:

$$(36) J(y) = \sum_{i \in N_f} c_i(y).$$

Введем в рассмотрение систему стимулирования

$$(37) S_i^j(\hat{I}_i, y) = \begin{cases} I_i^j, & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases}, \quad i \in \hat{I} N_f, j \in \hat{I} K,$$

где  $\hat{I}_i = (I_i^1, I_i^2, \dots, I_i^k)$ ,  $i \in \hat{I} N_f$ . Величины

$$(38) I^i = \sum_{j \in N_f} I_j^i, \quad i \in \hat{I} K,$$

$$(39) I_j = \sum_{i \in K} I_j^i, \quad j \in \hat{I} N_f,$$

---

<sup>1</sup> Напомним, что в соответствии с принятой системой обозначений центры нумеруются верхними индексами, а компоненты целевой функции агента - нижними индексами.

определяют соответственно сумму затрат на стимулирование, выплачиваемых по всем компонентам  $i$ -ым центром, и выплачиваемых всеми центрами по  $j$ -ой компоненте целевой функции агента.

Из описанных выше результатов следует, что в рамках гипотезы благожелательности система стимулирования (37), для которой выполнено (40)  $I_j = c_j(y^*), j \hat{I} N_i$ ,

является минимальной системой стимулирования, реализующей действие  $y^* \hat{I} A$ .

Рассмотрим теперь условие того, что система стимулирования, описываемая матрицей  $I = \|I_i^j\|$ ,  $i \hat{I} N_i$ ,  $j \hat{I} K$ , является равновесием Нэша в игре центров. Определим максимальный выигрыш  $i$ -го центра при условии, что он самостоятельно побуждает агента выбирать те или иные действия:

$$(41) W_{\max}^i = \max_{y \in A} \{H^i(y) - \sum_{i \in N_f} c_i(y)\}, i \hat{I} K.$$

Наиболее выгодное для  $i$ -го центра действие агента в этом случае есть

$$(42) y_{\max}^i = \arg \max_{y \in A} \{H^i(y) - \sum_{i \in N_f} c_i(y)\}, i \hat{I} K.$$

Условие выгодности для  $i$ -го центра использования системы стимулирования (37) имеет вид

$$(43) H^i(y^*) - I^i \geq W_{\max}^i, i \hat{I} K.$$

Лемма 2.8.10. [104]. Пусть выполнены предположения А.3 и А.7. Тогда множество равновесий Нэша в игре центров имеет вид:

$$(44) L = \{I, y^* \mid I_i^j \geq 0, y^* \hat{I} A, (40), (43)\}.$$

Следовательно, если множество  $L$ , определяемое выражением (44) не пусто, то при использовании минимальных систем стимулирования (37) существует равновесие Нэша в игре центров, определяемое выражениями (40) и (43).

Упорядочим центры в порядке убывания величин  $W_{\max}^i$ ,  $i \hat{I} K$ , и введем следующее предположение относительно рационального выбора агента.

**А.8.** При заданной системе стимулирования агент выбирает из недоминируемых по Парето действий то действие, которое обеспечивает максимум суммарного стимулирования.

Лемма 2.8.11. [104]. Пусть выполнены предположения А.3, А.7 и А.8. Тогда, если множество  $L$  пусто, то равновесные<sup>1</sup> стратегии центров определяются следующими выражениями:

$$(45) S_i^{*j}(\lambda, y) = \begin{cases} I_i^j, & y = y^{*i} \\ 0, & y \neq y^{*i} \end{cases}, i \in N, j \in K,$$

$$(46) y^* = y^1 = y_{\max}^1,$$

$$(47) I_i^1 \geq 0, I^1 = J(y_{\max}^1) + W_{\max}^2 + e,$$

а  $y^i, I_i^j$  и  $e$  - любые, удовлетворяющие следующим условиям:

$$(48) y^i \in A, I^i \in [0; H^i(y^i)], i = \overline{2, k}, e \in (0; W_{\max}^1 - W_{\max}^2].$$

Содержательно диктатор обеспечивает агенту максимальное стимулирование, определяемое выражением (47).

Предположение А.8 нужно для доопределения рационального выбора агента, иначе при фиксированном суммарном выигрыше агента, равном  $W_{\max}^2 + e$ , может оказаться, что множество Парето содержит точки, отличные от  $y_{\max}^1$ .

Теорема 2.8.12. [104]. Пусть выполнены предположения А.3, А.7 и А.8. Тогда, если множество  $L$ , определяемое выражением (44), не пусто, то решение задачи стимулирования определяется выражениями (40) и (43), если  $L = \emptyset$ , то решение задачи стимулирования определяется выражениями (45)-(48).

В предельных случаях теорема 2.8.12 переходит в приведенные выше для частных случаев результаты.

Таким образом, в настоящем разделе приведено решение задачи стимулирования в АС векторными действиями и предпочтениями участников и распределенным контролем.

---

<sup>1</sup> Напомним, что выше мы условились в случае отсутствия равновесия Нэша считать равновесными те стратегии центров, которые устойчивы в смысле "условия угроз" (см. [17, 19, 27, 103, 120]).

## 2.9. Межуровневое и сетевое взаимодействие

Одним из показателей, по которым описывается ОС, является ее *структура* - совокупность информационных, управляющих и других связей между участниками ОС, включая отношения подчиненности и распределение прав принятия решений. Совокупность приведенных выше результатов анализа теоретико-игровых моделей ОС РК (то есть задач синтеза оптимальных управлений в ОС с заданной структурой) позволяет сравнивать эффективности различных структур и, следовательно, переходить к изучению задач синтеза оптимальных структур. Поэтому настоящий раздел посвящен в основном анализу сравнительных эффективностей различных структур управления организационными системами.

Под *линейной структурой* понимается такая структура, при которой подчиненность участников ОС имеет вид дерева, то есть каждый участник подчинен одному и только одному участнику более высокого уровня иерархии. Под *матричной структурой* понимается такая структура, при которой некоторые участники ОС могут быть подчинены одновременно нескольким, находящимся на одном и том же (следующем более высоком) уровне иерархии участникам (так называемое *двойное подчинение* [96]). Двухуровневой ОС с матричной структурой соответствуют модель распределенного контроля, описанная выше. *Межуровневое взаимодействие*, понимаемое как подчинение некоторых участников одновременно нескольким участникам, находящимся на различных уровнях иерархии, в ОС с матричной структурой отсутствует.

*Сетевой структурой* управления называется такая структура управления ОС, при которой могут иметь место и двойное подчинение, и межуровневое взаимодействие, причем одни и те же субъекты могут выступать как в роли управляющих органов, так и в роли агентов [96, 104].

Подробный анализ теоретико-игровых моделей межуровневого взаимодействия проведен в [96, 104], поэтому остановимся на ромбовидной структуре управления, являющейся элементом сетевой структуры управления и на сетевом взаимодействии, в рамках которого могут изменяться роли участников ОС.

Выше при рассмотрении двухуровневой ОС РК с несколькими центрами было установлено, что в игре центров в зависимости от



степени согласованности их интересов существуют два режима - режим сотрудничества и режим конкуренции. Исследуем соотношения выигрышей центров (значений их целевых функций) в этих двух режимах.

Режим сотрудничества имеет место, когда непусто множество  $L$  равновесий Нэша, задаваемое следующей системой неравенств:

$$(1) \sum_{i \in K} I^i = c(y^*),$$

$$(2) H^i(y^*) - I^i \geq W_{\max}^i, \quad i \in K.$$

Существенным преимуществом режима сотрудничества является его высокая эффективность (в смысле Парето). Недостатком является наличие большого числа равновесий Нэша, приводящее с точки зрения исследователя операций к неопределенности относительно конечного состояния ОС. *Неопределенность* присутствует также и с точки зрения центров, так как в рамках введенных предположений относительно информированности участников организационной системы и порядка ее функционирования при моделировании необходимо доопределять принципы рационального поведения центров - процедуры выбора ими стратегий из числа равновесных по Нэшу. Поэтому даже в режиме сотрудничества наличие метацентра, выполняющего лишь информационные функции, например - recommending выбор конкретного равновесия Нэша, может повысить эффективность функционирования ОС за счет снижения неопределенности и информационной нагрузки на центры (см. также обсуждение информационного фактора и фактора неопределенности в [96]). Кроме того, метацентр имеет возможность сознательно управлять равновесием в играх центров и агентов и максимизировать агрегированный критерий функционирования организационной системы в целом, быть может, посредством использования системы компенсаций для управляемых субъектов (см. ниже).

Пусть множество  $L$  пусто, то есть не существует решения системы неравенств (1)-(2). Тогда имеет место режим конкуренции, аукционному решению в котором соответствует вектор

$$(3) \hat{I} = (c(y_{\max}^1) + W_{\max}^2 + e, 0, \dots, 0).$$

Вектор значений целевых функций центров при этом равен:

$$(4) \vec{W}' = (W_{\max}^1 - W_{\max}^2 - e, H^2(y_{\max}^1), \dots, H^k(y_{\max}^1)).$$

Вектор (3) не удовлетворяет условиям (2) и не является равновесием Нэша, так как первый центр при неизменных стратегиях остальных центров может уменьшить выплаты агенту не изменяя при этом реализуемого действия. По этим же причинам можно утверждать, что решение в режиме конкуренции не может доминировать по Парето ни одно из решений, получаемых в режиме сотрудничества.

Итак, недостатки режима конкуренции очевидны, однако для возможности "перехода" от конкуренции к сотрудничеству необходимо введение дополнительных предположений о свойствах рассматриваемой модели. Эти предположения можно условно разделить на две группы: "внутренние" изменения и "внешние" изменения, обсуждаемые в [104].

Обозначим сумму функций дохода центров

$$(5) H(y) = \sum_{i \in K} H^i(y)$$

и рассмотрим максимальную коалицию (то есть коалицию, включающую все центры) с целевой функцией

$$(6) W(y) = H(y) - c(y).$$

Обозначим  $y_{\max} = \arg \max_{y \in A} W(y)$  - действие агента, максимизирующее

целевую функцию коалиции,  $W_{\max} = W(y_{\max})$  - максимальное значение целевой функции  $W(y)$ .

Пусть  $t^i$  - положительный, отрицательный или нулевой платеж, получаемый  $i$ -ым центром от коалиции. Условие сбалансированности платежей имеет вид:

$$(7) \sum_{i \in K} t^i = 0.$$

Примем следующее предположение относительно рационального поведения центров: будем считать решением кооперативной игры центров такой вектор их допустимых стратегий, реализующих действие  $y_{\max}$  (то есть максимизирующих суммарный выигрыш коалиции) и сбалансированных платежей, которые удовлетворяют условиям индивидуальной рациональности:

$$(8) H^i(y_{\max}) - I^i + t^i \geq W_{\max}^i, \quad i \in K.$$

Лемма 2.9.1. [104]. Если  $L \in \mathcal{E}$ , то  $S(\hat{I}_{\max}, y_{\max}) \hat{I} \in L$ .

Следовательно, режим сотрудничества возможность образования коалиции центров не снижает эффективности (в смысле Парето) управления. Содержательно величина  $(W_{\max} - \sum_{i \in K} W_{\max}^i)$  может рассматриваться как "интегральная" мера согласованности интересов центров.

Предположения относительно "внешних" параметров модели касаются, в первую очередь, изменений состава и структуры ОС - введению дополнительного уровня иерархии, то есть метаигрока, наделенного властью устанавливать правила игры участников ОС, принадлежащих нижележащим уровням иерархии.

Рассмотрим *ромбовидную структуру управления* трехуровневой ОС, состоящей из одного управляющего органа - *метацентра* - на верхнем уровне иерархии,  $k$  центров на промежуточном уровне, и одного агента на нижнем уровне иерархии. Метацентр имеет возможность использовать управления двух типов - институциональное управление и мотивационное управление.

*Институциональное управление* соответствует запрещению или разрешению тех или иных ситуаций, стратегий и т.д. Например, пусть метацентр установил достаточно сильные штрафы за использование "угроз" в режиме конкуренции. Тогда, даже если равновесия Нэша в игре центров не существует, устойчивым (и в смысле "угроз", которые запрещены, и в смысле Нэша) является следующее решение:

$$(9) \hat{I} = (c(y_{\max}^1), 0, \dots, 0),$$

то есть диктатор самостоятельно компенсирует затраты агенту, не переплачивая из-за боязни "угроз". Соответствующий решению (9) вектор значений целевых функций центров

$$(10) \hat{W} = (W_{\max}^1, H^2(y_{\max}^1), \dots, H^k(y_{\max}^1))$$

доминирует по Парето вектор  $\hat{W}'$ . Выигрыш (в смысле разности сумм значений целевых функций центров) от перехода от треугольной к ромбовидной структуре управления составляет  $W_{\max}^2$ . Разница между последней величиной и затратами на "содержание" метацентра может рассматриваться как оценка эффективности его

управления и, следовательно, как критерий целесообразности введения новой структуры управления.

Таким образом, условием осуществления институционального управления, заключающегося в использовании штрафов или поощрений центров, зависящих от стратегий последних, является наличие у метacentра соответствующих полномочий.

*Мотивационное управление.* Если институциональное управление основывалось на использовании метacentром стратегий, зависящих от стратегий центров, то мотивационное управление заключается в использовании им стратегий, зависящих от действий агента, то есть изменению целевых функций центров посредством их стимулирования за деятельность управляемого ими агента.

Пусть метacentр заинтересован в максимизации функции  $W(y)$  (см. выражение (6)) и использует систему  $\{s_i(y)\}_{i \in K}$  стимулирования центров. Целевая функция  $i$ -го центра при этом имеет вид:

$$W^i(y) = s_i(y) + H^i(y) - s^i(y), \quad i \in \bar{I} \subset K.$$

Затраты метacentра на управление складываются из стимулирования центров и стимулирования непосредственно агента<sup>1</sup>  $s_0(y)$ , то есть

$$u_0(y) = \sum_{i \in K} s_i(y) + s_0(y).$$

Таким образом, задача метacentра состоит в минимизации (выбором системы стимулирования) затрат  $u_0(y)$  на управление при условии обеспечения реализуемости действия агента, максимизирующего сумму целевых функций центров, равновесными по Нэшу стратегиями центров<sup>2</sup>.

Теорема 2.9.2. [104]. Решение задачи управления в трехуровневой ОС с ромбовидной структурой имеет вид:

$$(11) \quad s_i(y) = \begin{cases} \max\{W_{\max}^i - H^i(y_{\max}); 0\}, & y = y_{\max}, \quad i \in \bar{I} \subset K, \\ 0, & y \neq y_{\max} \end{cases}$$

$$(12) \quad s_0(y) = \begin{cases} c(y_{\max}) - \sum_{i \in K} \max\{H^i(y_{\max}) - W_{\max}^i; 0\}, & y = y_{\max} \\ 0, & y \neq y_{\max} \end{cases}.$$

<sup>1</sup> Отметим, что в рассматриваемой модели имеет место двойное междууровневое взаимодействие (см. выше), так как агент получает вознаграждения как от центров, так и от метacentра.

<sup>2</sup> Эта и подобные задачи являются традиционными задачами, возникающими при управлении сложными проектами, холдингами, вертикально интегрированными компаниями и т.д.

Содержательно, метацентр разделяет центры на два множества. В первое множество входят центры, которым невыгодна (с точки зрения условий их индивидуальной рациональности) реализация действия  $u_{max}$ . Этим центрам метацентр компенсирует потери в полезности. Во второе множество входят центры, которым выгодна реализация действия  $u_{max}$ . Они частично или полностью компенсируют затраты агента, а разность доплачивает метацентр в рамках межуровневого взаимодействия.

Так как характерным признаком **сетевого взаимодействия** является потенциальная возможность каждого из участников ОС выступать в роли центра или агента, или одновременно и в роли центра, и в роли агента (при взаимодействии с различными участниками), то опишем различие между этими "ролями".

В [104] показано, что в рамках идеологии иерархически игр **критерием отнесения конкретного участника ОС ко множеству управляющих органов или ко множеству управляемых субъектов является его приоритет в последовательности выбора стратегий и возможность выбирать в качестве своей стратегии «функцию» от стратегий игроков, имеющих более низкий приоритет.**

Например, если в некоторой ОС участники принимают решения последовательно и имеются три "момента" принятия решений, то можно условно рассматривать данную ОС как трехуровневую иерархическую систему. Участники, делающие первый ход, при этом интерпретируются как центры верхнего уровня иерархии, участники, делающие второй ход, интерпретируются как центры промежуточного уровня, а участники, выбирающие свои стратегии последними - управляемыми субъектами (агентами). Стратегии центров могут быть функциями от стратегий центров промежуточного уровня и агентов, стратегии центров промежуточного уровня - функциями от стратегий агентов. Следовательно, в рамках теоретико-игровой модели иерархическая структура ОС порождается фиксацией последовательности выбора стратегий и информированности участников.

Таким образом, в процессе сетевого взаимодействия каждый из участников в общем случае может выступать как в роли центра того или иного уровня иерархии, так и в роли агента. Фактическая роль участника определяется двумя факторами. Первый фактор

заключается во влиянии имеющегося отношения власти, то есть институциональной возможности определенного участника выступать в той или иной роли. Второй фактор заключается в целесообразности (эффективности, в том числе и экономической) этой роли как с точки зрения самого участника, так и с точки зрения других участников.

Примеры задач стимулирования для различных моделей, в которых участники могут выполнять различные роли, приведены в [104].

Кроме того, в [48, 104] показано, что минимальными играми, описывающие все разнообразие равновесных распределений выигрышей, являются игры  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_2^*$  (в играх  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1^*$  и  $\Gamma_1$  выигрыши участников строго доминируются по Парето выигрышами в любой из игр второго порядка, а игры третьего и более высокого порядка приводят к тем же векторам выигрышей). Отметим, что вектора полезностей участников ОС, соответствующие играм  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_2^*$ , недоминируемы по Парето. Поэтому, пожалуй, единственной альтернативой в этом случае является использование арбитражных схем (введение третьей стороны - арбитра, определяющего роли участников и/или дележи внутри области компромисса [76]), которые позволяют в рамках существующих институциональных ограничений однозначно определить распределение ролей и, следовательно, полезностей. В качестве арбитра в многоуровневой ОС может выступать управляющий орган, принадлежащий более высокому уровню иерархии.

В сетевом взаимодействии при распределении «ролей» существенную роль играет последовательность ходов: можно показать, что, если некоторое множество агентов имеет право первоочередного хода, то, сообщая соответствующие компоненты равновесных по Нэшу стратегий, они могут только сузить множество итоговых равновесий Нэша.

Другими словами, при фиксации части равновесных стратегий множество равновесных стратегий других игроков не расширяется. Следовательно, если исходное множество равновесий содержит более одного элемента, и различным его элементам соответствуют различные компоненты стратегий игроков из некоторого множества, то игроки из этого множества, выбирая свои стратегии первыми, могут сузить множество итоговых равновесий, то есть побудить остальных игроков к выбору определенных равновесных стратегий. Очевидно, что, если все элементы множества равновесий Нэша  $E_N$  эффективны по Парето, то всегда найдется игрок, для

которого изменение равновесия невыгодно. Так как "цена вопроса" для игроков из множества  $S$  определяется разностью между их выигрышами при текущем равновесии и максимумом выигрышей, которые они могут получить, изменяя равновесие внутри множества  $E_N$  за счет приоритета в моменте выбора стратегии, то возможно использование побочных платежей от игроков из множества  $S$  игрокам из множества  $I \setminus S$ , компенсирующих последним потери в полезности. При этом игроки из множества  $S$  могут интерпретироваться как центры. Альтернативой является введение дополнительного управляющего органа, устанавливающего побочные платежи, которые побуждают участников выбрать определенное равновесие Нэша (см. модели и примеры в [104]).

Проведенное рассмотрение сетевого взаимодействия участников ОС позволяет сделать вывод, что задача определения "ролей" участников ОС при заданных институциональных ограничениях является *задачей синтеза оптимальной структуры ОС*. Изучение метаигр, описывающих "игры" участников при определении их "ролей", представляется перспективным и актуальным направлением будущих исследований в теории управления социально-экономическими системами.

Приведенные выше и в [96, 104] результаты рассмотрения сетевых структур управления (межуровневого взаимодействия, ромбовидных структур и, в первую очередь, сетевого взаимодействия) позволяют сделать следующий общий качественный вывод: **одной из причин разделения функций управления (возникновения иерархий, распределения полномочий принятия решений и т.д.) в сложных организационных системах является необходимость и возможность повышения (как с точки зрения системы в целом, так и с точки зрения каждого из ее участников!) эффективности их взаимодействия за счет снижения неопределенности относительно поведения друг друга**. Примерами такого снижения неопределенности являются: отбор равновесий в режиме сотрудничества, исключение неэффективных равновесий в режиме конкуренции и при сетевом взаимодействии, перераспределение "ролей" в процессе сетевого взаимодействия и др.

## 2.10. Задачи стимулирования и формирование состава участников проекта

Как отмечалось в первой главе, нецикличность проекта делает особенно актуальной задачу формирования команды проекта – определения состава его участников. При решении этой задачи (для каждого потенциального состава) целесообразно использовать приведенные выше результаты решения задач стимулирования и определения структуры. Тем не менее, задача формирования состава представляет самостоятельный интерес и поэтому рассматривается в настоящем разделе (обзор подходов и результатов решения этого класса задач, полученных в теории управления социально-экономическими системами, в экономике организаций и в экономике труда, приведен в [104]).

Пусть имеются  $N$  АЭ – потенциальных участников (претендентов на участие) активной системы. Обозначим:  $\hat{A}$  – множество всех подмножеств множества  $N = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $I \in \hat{A}$  – некоторый элемент этого множества – *состав* АС, включающий  $n$  активных элементов  $|I| = n \in N$ .

Из предшествующего изложения известно, что в отсутствии ограничений на стимулирование минимальные затраты центра по побуждению АЭ из множества  $I$  к выбору вектора действий  $y_I$   $\hat{A}_I = \prod_{i \in I} A_i$  равны

$$(1) J(y_I) = \sum_{i \in I} c_i(y_i).$$

Если функция дохода центра  $H(x, I)$  в АС с составом  $I$  определена на множестве  $A_I$  действий АЭ, входящих в АС, и равна нулю при  $I = \emptyset$ , то есть

$$(2) H(x, I) = H(y_I),$$

то эффективность оптимального управления составом  $I$  равна

$$(3) F(I) = \max_{y_I \in A_I} \{H(y_I) - J(y_I)\}.$$

Тогда задача определения оптимального состава АС может быть формально записана как задача определения допустимого состава  $I^*$ ,  $|I^*| = n^*$ , максимизирующего эффективность (3):

$$(4) I^* = \arg \max_{I \in \mathfrak{N}} F(I)$$



при условии, что  $F(I) \geq 0$ . Последнее условие означает, что выигрыш центра должен быть неотрицателен (условие индивидуальной рациональности центра), так как центр всегда имеет возможность получить нулевой выигрыш, не включая в состав АС ни одного АЭ.

Трудности формулировки и решения задачи (4) обсуждаются в [104]. Частным случаем задачи определения оптимального состава АС, является *задача оптимизации заданного состава АС*, формулируемая следующим образом. Имеется АС, включающая множество АЭ  $I_0$ . Известно также множество  $J$  потенциальных участников,  $I_0 \dot{\cup} J = N$  и задан критерий эффективности  $K(I)$  состава  $I \in \hat{A}$ . Требуется найти оптимальный состав, то есть  $I^* = \arg \max_{I \in \mathfrak{K}} K(I)$ .

Частным случаем задачи оптимизации заданного состава АС, является задача определения максимальных подмножеств  $A \in \hat{I}^{I_0}$  и  $B \in \hat{I}^{I^J}$  таких, что  $A \in \hat{I}^{I^*}$ ,  $B \in \hat{I}^{I^*}$ . Еще более частной является (случай, когда  $|A| = I$  или  $|B| = I$ ) задача принятия решения об увольнении или найме одного АЭ – так называемая *задача о приеме на работу*.

Введем следующие предположения.

**A.1.** Целевая функция центра  $H(y) = \sum_{i \in I} y_i$ .

**A.2.** "  $y_i \in \hat{A}_i$  функция  $s_i(y)$  выпукла по  $y_i \in \hat{A}_i$ ,  $i \in I$ .

Теорема 2.10.1. [104]. Если затраты АЭ сепарабельны и выполнены предположения A.1 и A.2, то оптимальным является максимальный состав АС, то есть  $I^* = N$ .

Содержательно результат теоремы 2.10.1 обусловлен тремя факторами, то есть тем, что: во-первых, в окрестности нулевого действия доход центра растет быстрее, чем затраты АЭ; во-вторых, центр имеет постоянный доход на масштаб производства (его функция дохода линейна, то есть не существует никаких технологических ограничений на число АЭ, осуществляющих совместную деятельность в рамках данной АС); и, наконец, в-третьих, АЭ получают в равновесии нулевую полезность.

Предположим теперь, что центр должен гарантировать  $i$ -му АЭ, если он включен в АС, в равновесии минимальный уровень полезности  $\bar{U}_{i_{\max}}$ , и минимальный уровень полезности  $\bar{U}_{i_{\min}}$ , если он не включен в АС,

$\bar{U}_{i_{\max}} \geq \bar{U}_{i_{\min}}$ ,  $i \in N$ . При сепарабельных затратах АЭ минимальной системой стимулирования, реализующей действие  $y^*$ , является следующая квазикомпенсаторная система стимулирования:

$$s(y^*, y_i) = \begin{cases} c_i(y_i) + \bar{U}_{i_{\max}}, & y_i = y_i^*, \\ 0, & y_i \neq y_i^* \end{cases}, \quad i \in N. \text{ Определим следующие величины:}$$

ны:  $\Phi_i^* = \max_{y_i \in A_i} \{ y_i - c_i(y_i) - \bar{U}_{i_{\max}} \}$ ,  $i \in N$ . При этом целевая функция

$$\text{центра имеет вид: } F(I^*) = \sum_{i \in I^*} \Phi_i^* - \sum_{i \in N \setminus I^*} \bar{U}_{i_{\min}}.$$

Следствие 2.10.2. [104]. Оптимален состав  $I^* = \{i \in N \mid \Phi_i^* \geq \bar{U}_{i_{\min}}\}$ .

Если  $F^* = F(I^*) = \sum_{i \in I^*} \Phi_i^* - \sum_{i \in N \setminus I^*} \bar{U}_{i_{\min}} < 0$ , то ни один из составов не является допустимым.

Содержательно следствие 2.10.2 означает, что в состав АС следует включать только те АЭ, доход от деятельности которых с учетом затрат на их стимулирование превышает затраты на выплату им компенсаций в случае исключения из состава АС. Если значение целевой функции центра  $F^*$  на этом составе строго отрицательно, то это значит, что значения резервных заработных плат АЭ из набора  $N$  слишком велики по сравнению с тем эффектом, который приносит центру их участие в рассматриваемой АС (следует напомнить, что в рассматриваемой модели центр в любом случае обязан выплатить АЭ из набора  $N$  как минимум  $\sum_{i \in N} \bar{U}_{i_{\min}}$ ).

В рассмотренной выше модели учитывалась необходимость обеспечения участникам АС и АЭ, не входящим в ее состав, некоторого гарантированного уровня полезности. Модели, в которых АЭ гарантируется нулевой уровень полезности, но доход центра от привлечения дополнительных АЭ убывает с ростом числа АЭ, уже вошедших в состав АС, рассмотрены в [104].

Проведенный анализ задач формирования состава многоэлементных АС с сепарабельными затратами АЭ позволяет сделать вывод, что в этом классе моделей удастся на основании имеющейся информации упорядочить АЭ, и решать задачу определения опти-

мальной комбинации АЭ на множестве  $N$  комбинаций, а не на множестве всех возможных  $2^N$  комбинаций.

Откажемся от предположения о сепарабельности затрат, оставив в силе предположения А.1 и А.2. Задача синтеза оптимального состава АС примет вид:

$$(5) \hat{I} = \arg \max_{I \in \mathfrak{K}} F(I),$$

где

$$(6) F(I) = \max_{y_I \in A_I} \sum_{i \in I} \{y_i - c_i(y_I)\},$$

при условии, что  $F(\hat{I}) \geq 0$  (данное ограничение может не рассматриваться, если  $F(\mathcal{A}) = 0$  и  $\mathcal{A} \in \hat{\mathcal{A}}$ ).

При решении задачи (5) возникают две основные проблемы: высокая вычислительная сложность (большое число составов АС, для которых необходимо вычислять максимальные эффективности управления и сравнивать их между собой) и необходимость конструктивного определения затрат АЭ в зависимости от состава АС и действий всех АЭ, входящих в этот состав (напомним, что соответствующая зависимость для функции дохода центра вводится в предположении А.1).

Рассмотренные выше и в [104] частные случаи и примеры свидетельствуют, что можно выделить три общих подхода к решению задач формирования состава АС на основании рассмотрения задач стимулирования. Первый подход заключается в «лобовом» рассмотрении всех возможных комбинаций потенциальных участников АС. Его достоинство – нахождение оптимального решения, недостаток – высокая вычислительная сложность. Второй подход основывается на методах локальной оптимизации (перебора составов АС из некоторой окрестности определенного состава – см. постановки задач об оптимизации состава АС и приеме на работу выше). Используемые при этом эвристические методы в общем случае не дают оптимального решения и поэтому требуют оценивания их гарантированной эффективности. И, наконец, третий подход заключается в исключении заведомо неэффективных комбинаций АЭ на основании анализа специфики задачи стимулирования (например, упорядочение АЭ, имеющих сепарабельные затраты). При этом вычислительная сложность резко сокращается и удается получить точное (оптимальное) решение, но, к сожалению, данный подход применим далеко не всегда, и в каждом конкретном случае возможность его использования требует обоснования.

### **Глава 3. Стимулирование и корпоративные системы управления проектами**

В настоящей главе в контексте анализа роли стимулирования в УП рассматриваются: управление коммуникациями проекта, информационные технологии поддержки принятия решений в УП, проводится сравнительный анализ программного обеспечения для управления проектами (раздел 3.1), выделяются особенности внедрения процедур стимулирования и мотивации в корпоративных системах управления проектами (раздел 3.2).

#### **3.1. Информационные технологии управления проектами**

*Управление коммуникациями* проекта (управление взаимодействием, информационными связями) — управленческая функция, направленная на обеспечение своевременного сбора, генерации, распределения и сохранения необходимой проектной информации<sup>1</sup>. В качестве основных потребителей информации проекта выступают: проект-менеджер, заказчик, поставщики, проектировщики и непосредственные исполнители работ на местах.

*Информационная система управления проектом* - организационно-технологический комплекс методических, технических, программных и информационных средств, направленный на поддержку и повышение эффективности процессов управления проектом. В частности, выделяют: персональные компьютерные системы, распределенные интегрированные системы и интернет/интранет-технологии.

Целью интегрированных информационных систем поддержки принятия решений является организация и управление принятием решений при разработке и реализации проектов на основе современных технологий обработки информации. Основными функциями этих систем являются: сбор, передача и хранение данных; со-

---

<sup>1</sup> *Информационные аспекты: сбора и распределения информации о ходе реализации проекта (в том числе - отчетность о ходе выполнения проекта и документирование хода работ) подробно рассмотрены в [68, 131, 162, 197].*

держательная обработка данных в процессе решения функциональных задач управления проектами; представление информации в форме, удобной для принятия решений; доведение принятых решений до исполнителей. Основными функциональными элементами интегрированной информационной системы поддержки принятия решений на стадии выполнения проекта являются: модуль календарно-сетевого планирования и контроля работ проекта; модуль ведения бухгалтерии проекта; модуль финансового контроля и прогнозирования. Важнейшим компонентом интегрированных информационных систем поддержки принятия решений являются системы управления базами данных (СУБД). Их основными функциями являются поддержка целостности, защищенности, архивации и синхронизации данных в условиях многопользовательской работы.

Критерии анализа и оценки программного обеспечения (ПО) по управлению проектами приведены в [38, 66, 69, 126, 131]. В упомянутых работах также содержится обзор программного обеспечения по управлению проектами, представленного на российском рынке. Среди **программных продуктов недорогой части рынка** выделяются:

- *Microsoft Project 2000*. Отличительной особенностью этой программы, являющейся однопользовательским приложением, является ее простота и интерфейс, заимствованный от продуктов серии Microsoft Office 2000. Разработчики не стремятся вложить в пакет сложные алгоритмы календарно-сетевого и ресурсного планирования. В то же время, значительное внимание уделяется использованию современных технологий и стандартов, позволяющих эффективно интегрировать программный продукт с другими приложениями. Среди достоинств пакета следует отметить достаточно удобные средства построения отчетов. Наряду с этим, набор средств для планирования и управления ресурсами ограничен. В целом, Microsoft Project можно рекомендовать в качестве инструмента планирования и контроля небольших проектов пользователям-непрофессионалам в управлении проектами и новичкам.

- *TimeLine 6.5*. Программный продукт предоставляет следующие возможности: реализация концепции многопроектного планирования, что позволяет назначать зависимости между работами проектов; хранение информации по проектам в единой базе дан-

ных, поддерживающей ODBC; достаточно мощные алгоритмы работы с ресурсами, включающие их перераспределение и выравнивание между проектами, описание календарей ресурсов (в то же время, отсутствуют возможности описания и отображения иерархической структуры ресурсов организации); гибкие средства формирования отчетов; создание пользовательских колонок для расчета дополнительной информации по проекту; экспорт / импорт данных из других программных продуктов для управления проектами (MS Project, поздние версии TimeLine), баз данных (dBASE) и электронных таблиц (Lotus). Поддержка стандартов обмена данными DDE, OLE 2.0, макроязыка Summit Basic; публикация информации по проекту и отчетов в виде html – файлов (в версии 6.5.4). Система *Project Management Integrator*, поставляемая с TimeLine 6.5 Workgroup Edition, позволяет более продуктивно организовать работу в команде проекта. Система *Project Updater*, обеспечивающая дополнительные средства организации контроля за ходом выполнения работ проекта для программных продуктов Microsoft Project 98 и TimeLine 6.5. Его основные возможности заключаются в следующем: поддержка распределенной системы обновления данных по работам проекта и формирование отчетов о текущем состоянии проекта; интеграция данных проекта с другими корпоративными данными; документирование и архивирование проектной информации.

- *Spider Project* является российской разработкой. При этом он имеет несколько отличительных особенностей, позволяющих ему конкурировать с западными системами. Во-первых, это мощные алгоритмы планирования использования ограниченных ресурсов. В пакете реализована возможность использования при составлении расписания работ взаимозаменяемых ресурсов (пулы ресурсов). Использование ресурсных пулов избавляет менеджера от необходимости жестко назначать исполнителей на работы проекта. Еще одной особенностью пакета является возможность использования нормативно-справочной информации — о производительностях ресурсов на тех или иных видах работ, расходе материалов, стоимости работ и ресурсов. *Spider Project* позволяет создавать и использовать в расчетах любые дополнительные табличные документы и базы данных, вводить формулы расчета. Количество учитываемых в проектах показателей не ограничено. Превосходя

многие западные пакеты по мощности и гибкости отдельных функций, Spider Project, в целом, уступает в области программной реализации (использование стандартов обмена данными, пользовательский интерфейс и т. д.). Он имеет Windows - интерфейс, позволяет вводить и отображать данные диаграммах Гантта и PERT, однако программы расчета функционируют в DOS. Для создания пользовательских табличных отчетов по проекту необходимо использовать программу электронных таблиц AUTOPLAN (DOS - версия), которая входит в поставку Spider Project.

Среди **профессиональных программных продуктов** следует выделить:

- *OpenPlan* – система управления проектами в рамках предприятия, представляющая собой профессиональный инструмент для многопроектного планирования и контроля. Предусматривает полный набор параметров для описания различных характеристик работ по проекту. Структуризация данных проекта обеспечивается использованием: структуры разбиения работ (WBS); структуры кодирования работ; иерархическая структура ресурсов (RBS); организационная структура предприятия (OBS). Система OpenPlan включает три основных программных продукта: OpenPlan Professional, OpenPlan Desktop и OpenPlan Enterprise, каждый из которых предназначен для решения задач определенных участников проекта: проект – менеджера, команды проекта, ответственных за выполнение работ, субподрядчиков и т.д. *OpenPlan Professional* является рабочим инструментом менеджеров, управляющих крупными проектами. *OpenPlan Desktop* является упрощенным вариантом OpenPlan Professional и используется как инструмент для работы с небольшими проектами или частью крупного проекта. *OpenPlan Enterprise* включает в себя основные характеристики OpenPlan Professional и интегрирован с ERP (система управления ресурсами предприятия) – приложениями. Это позволяет распределять данные проектов между другими информационными системами предприятия.

- *Программные продукты фирмы Primavera Systems, Inc.* Все продукты этой фирмы разрабатываются в соответствии с идеологией Концентрического Управления Проектами (Concentric Project Management - CPM), в основе которой лежит структурированный, интегрированный и масштабируемый подход к координации лю-

дей, команд и проектов [70, 71, 146, 148, 161]. *Primavera Project Planner (P3) 2.0-3.0* - программный продукт, предназначенный для календарно-сетевое планирования и управления с учетом потребностей в материальных, трудовых и финансовых ресурсах. Выполняет функцию центрального хранилища проектов, содержащего все данные расписания, где руководители и планировщики проекта создают единые структуры проекта. P3 3.0 обеспечивает: управление группами проектов в многопользовательской среде, характерное для территориально распределенных, высокоинтенсивных и краткосрочных проектов, совместно использующих ограниченные ресурсы, в том числе, позволяет поддерживать одновременный санкционированный доступ к файлам проекта, что гарантирует оперативность корректировки данных, защищенность и достоверность информации; эффективный контроль больших проектов и целевых комплексных программ, содержащих до  $10^5$  работ, неограниченное число ресурсов и целевых планов; интеграцию в любую корпоративную систему управления за счет ODBC совместимой базы данных, поддержки OLE 2.0, чтения и записи файлов формата Microsoft Project, импорта и экспорта в форматы dBase, Lotus, а также путем обмена данными с программными продуктами ведущих мировых производителей ERP-систем – SAP AG, Oracle Corporation, The Vaan Company; обмен данными по электронной почте через MAPI/VIM совместимые почтовые системы; создание проекта из фрагментов предыдущих проектов, с учетом зависимостей между работами, назначенными ресурсами и стоимостными данными; отслеживание работ по проекту с помощью гибкого и мощного механизма кодирования работ, позволяющего легко организовать работы по ответственным, конструктивным элементам, видам работы, фазе проекта, кодам CPP и т.д.; использование PERT – представления (Primavera Easy Relationships Tracing), упрощающего задание логической последовательности работ. Определение и анализ проблемных ситуаций, в особенности в сетях больших проектов, с помощью специальных инструментов Trace Logic и Cosmic View; точный расчет расписания при многопроектном, долгосрочном планировании, позволяющий рассчитывать резерв каждого проекта при наличии межпроектных зависимостей между работами; сравнение с неограниченным числом целевых проектов, что является основой для проведения анализа «что - если», позво-



ляет определить необходимость изменений и повысить точность оценок на будущее; использование иерархических ресурсов для расчета их потребности на ранних этапах планирования. Учет нелинейного потребления ресурсов за счет описания кривых потребления. Мощные средства выравнивания ресурсов; проведение стоимостного анализ с любой степенью детализации за счет распределения расходов по статьям затрат. Возможность оценки «до» и «по» завершении, отслеживания и сохранения затрат как факт за период и как факт на дату. Поддержка методики освоенного объема [46, 53, 68, 161, 162]; быстрый перерасчет и изменение практических любых данных проекта посредством так называемых «Глобальных Замен». Возможность хранения дополнительных данных в виде «Пользовательских полей»; отчеты, дающие наглядное представление о состоянии проекта, представлены более чем 150-ю стандартными табличными, матричными и графическими формами. Возможность построения пользовательских отчетов за счет встроенных средств и использования внешнего приложения InfoMaker для построения отчетов любой степени сложности; создание web – сайта проекта и его публикация в Интернет / Интранет. *SureTrak Project Manager (ST) 3.0* - аналогичный P3 2.0 - 3.0 инструмент, предназначенный для управления небольшими проектами, либо частями крупных проектов. Может быть использован проектировщиками и подрядчиками как инструмент планирования и контроля работ, заказчиками в качестве средства отслеживания хода проекта. SureTrak позволяет учесть все сложности, возникающие на этапе реализации проектов, включая недопоставки сырья или оборудования, задержки платежей, спрогнозировать величину денежных потоков и т.д. *Webster for Primavera* используется совместно с P3 2.0-3.0 и позволяет участникам проекта просматривать список своих заданий и обновлять информацию об их выполнении из любой точки земного шара, используя для этого обычный веб-браузер. Он обеспечивает доступ к данным проекта через внутри-корпоративную сеть Intranet или глобальную сеть Internet в режиме реального времени. *MonteCarlo for Primavera* применяется для анализа рисков проекта, ведущихся в P3 2.0-3.0, и позволяет определять сроки работ и затраты на их выполнение с заданной вероятностью. *RA* дает возможность доступа к базе данных проектов, ведущихся в P3 2.0-3.0, что позволяет проводить интеграцию по-

следнего с другими приложениями. RA обеспечивает программистов процедурами расчета показателей работ проектов. Новая линия программных продуктов *Primavera Project Planner for the Enterprise (P3e)* поддерживает работу в архитектуре клиент-сервер, работает на базе таких реляционных СУБД, как Oracle и Microsoft SQL Server, за счет чего упрощается интеграция системы управления в существующую корпоративную информационную систему предприятия. Вместе с P3e поставляются два программных продукта: *Primavera Progress Reporter* в качестве средства автоматизации учета затрат рабочего времени исполнителей проектов (обновление информации осуществляется через Интернет или внутреннюю корпоративную сеть); *Primavera Portfolio Analyst* как инструмент для руководства предприятия - обеспечивает многокритериальный анализ всех одновременно ведущихся на предприятии проектов. В качестве исходной информации использует базу данных P3e. Уникальным (не имеющим аналогов в мире) инструментом автоматизации администрирования проекта, планирования и контроля выполнения договорных обязательств является система *Expedition 7.0*.

- *Artemis Views* состоит из набора модулей для автоматизации различных функций управления проектами: *ProjectView*, *ResourceView*, *TrackView*, *CostView*. Все модули совместимый формат данных, работают в архитектуре клиент/сервер, поддерживают ODBC стандарт и легко интегрируются с популярными СУБД Oracle, SQLBase, SQLServer, Sybase. Каждый модуль может работать как независимо, так и в комбинации с другими. Цена на это традиционно недешевое ПО рассчитывается исходя из заказываемой конфигурации. *ProjectView* позволяет: реализовать мультипроектную, многопользовательскую систему планирования и контроля проектов в организации; обеспечить механизм ограничения доступа при распределенной работе нескольких пользователей с проектом; формировать разнообразные отчеты за счет встроенных средств или с использованием специализированного ПО (например, Quest). *ResourceView* — специализированная система для планирования и контроля использования ресурсов. Поддерживаются средства выравнивания и оптимизации загрузки ресурсов. *TrackView* - средство для контроля и анализа выполнения работ, включая отслеживание временных, ресурсных и затратных показателей. Позволяет предоставлять информацию с различной степенью детализации: от под-

робных отчетов для ответственных до отчетов, содержащих укрупненные показатели для проект – менеджера и руководства организации. *CostView* обеспечивает централизованное хранение информации по всем затратам и доходам работ в проектах. Позволяет проводить расчет экономической эффективности проекта, денежных потоков и прогнозировать затраты до его завершения.

Завершив краткий обзор программного обеспечения по управлению проектами, рассмотрим особенности внедрения процедур стимулирования и мотивации в корпоративных системах управления проектами.

### **3.2. Внедрение процедур стимулирования и мотивации в корпоративных системах управления проектами**

В настоящем разделе описываются общие проблемы внедрения информационных технологий в системах управления проектами и анализируется специфика и опыт практического использования процедур стимулирования и мотивации.

Любая информационная система предполагает автоматизацию тех или иных функций. В случае системы управления проектами в качестве объекта автоматизации могут выступать функции разработки календарно-сетевых графиков работ, отслеживания фактического выполнения работ и т.д. Внедрение информационной системы управления проектами включает: подготовку функций управления проектами к вводу информационной системы в действие; проводятся работы по организационной подготовке подразделений, участвующих в выполнении функций; подготовку персонала; проводится обучение персонала и проверка его способности обеспечить функционирование информационной системы управления проектами; комплектацию информационной системы программным обеспечением и техническими средствами; проведение опытной эксплуатации информационной системы и ее доработку; проведение приемочных испытаний.

В общем случае, внедрить информационную систему, использующую «большие» и сложные программные средства оказывается гораздо труднее, чем использующую небольшие программные пакеты. Это связано и с высокой стоимостью такого решения, и с

определенными организационными трудностями, и со сложностью настройки конкретного рабочего места и т.п. Наиболее типичные проблемы при внедрении информационных систем управления проектами состоят в том, что:

- *Верхний уровень управления не «хочет» видеть реальную картину проекта.* Из информации о ходе выполнения проекта может следовать, что необходимо большее количество времени и ресурсов для выполнения работ, чем первоначально планировалось. С другой стороны, эта же информация требуется проект-менеджеру для соблюдения жестких ресурсных ограничений.

- *Верхний уровень управления может и не использовать программное обеспечение для планирования, бюджетирования и принятия решений.* Персонал верхнего уровня управления в большей степени использует традиционные методы, или отказывается воспринимать реальное положение вещей. В результате разрабатываемые ими планы оказываются необоснованными и далекими от реальности.

- *Проект-менеджеры могут и не использовать ежедневно программное обеспечение для своих проектов.* Они часто полагаются на другие методы и инструменты планирования из опыта предыдущих проектов.

- *Верхний уровень управления может несерьезно воспринимать потребность в обучении.* Проведение тренинговых курсов является одним из обязательных условий успешного внедрения, несмотря на то, что для каждого проекта требуется отдельный подход (проблемы обучения управленческого персонала использованию современных информационных технологий УП описаны в [33, 35, 68]).

- *Использование «распределенного» программного обеспечения требует четко налаженной системы внутренних коммуникаций.* Ответственные за распределение и использование ресурсов должны постоянно обмениваться информацией друг с другом.

- *«Большие» программные продукты не всегда обеспечивают быструю обработку информации.* Как правило, это является результатом не полного понимания того, как использовать возможности новой системы.

- *Организация может не иметь внутрифирменных стандартов* в части управления проектами. Это может выражаться в

плохо разработанной структуре декомпозиции работ работ (WBS), невозможности описать фазы жизненного цикла, нечетком понимании зависимостей между работами и т.п.

- *Внедрение может «выставить на показ»* отсутствие навыков планирования и организации у управляющих среднего звена. Их страх перед информационной системой может стать одним из основных препятствий при ее внедрении.

- *Область деятельности и организационная структура могут не подходить для внедрения системы управления проектами.* Процессы управления проектами, и в частности процесс распределения ресурсов, могут иметь место в матричной структуре. Если организация консервативна в использовании традиционных структур управления, то вероятность успешного внедрения информационной системы достаточно невелика.

- *Внедрение сложных информационных систем управления проектами требует большого количества ресурсов* (персонал, оборудование и т.д.).

- *Необходимо знать место информационной системы в организации.* Должна ли она использоваться на всех уровнях управления? Должна ли она использоваться только для высокоприоритетных проектов?

- *Информационная система может рассматриваться как замена живому и неформальному общению, передаче навыков и опыта внутри персонала.* Она не должна ставить взамен этому жесткие каналы коммуникаций.

- *Внедрение информационной системы имеет меньше шансов на успех, если в организации нет понимания основных принципов управления проектами, либо у руководства отсутствует желание их изучать.*

Наиболее часто встречающиеся ошибки планирования внедрения систем для управления проектами, которые являются причинами неудач освоения таких систем, рассматриваются в [131]. Общие рекомендации по внедрению программного обеспечения для управления проектами включают следующее:

- Необходимо четко представлять цели и преимущества, ожидаемые от внедрения новой системы. Результаты внедрения системы должны быть согласованы со всеми, кто связан с ее внедрением или будет участвовать в ее эксплуатации.

- Последовательное внедрение разработанных решений от «простого к сложному», от локальных к глобальным. Рекомендуется начать с планирования и контроля временных параметров, затем освоить функции стоимостного планирования и контроля и только после этого переходить к ресурсному планированию. К интеграции системы управления проектами с другими системами лучше переходить после того, как процедуры использования основных ее функций освоены.

- Последовательное внедрение системы, начиная с небольших проектов и отделов организации. Необходимо помнить, что в каждой организации есть сотрудники, заинтересованные в использовании новых систем автоматизации и способные их освоить. Начать лучше именно с них. Получив первую группу пользователей, освоивших систему, можно переходить к распространению данной технологии на остальные отделы и проекты в организации.

Завершив обсуждение общей специфики использования корпоративных информационных систем управления проектами, перейдем к обобщенному анализу опыта и результатов внедрения процедур стимулирования и мотивации.

Проведенное исследование позволяет сделать следующий общий качественный **вывод**: стимулирование в УП является системообразующим фактором, обеспечивающим согласованную совместную деятельность участников проекта по достижению требуемого конечного результата. В то же время, в методологии УП на сегодняшний день не учитывается в должной степени специфика стимулирования как метода управления и, как следствие, в современных автоматизированных системах управления проектами не выделяются специально программные средства, позволяющие анализировать и синтезировать эффективные процедуры стимулирования и мотивации.

Несмотря на отмеченные «пробелы» в методологии УП и соответствующем ПО, процедуры мотивации и стимулирования используются на практике. Опыт внедрения корпоративных систем УП на основе теоретических результатов, приведенных в настоя-

щей работе и в [103, 104], позволяет сформулировать следующие **рекомендации** по использованию процедур стимулирования в УП<sup>1</sup>.

◆ Если целью центра (ПМ) является декомпозиция взаимодействия взаимосвязанных исполнителей (агентов) с целью выделения индивидуального вклада каждого из них, то это может быть достигнуто использованием *принципа декомпозиции*, заключающегося в следующем. Если стимулирование каждого агента может основываться на результатах деятельности всех агентов, то вознаграждение должно как минимум компенсировать его затраты в случае достижения требуемого индивидуального результата (выполнения плана), независимо от деятельности других агентов; если стимулирование каждого агента может основываться только на результатах его деятельности, то вознаграждение должно как минимум компенсировать его затраты в случае выполнения плана в предположении, что остальные агенты выполняют свои планы (теоремы 2.1.2–2.1.3). При этом сила «штрафов» за невыполнение плана (отклонение от равновесия) должны быть достаточной для предотвращения этих отклонений (теорема 2.1.3).

◆ Если принцип декомпозиции ориентирован на то, чтобы выделить индивидуальный вклад каждого из взаимозависимых агентов в конечный результат, то *принцип агрегирования* позволяет осуществлять управление на основе информации об агрегированных показателях деятельности агентов, их групп, коллективов и т.д. Суть этого принципа заключается в том, чтобы побуждать агентов выбирать такие комбинации своих действий, которые приводили бы к требуемому результату с минимальными затратами. При этом центр сообщает агентам требования к конечному результату и агенты вынуждены самостоятельно приходить к равновесию (теорема 2.2.1). Выгодность использования подобных управления для центра очевидна, так как значительно сокращает его информационную нагрузку. Достаточно неожиданным является тот факт, что наличие агрегирования не приводит к снижению эффективности управления – в соответствии с теоремой 2.2.2, если центр интересу-

---

<sup>1</sup> Автоматизированные информационные системы УП при этом являются средством получения, обработки и передачи информации, необходимой для принятия управленческих решений в соответствии с приводимыми ниже рекомендациями.

ет только конечный результат деятельности (как это имеет место в большинстве случаев в УП), то эффективность управления одинакова как в случае наблюдения центром индивидуальных действий агентов, так и в случае наблюдения только конечного результата их совместной деятельности.

◆ Совместное гармоничное использование принципов декомпозиции и агрегирования позволяет найти рациональный баланс в распространенной в УП дилемме о рациональном соотношении стимулирования за этапы работы и за результат работы в целом. Например, определенная доля стимулирования может быть рассчитана на побуждение к выполнению объемов работ (в том числе – сдельная оплата за объемы работ), а другая доля – на побуждение к достижению требуемого результата (в том числе – премии за завершение пакетов работ и т.д., то есть оплата по результату). В сложных проектах исполнителей нижних уровней целесообразно стимулировать в основном за объемы работ, но с ростом уровня иерархии (в стимулировании ПМ среднего и высшего звена) доля оплаты за результат должна возрастать.

◆ Принципы декомпозиции и агрегирования имеют место и в условиях неопределенности (внешней и/или внутренней), если использовать в них гарантированную компенсацию затрат, при которой центр рассчитывает на наихудшие (с учетом всей имеющейся информации) с его точки зрения значения неопределенных параметров (оптимальные управления для различных случаев информированности даются теоремами 2.4.1-2.4.6).

◆ Согласование интересов и координация деятельности при использовании унифицированного (одинакового для групп агентов) и/или коллективного стимулирования возможна только если назначаемые планы обеспечивают минимизацию суммарных затрат (в смысле решения задачи о назначении – см. теорему 2.3.3), причем оптимальная система стимулирования прогрессивна, то есть вознаграждение растет с ростом эффективности деятельности (теорема 2.3.7). Кроме того, если используется сдельная оплата (пропорциональная результатам деятельности – объему выполненных работ, отработанному времени и т.д.), то при слабо связанных агентах<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Напомним, что агенты считаются слабо связанными [100, 103], если при наличии общих технологических и ресурсных ограничений условия и 128



использование унифицированных процедур стимулирования не приводит к снижению эффективности управления (теорема 2.3.9).

◆ Использование в УП процедур стимулирования, основывающихся на соревновании и конкурсе агентов эффективно, если система оценки деятельности и процедура планирования (назначения планов) таковы, что агентам, обладающим большей эффективностью, назначаются большие планы (см. теорему 2.3.8).

◆ При решении задач планирования (определения желательных действий и результатов деятельности исполнителей, а также критериев их оценки) в условиях неопределенности (неполной информированности о существенных внешних и внутренних параметрах проекта, его участников, внешней среды и т.д.) необходимо обеспечивать гарантированное согласование интересов и координацию деятельности при всех возможных (в рамках имеющейся информации) значениях неопределенных параметров (модели и методы согласованного планирования в условиях неопределенности рассмотрены в разделе 2.5).

◆ Традиционно стимулирование понимается как воздействие на интересы и предпочтения управляемых субъектов со стороны управляющих органов, то есть изменение их предпочтений (путем поощрений и/или штрафов) таким образом, чтобы сделать выгодным для агентов выбор действий и достижение результатов, требуемых центру. Другой аспект стимулирования как метода управления заключается в том, чтобы воздействовать на множества допустимых действий и ресурсы агентов (то есть управлять ограничениями и ресурсами, определяющими эти ограничения) – см. раздел 2.6.

◆ Частным случаем управления ограничениями и ресурсами является управление «производственными цепочками», то есть набором агентов, взаимодействующих последовательно в силу технологических или причинно-следственных ограничений (примером в проектной деятельности является сетевой график, в производственной деятельности – вертикально интегрированные компании). Основное требование к управлению этим классом систем заключается в том, что оно должно обеспечивать выполнение

---

*результаты деятельности каждого из них зависят только от его собственных действий.*

технологических ограничений, что может достигаться, в частности, за счет того, что планы и стимулирование каждого агента должны побуждать его выбирать действия, обеспечивающие допустимость таких действий всех остальных агентов, которые приводят к требуемому результату их совместной деятельности (см. теорему 2.7.1).

◆ Специфической чертой матричных структур управления, характерных для проектно-ориентированных организаций, является подчиненность одного и того же агента одновременно нескольким центрам, функции которых могут быть различными (координирующая, обеспечивающая, контролирующая и т.д.). При этом центры, осуществляющие управление одним агентом, оказываются вовлеченными в «игру», равновесие в которой имеет достаточно сложную структуру. В частности можно выделить два устойчивых режима взаимодействия центров – режим сотрудничества и режим конкуренции (см. теорему 2.8.3). В режиме сотрудничества центры действуют совместно, что позволяет добиваться требуемых результатов деятельности управляемого агента с использованием минимального количества ресурсов. В режиме конкуренции, который возникает, если цели центров (отражающие желаемые для них результаты деятельности управляемого агента) различаются достаточно сильно, ресурсы расходуются неэффективно. Переход от режима конкуренции к режиму сотрудничества требует согласования интересов центров, что может осуществляться управляющими органами более высоких уровней иерархии методами стимулирования, описанными для модели «ПМ-исполнитель» (см. разделы 2.1 и 2.8). Другими словами, в многоуровневых системах для обеспечения эффективного функционирования системы в целом каждый более высокий уровень иерархии должен осуществлять согласование своих интересов и интересов всех нижележащих элементов<sup>1</sup>.

◆ В УП деятельность как управляемых субъектов (исполнителей), так и управляющих органов (центров, ПМ) носит, как правило, многоплановый характер, то есть описывается несколькими показателями и оценивается участниками проекта (одними и теми

---

<sup>1</sup> Подобный подход позволяет распространить результаты исследования двухуровневых моделей на многоуровневые иерархические системы (естественно, с учетом специфики последних) [96, 104].

же или различными) по различным показателям. При этом мотивация и стимулирование агентов за достижение различных результатов (точнее – различных аспектов одного результата их деятельности) должно быть согласовано между собой, то есть управляющее воздействие должно быть непротиворечивым и комплексным (структура оптимального управления для этого случая дается теоремой 2.8.12).

♦ В многоуровневых структурах УП центры имеют возможность использовать управления нескольких типов – в том числе – институциональное управление и мотивационное управление. Институциональное управление соответствует запрещению или разрешению тех или иных ситуаций, стратегий и т.д. (см. также управление ограничениями и ресурсами выше). Мотивационное управление заключается в использовании управляющих стратегий, зависящих от действий и результатов деятельности управляемых субъектов. При этом стимулирование управляющего органа промежуточного уровня может (а во многих случаях должно!) основываться на результатах деятельности тех агентов, управление которыми входит в его компетенцию (решение задачи синтеза оптимальной процедуры стимулирования для многоуровневой структуры УП дается теоремой 2.9.2).

♦ Умение решать задачи стимулирования для фиксированного состава участников проекта позволяет формулировать и решать задачи определения оптимального состава участников проекта, в том числе, подзадачи оптимизации заданного состава и привлечения новых исполнителей. Результат теоремы 2.10.1 свидетельствует, что без учета издержек по поддержанию состава и издержек привлечения оптимальным является максимальный состав. Для избежания подобных негативных эффектов необходимо учитывать перечисленные издержки и основывать кадровую политику не на анализе всех допустимых комбинаций потенциальных участников проекта, а ограничиваться комбинациями, в которых они упорядочены по эффективности реализации требуемых функций (см. раздел 2.10).

♦ Для УП характерно наличие сетевого взаимодействия участников проекта, признаком которого является потенциальная возможность каждого из них выступать в роли центра или агента, или одновременно и в роли центра, и в роли агента (при взаимодейст-

вии с различными участниками). При этом критерием отнесения конкретного участника ко множеству управляющих органов или ко множеству управляемых субъектов является его приоритет в последовательности выбора стратегий и возможность выбирать в качестве своей стратегии «функцию» от стратегий игроков, имеющих более низкий приоритет (то есть иерархическая структура системы УП порождается фиксацией последовательности выбора стратегий и информированности участников). Фактическая роль конкретного участника определяется двумя факторами. Первый фактор заключается во влиянии имеющегося отношения власти, то есть институциональной возможности определенного участника выступать в той или иной роли. Второй фактор заключается в целесообразности (эффективности) этой роли как с точки зрения самого участника, так и с точки зрения других участников и целей проекта в целом. Приведенные в разделе 2.9 результаты свидетельствуют, что одной из причин разделения функций управления (возникновения иерархий, распределения полномочий принятия решений и т.д.) в сложных проектах является необходимость и возможность повышения (как с точки зрения системы в целом, так и с точки зрения каждого из ее участников) эффективности их взаимодействия за счет снижения неопределенности относительно поведения друг друга.

Таким образом, приведенные рекомендации, основывающиеся как на результатах теоретического анализа формальных моделей (см. вторую главу) и общих требований к процедурам стимулирования (см. раздел 1.3), так и на опыте практического внедрения корпоративных систем УП (см. раздел 3.1), отражают совокупность принципов, которым должны удовлетворять эффективные процедуры стимулирования в УП.

## Литература

1. Абакумова Н.Н. Политика доходов и заработной платы. М.: ИНФРА-М, 1999. – 223 с.
2. Адамчук В.В., Кокин Ю.П., Яковлев Р.А. Экономика труда. М.: Финстатинформ, 1999. - 431 с.
3. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов: основы теории. М.: Наука, 1990. – 236 с.
4. Акоф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах. М.: Сов. радио, 1974. - 272 с.
5. Алиев В.С., Кононенко А.Ф. Об условиях точного агрегирования в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ РАН, 1991. – 28 с.
6. Алиев В.С., Цветков А.В. Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации / Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1985. С. 35-42.
7. Андреев С.П., Бурков В.Н., Динова Н.И., Кондратьев В.В., Цветков А.В., Черкашин А.М. Механизмы функционирования организационных систем. Обследование, описание и моделирование. М.: ИПУ, 1983. – 52 с.
8. Андреев С.П., Кондратьев В.В., Константинова Н.В., Цветков А.В. Задачи согласованной оптимизации в активных системах и их применение / X Всесоюзное совещание по проблемам управления. Тезисы докладов, книга II. М.: ВИНТИ, 1986. С. 320 - 321.
9. Андреев С.П., Кондратьев В.В., Цветков А.В. Модели механизмов реализации целевых программ / Первая Всесоюзная конференция «Синтез и проектирование многоуровневых систем управления». Тезисы докладов. Часть 1. Барнаул: Алтайский государственный университет, 1982. С. 51 - 52.
10. Ансоф И. Стратегическое управление. М.: Экономика, 1989. - 519 с.
11. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. - 72 с.
12. Арсланов М.З. Скаляризация задачи построения множества оптимальных по Слейтеру решений // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 8.
13. Ашимов А.А., Бурков В.Н., Джапаров Б.А., Кондратьев В.В. Согласованное управление активными производственными системами. М.: Наука, 1986. - 248 с.
14. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 1999. – 55 с.
15. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях / Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976. С. 172 – 215.
16. Березовский Б.А., Барышников Р.М., Борзенко В.И., Кемпнер Л.М. Многокритериальная оптимизация: математические аспекты. М.: Наука. - 128 с.
17. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. - 255 с.

18. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. - 234 с.
19. Бурков В.Н., Гуреев А.Б., Новиков Д.А., Цветков А.В. Эффективность ранговых систем стимулирования // Автоматика и телемеханика. № 8. 2000. С. 115 - 125.
20. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. - 245 с.
21. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // Автоматика и Телемеханика. 1993. № 11. С. 3 - 30.
22. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 - 25.
23. Бурков В.Н., Квон О.Ф., Цитович Л.А. Модели и методы мультипроектного управления. М.: ИПУ РАН, 1998. – 62 с.
24. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В., Цветков А.В. Элементы теории оптимального синтеза механизмов функционирования двухуровневых активных систем. I. Необходимые и достаточные условия оптимальности правильных механизмов функционирования в случае полной информированности центра // Автоматика и Телемеханика. 1983. № 10. С. 139 - 144.
25. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В., Цветков А.В. Элементы теории оптимального синтеза механизмов функционирования двухуровневых активных систем. II. Синтез оптимальных правильных механизмов функционирования в случае полной информированности центра // Автоматика и Телемеханика. 1984. № 11.
26. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В., Цветков А.В. Элементы теории оптимального синтеза механизмов функционирования двухуровневых активных систем. III. Некоторые задачи оптимального согласованного планирования в случае неполной информированности центра // Автоматика и Телемеханика. 1984. № 12.
27. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. - 384 с.
28. Бурков В.Н., Ириков В.А. Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994. - 270 с.
29. Бурков В.Н., Кондратьев В.В., Цыганов В.В., Черкашин А.М. Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984. - 272 с.
30. Бурков В.Н., Ланда Б.Д., Ловецкий С.Е., Тейман А.И., Чернышев В.Н. Сетевые модели и задачи управления. М.: Советское радио, 1967. – 144 с.

31. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.
32. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.
33. Бушуев С.Д., Колосова Е.В., Хулап Г.С., Цветков А.В. Методы и средства разрешения конфликтов при управлении сложными проектами / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами. С.-Пб., 1995. С. 212 – 216.
34. Вагнер Г. Основы исследования операций. М.: Мир, 1972. Т. 1 – 4.
35. Васильев Д.К., Карамзина Н.С., Колосова Е.В., Цветков А.В. Деловая игра как средство внедрения системы управления проектами / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1999.
36. Васильев Д.К., Колосова Е.В., Хулап Г.С., Цветков А.В. Системы и механизмы реализации проектов: опыт внедрения / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1997. Том 1. С. 683 – 687.
37. Васильев Д.К., Колосова Е.В., Цветков А.В. Процедуры управления проектами // Инвестиционный эксперт. 1998. №№ 31-35.
38. Васильев Д.К., Колосова Е.В., Цветков А.В. Российский опыт внедрения корпоративных систем управления проектами // Аналитический банковский журнал. Бюллетень финансовой информации. 1998. №2(33). С. 10 - 14.
39. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Математика конфликта и сотрудничества. М.: Знание, 1973. - 64 с.
40. Веснин В.Р. Практический менеджмент персонала. М.: Юрист, 1998. – 496 с.
41. Вилкас Э.Й. Оптимальность в играх и решениях. М.: Наука. - 1990. - 256 с.
42. Виханский О.С., Наумов А.И. Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. М.: Изд-во МГУ, 1996. - 416 с.
43. Волгин Н.А. Николаев .В. Доходы работника и результативность производства. М.: Универсум, 1994. – 274 с.
44. Воропаев В.И. Модели и методы календарного планирования в автоматизированных системах управления строительством. М.: Стройиздат, 1974. – 232 с.
45. Воропаев В.И. Управление проектами в России. М.: Аланс, 1995.-225 с.
46. Гаврилов Н.Н., Карамзина Н.С., Колосова Е.В., Лысаков А.В., Цветков А.В. Анализ и управление проектами. Практический курс: Учебное пособие. М.: Изд-во Рос. Экон. акад., 2000. – 114 с.
47. Гвишиани Д.М. Организация и управление. М.: Наука, 1970. - 382 с.
48. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. М.: Наука, 1976. - 327 с.
49. Гермейер Ю.Б., Ерешко Ф.И. Побочные платежи в играх с фиксированной последовательностью ходов // ЖВМ и МФ. 1974. № 14. С. 1437 – 1450.

50. Гермейер Ю.Б. Об играх двух лиц с фиксированной последовательностью ходов // ДАН СССР. 1971. Е. 198. № 5. С. 1001 - 1004.
51. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. -144 с.
52. Горский Ю.М. Системно-информационный анализ процессов управления. Новосибирск: Наука, 1988. - 327 с.
53. Гриценко Н.Л., Зеленова А.В., Колосова Е.В., Цветков А.В. От сметы к проекту / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1999. С. 661 – 670.
54. Губко М.В., Спрысков Д.С. Учет кооперативного взаимодействия активных элементов в механизмах распределения ресурса и активной экспертизы / «Управление в социально-экономических системах». Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000.
55. Джапаров Б.А., Кондратьев В.В., Цветков А.В., Шангитбаев Ж.К. Оптимальное согласованное управление процессом шихтоподготовки / Методы исследования сложных систем. Труды конференции молодых ученых. М.: ВНИИСИ, 1985. С. 52 - 57.
56. Дудашова В.П. Мотивация труда в менеджменте. Кострома: КГТУ, 1996. - 80 с.
57. Дункан Д.У. Основополагающие идеи в менеджменте. М.: Дело, 1996. - 272 с.
58. Егоршин А.П. Управление персоналом. Н.Новгород: НИМБ, 1997. - 607 с.
59. Еналеев А.К., Кондратьев В.В., Цветков А.В. Синтез оптимальных механизмов функционирования в условиях неопределенности / IX Всесоюзное совещание по проблемам управления. М.: Институт проблем управления, 1983. С. 372 - 373.
60. Зуховицкий С.И., Радчик И.А. Математические методы сетевого планирования. М.: Наука, 1965. – 296 с.
61. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. М.: Наука, 1979. - 304 с.
62. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. - 606 с.
63. Карпов А.В. Психология принятия управленческих решений. М.: Юристь, 1998. - 440 с.
64. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
65. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. - 238 с.
66. Клименко С.В., Крохин И.В., Куц В.М., Лагутин Ю.Л. Электронные документы в корпоративных сетях. М.: Анкей, 1998. – 272 с.
67. Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979. - 504 с.



68. Колосова Е.В., Новиков Д.А., Цветков А.В. Методика освоенного объема в оперативном управлении проектами. Москва, 2001.
69. Колосова Е.В., Цветков А.В. Информатизация корпоративного управления проектами / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1999.
70. Колосова Е.В., Цветков А.В. Концентрическое управление проектами // READ.ME: Журнал для корпоративных пользователей. № 2. 1999. С. 22 - 23.
71. Колосова Е.В., Цветков А.В. Корпоративные системы управления проектами на базе программных продуктов Primavera. М.: Материалы конференции «Офисные Информационные Системы '96», Центр Информационных Технологий, 1996.
72. Колосова Е.В., Халимов К.В., Цветков А.В. Глава 14 «Планирование проекта», Глава 16 «Контроль и регулирование проекта», Глава 18 «Управление работами по проекту», Глава 23 «Управление коммуникациями проекта» / В кн.: Управление проектами. Справочное пособие. Под редакцией И.И. Мазура и В.Д. Шапиро. М.: Высшая школа, 2001 – 875 с. (с.423-466, с.497-513, с.523-543, с.715-738).
73. Кондратьев В.В., Тихонов А.А., Цветков А.В. Частично согласованное планирование в условиях неполной информированности центра / Материалы Всесоюзного семинара "Управление большими системами". Алма-Ата: КазПТИ, 1983. - С. 18 - 19.
74. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 211 с.
75. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
76. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000. – 108 с.
77. Кукушкин Н.С., Морозов В.В. Теория неантагонистических игр. М.: МГУ, 1984. – 104 с.
78. Кунельский Л.Э. Зарплата, доходы, стимулирование. М.: Экономика, 1968. - 183 с.
79. Кунельский Л.Э. Заработная плата и стимулирование труда: социально-экономический аспект. М.: Экономика, 1981. - 248 с.
80. Леонтьев А.Н. Потребности, мотивы, эмоции. М.: МГУ, 1971. - 41 с.
81. Либерзон В.И. Основы управления проектами. М.: Нефтяник, 1997. - 150 с.
82. Литвинцева Н.А. Психологические аспекты подбора и проверки персонала. М.: Бизнес-школа "Интел-синтез", 1996. - 317 с.
83. Майерс Д. Социальная психология. СПб.: Питер, 1998. – 688 с.
84. Маслоу А.Г. Мотивация и личность. СПб.: Евразия, 1999. – 479 с.
85. Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996. - 160 с.
86. Месарович М., Мако Д., Такахага И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. - 344 с.

87. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998. - 800 с.
88. Мильнер Б.З., Евенко Л.И., Раппопорт В.С. Системный подход к организации управления. М.: Экономика, 1983. - 224 с.
89. Мир управления проектами / Под. ред. Х. Решке, и Х. Шелле. М.: Аланс, 1993. - 304 с.
90. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982. - 286 с.
91. Молодцов Д.А. Устойчивость принципов оптимальности. М.: Наука, 1987. - 280 с.
92. Морозов А.И., Палюлис Н.К., Цветков А.В. Анализ системы стимулирования тематического подразделения / Неопределенность, риск, динамика в организационных системах. М.: ИПУ РАН, 1984. С. 14 - 23.
93. Морозова Л.Л. Труд и заработная плата. СПб.: "ИЧП-Актив", 1997. - 382 с.
94. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. - 464 с.
95. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. - 707 с.
96. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. - 150 с.
97. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 - 26.
98. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. - 68 с.
99. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. - 108 с.
100. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. - 216 с.
101. Новиков Д.А., Цветков А.В. Декомпозиция игры активных элементов в задачах стимулирования // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 2. С. 173 - 180.
102. Новиков Д.А., Цветков А.В. Агрегирование информации в задачах стимулирования // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 4.
103. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000 - 184 с.
104. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001.-118 с.
105. Ногин В.Д., Протодяконов И.О., Евлампиев И.И. Основы теории оптимизации. М.: Высшая школа, 1986. - 384 с.

106. Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М.: Наука, 1977. - 248 с.
107. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях М.: Наука, 1979. - 218 с.
108. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. - 206 с.
109. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971. - 230 с.
110. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. М.: Высшая школа, 1989. - 367 с.
111. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. - 304 с.
112. Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. М.: Логос, 1998. – 280 с.
113. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
114. Попова И.М. Стимулирование трудовой деятельности как способ управления (социологический анализ). Киев: Наукова думка, 1976. - 208 с.
115. Поспелов Г.С., Ириков В.А., Курилов А.Е. Процедуры и алгоритмы формирования комплексных программ. М.: Наука, 1985. – 424 с.
116. Поспелов Г.С., Ириков В.А. Программно-целевое планирование и управление. М.: Советское радио, 1976. - 344 с.
117. Пригожин А.И. Современная социология организаций. М.: Интерпресс. 1995. - 296 с.
118. Прошкин Б.Г., Поварич И.П. Основы теории и практики стимулирования труда. Кемерово, КГУ, 1988. - 87 с.
119. Психологический словарь / Под ред. В.П. Зинченко. М.: Педагогика - Пресс, 1996. - 440 с.
120. Сандак Н.Н. Некоторые общесистемные и математические аспекты теории систем с соревнующимися элементами / Управление техническими и организационными системами с применением вычислительной техники. Труды XXIII конференции молодых ученых. М.: Наука, 1979. С. 160 - 171.
121. Санталайнен Т. Управление по результатам. М.: Прогресс, 1988.-320с.
122. Симионова Н.Е. Управление реформированием строительных организаций. М.: Синтег, 1998. – 224 с.
123. Спивак В.А. Организационное поведение и управление персоналом. СПб.: Питер, 2000. – 412 с.
124. Старобинский Э.Е. Как управлять персоналом. М.: Бизнес-школа "Интел-синтез", 1998. - 368 с.
125. Технология и опыт вывода предприятия из критического и банкротного состояния в конкурентоспособное / Под. ред. В.А. Ирикова. Москва, 1996. – 232 с.

- 126.** Титов С.А., Цветков А.В. Описание программных средств по управлению проектами и проектному анализу. Приложение 14-1 / Реструктуризация предприятий и компаний. Под ред. И.И. Мазур, В.Д. Шапиро и др. Справочное пособие. М.: Высшая школа, 2000. - 587 с.
- 127.** Толковый словарь по управлению проектами / Под ред. В.К. Иванец, А.И. Кочеткова, В.Д. Шапиро, Г.И. Шмаль. М.: ИНСАН, 1992.
- 128.** Травин В.В., Дятлов В.А. Основы кадрового менеджмента. М.: Дело, 1997. - 336 с.
- 129.** Управление проектами. Зарубежный опыт / Под. ред. В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТри», 1993. – 443 с.
- 130.** Управление проектами / Общая редакция – В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТри», 1996. – 610 с.
- 131.** Управление проектами: справочное пособие / Под ред. И.И. Мазура, В.Д. Шапиро. М.: Высшая школа, 2001. – 875 с.
- 132.** Федченко К.А.. Модели управления активными системами с распределенным контролем и векторными предпочтениями активных элементов/ Тезисы докладов ХLI конференции МФТИ. Долгопрудный, 1998. Часть 2.
- 133.** Федченко К.А.. Механизмы управления активными системами с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 1998 (на правах рукописи).
- 134.** Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.- 352 с.
- 135.** Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика. М.: Дело, 1993. – 864 с.
- 136.** Фролов С.С. Социология. М.: Гардарики, 2000. – 344 с.
- 137.** Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность. М.: Педагогика, 1986. Том 1. - 408 с.; Том 2 - 392 с.
- 138.** Цветков А.В. Информационные свойства сложных систем / XIV Международная конференция по когерентной и нелинейной оптике. Тезисы. 24-27 сентября 1991 г., Ленинград, С. 20.
- 139.** Цветков А.В. Исследование и разработка методов согласованной оптимизации в условиях неопределенности и их применение в системах оперативного управления / Диссертация на соиск. уч. ст. к.т.н., М.: ИПУ РАН, 1986. – 226 с.
- 140.** Цветков А.В. Многокритериальная согласованная оптимизация при неопределенности в активных системах / Декомпозиция и координация в сложных системах. Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции. Ч. II. Челябинск: Челябинский политехнический институт, 1986. С. 103 - 104.
- 141.** Цветков А.В. Модель механизма реализации целевой программы выполнения и перевыполнения плана в условиях неопределенности / Теоретические и прикладные задачи оптимизации. М.: Наука, 1985. С. 60 - 65.

142. Цветков А.В. О выборе согласования в двухуровневой активной системе с неопределенностью / Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. М.: Институт проблем управления, 1985. С. 30 - 34.
143. Цветков А.В. Свойства множеств согласованных управлений в случае нескольких целей согласования / Тезисы докладов X Всесоюзного совещания-семинара «Управление иерархическими активными системами». Тбилиси: Мецниереба, 1986. С. 49.
144. Цветков А.В. Согласованное планирование в задаче выполнения и перевыполнения плана в условиях неопределенности / Материалы VIII Всесоюзного семинара-совещания: «Управление большими системами». Алма-Ата: Каз.ПТИ, 1983. С. 61 - 63.
145. Цветков А.В. Структуры и механизмы управления проектами / Международная конференция по проблемам управления (29 июня – 2 июля 1999 года).: Тез. докл. в трех томах. Т.2.- М.: Фонд «Проблем управления», 1999. С. 305 - 307.
146. Цветков А.В. Условия оптимальности согласованных механизмов функционирования при неопределенности / Неопределенность, риск, динамика в организационных системах. М.: Институт проблем управления, 1984. С. 73 - 81.
147. Цыганов В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. М.: Наука, 1991. - 166 с.
148. Шахбазов А.Ш., Цветков А.В. Primavera берет проекты «ЮКОСа» под контроль // Нефтегазовая вертикаль. Аналитический журнал. № 6 (55), апрель 2001 г. С. 86 - 87.
149. Шекшня С.В. Управление персоналом современной организации. М.: Бизнес-школа "Интел-синтез", 1997. - 336 с.
150. Шибутани Т. Социальная психология. Ростов-на-Дону: Феникс, 1998. – 544 с.
151. Эренберг Р.Дж., Смит Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996. - 800 с.
152. Янг С. Системное управление организацией. М.: Советское радио, 1982. - 456 с.
153. Armstrong M. Reward management. London, 2000. - 804 p.
154. Baker B., Shreer B. Carrots and sticks: using rewards in the quality environment // Proceedings of 26-th Annual PMI Symposium. New Orleans, 1995.
155. Blanchard F., Hassold R. Enhancing productivity through project management // Proceedings of 27-th Annual PMI Symposium. Boston, 1996.
156. Burkov V.N., Yenaleev A.K., Marin L.F., Kondratev V.V., Tsvetkov A.V. Design of functioning mechanism for two-level organizational systems with the center incompletely informed / Scientific Papers of the Institute of Technical Cybernetics of Wrocław Technical University. Systems Science VII International Conference on Systems Science. Abstracts of Papers, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław. 1981. № 63.

- 157.** Byars L.L., Leslie W.R. Human resource management. Boston: Homewood, 1991. - 545 p.
- 158.** Cleland D.I., King W.R. Management: a systems approach. N.Y.: McGraw Hill, 1972. - 442 p.
- 159.** Czarnecki M.T. Managing by measuring: How to improve your organization's performance through effective benchmarking. N.Y.: American management association, 1999.
- 160.** Dinsmore P.C. Winning in business with enterprise project management. N.Y.: American management association, 1999.
- 161.** Fleming Q.W., Hoppelman J.M. Earned value Project Management. PMI, 1996. – 141 p.
- 162.** Forsberg K., Mooz H., Cotterman H. Visualizing project management: a model for business and technical success. N.Y.: John Wiley & Sons, 2000.
- 163.** Frank J. The new Keynesian economics: unemployment, search and contracting. Brington: Wheatsheaf books, 1986. - 283 p.
- 164.** Green J., Stockey N. A comparison of tournaments and contracts // Journal of Political Economy. 1983. Vol. 91. N 3. P. 349 - 364.
- 165.** Grossman S., Hart O. An analysis of the principal-agent problem // Econometrica. 1983. Vol. 51. N 1. P. 7 - 45.
- 166.** Hall C.S., Lindsey G. Theories of personality. N.Y.: Wiley, 1970. - 622 p.
- 167.** Handbook of labor economics / Ed. by O. Ashenfelter, R. Layard. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1986. Vol.1 – 787 p. Vol. 2. – P. 788 – 1273.
- 168.** Hart O.D., Holmstrom B. Theory of contracts // Advances in economic theory. 5th world congress. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 71 - 155.
- 169.** Hart O.D. Optimal labor contracts under asymmetric information: an introduction // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. N 1. P. 3 - 35.
- 170.** Herzberg F. Work and the nature of man. N.Y.: World Publishing Company, 1966. - 184 p.
- 171.** Hurwicz L. On informationally decentralized systems / Decision and organization. Amsterdam: North-Holland Press, 1972. P. 297 - 336.
- 172.** Itoh H. Incentives to help in multi-agent situations // Econometrica. 1991. Vol. 59. № 3. P. 611 - 636.
- 173.** Kerzner H. Project management: a systems approach to planning, scheduling and controlling. N.Y. John Wiley & Sons, 1998.
- 174.** Kliem R.L., Ludin I.S. Project management practitioner's book. N.Y.: American Management Association, 1998.
- 175.** Kuehn R.R., Khandekar R.P., Scott C.R. The effects of marginality and reward on matrix conflict // Project management journal. 1996. September. P. 17-26.
- 176.** Lasear E., Rosen S. Rank-order tournaments as optimal labor contracts // Journal of Political Economy. 1981. Vol. 89. N 5. P. 841 - 864.

- 177.** Lawler E.L. Pay and organization effectiveness: a psychological view. N.Y.: McGraw Hill, 1971. - 378 p.
- 178.** Laufer A., Raviv E., Stuckhart G. Incentive programs in construction projects // Project management journal. 1992. Vol. XXIII. June. P. 23-30.
- 179.** Lientz B.P., Rea K.P. Project management for the 21-st century. San Diego: Academic Press, 1998.
- 180.** Ma C. Unique implementation of incentive contracts with many agents // Review of Economic Studies. 1988. Vol. 55. № 184. P. 555 - 572.
- 181.** Madsen K.B. Theories of motivation. A comparative study of modern theories of motivation. Kent State Univ. Press, 1968. - 365 p.
- 182.** Malcomson J.M. Rank-order contracts for a principal with many agents // Review of Economic Studies. 1986. Vol. 53. N 5. P. 803 - 817.
- 183.** Management and motivation / Ed. by V.H.Vroom, E.L.Deci, London: Pengium books, 1989. - 399 p.
- 184.** Marchak J., Radner R. Economic theory of teams. New Haven - London: Yale Univ. Press, 1976. - 345 p.
- 185.** Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. - 981 p.
- 186.** McClelland D.C. Human motivation. Glensiew: Scott et al, 1985. - 663 p.
- 187.** Mintzberg H., Quinn J.B. The strategy process: concepts, contexts, cases. London: Prentice Hall, 1988.
- 188.** Mookherjee D. Optimal incentive schemes with many agents // Review of Economic Studies. 1984. Vol. 51. № 2. P. 433 - 446.
- 189.** Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. - 568 p.
- 190.** Myerson R.B. Optimal coordination mechanisms in generalized principal-agent problems // Journal of Mathematical Economy. 1982. Vol.10. №1. P. 67 - 81.
- 191.** Perlman R. Labor theory. N.Y.: Wiley, 1969. - 237 p.
- 192.** Peters T.J., Watermann R.H. In search of excellence. NY: H&R, 1982. - 360 p.
- 193.** Primavera Project Planner: Manual Guide.
- 194.** Simon H. Administrative behavior. N.Y.: Frece Press, 1976. - 364 p.
- 195.** The principles of project management / Ed. by J.S. Pennypacker. N.Y.: PMI, 1997.
- 196.** Toney F., Powers R. Project manager pay // Proceedings of 27-th Annual PMI Symposium. Boston, 1996.
- 197.** Turner J.R. The handbook of project-based management. London: McGraw-Hill Companies, 1999.
- 198.** Vroom V.H. Work and motivation. N.Y. Wiley, 1964 - 334 p.
- 199.** Wysocky R.K., Beck R., Crane D.B. Effective project management. N.Y. John Wiley & Sons, 2000.