

Задача 1. Заданную функцию $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ представить:
 1) таблицей своих значений, 2) множеством M_1 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых f принимает значение 1, 3) множеством M_0 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых f принимает значение 0, 6) картой Карно, 7) на двоичном единичном кубе.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1.1. 0111001011110001. | 1.2. 0001110000111011. |
| 1.3. 1100111001110010. | 1.4. 0101000111000101. |
| 1.5. 1100010110100110. | 1.6. 1001110100011010. |
| 1.7. 0100110000011110. | 1.8. 1111000100111011. |
| 1.9. 0000110101110110. | 1.10. 1011101011000101. |
| 1.11. 0011101100011110. | 1.12. 0111011001011010. |
| 1.13. 0001111010111010. | 1.14. 0101101010011101. |
| 1.15. 1011101011011100. | 1.16. 1011000101111100. |
| 1.17. 1001110101111100. | 1.18. 0011011101111100. |
| 1.19. 1101110001110111. | 1.20. 0111110010001101. |
| 1.21. 0111011111100010. | 1.22. 1000110101000101. |
| 1.23. 1110001010111001. | 1.24. 0100010101000111. |
| 1.25. 1011100110000110. | 1.26. 0100011101110011. |
| 1.27. 1000011001110011. | 1.28. 0101011001110011. |
| 1.29. 0111010001010110. | 1.30. 0101011001010110. |

Задача 2. Для данной формулы построить таблицу истинностных значений и определить, является ли формула

- а) общезначимой, б) выполнимой,
 в) опровержимой, г) невыполнимой.

- 2.1. $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)),$
 $\neg(((x \rightarrow y) \rightarrow (\neg z \rightarrow u)) \rightarrow w) \rightarrow (x \rightarrow (u \rightarrow x)),$
 $(x \vee \neg x) \equiv \neg x, (x \cdot \neg x) \equiv x.$
- 2.2. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow yz)),$
 $\neg((x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z))),$
 $(x \rightarrow y) \rightarrow ((\neg(x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow yz)).$
- 2.3. $(x \rightarrow z) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \equiv (y \rightarrow z))),$
 $\neg((xy \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z))),$
 $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)).$
- 2.4. $(x \equiv x) \vee x, (x \cdot x) \equiv x, (x \vee x) \equiv x,$
 $\neg((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \cdot y \rightarrow z)),$
 $(x \vee \neg y) \equiv \neg(x \vee y), x \cdot y \equiv y \cdot x.$

А.А.НАБЕБИН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА
 И
 ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

- 2.19. $y \rightarrow (x \vee y)$,
 $\neg(y \rightarrow (x \vee y))$,
 $(x \vee (y \vee \neg z)) \equiv ((x \vee y) \vee z)$.
- 2.20. $(x \rightarrow y) \equiv (\neg y \rightarrow \neg x)$,
 $\neg(x \rightarrow (y \rightarrow x))$,
 $x \rightarrow (\neg y \rightarrow (x \vee y))$.
- 2.21. $x \equiv \neg \neg x$,
 $\neg(\neg(x \vee y) \equiv \neg x \cdot \neg y)$,
 $((x \vee \neg y) \equiv \neg(x \cdot y))$.
- 2.22. $(x \cdot \neg y) \equiv (\neg x \vee y)$,
 $\neg((x \vee xy) \equiv x)$,
 $xy \rightarrow \neg y$.
- 2.23. $x(yz) \equiv (xy)z$,
 $\neg(\neg(x \vee y) \equiv (\neg x \cdot \neg y))$,
 $x(x \vee \neg y) \equiv x$.
- 2.24. $(x \vee xy) \equiv x$,
 $\neg(x \vee (y \vee z)) \equiv (x \vee y) \vee z$,
 $xy \rightarrow x$.
- 2.25. $x(x \vee y) \equiv x$,
 $\neg(x \equiv \neg \neg x)$,
 $\neg x \vee xy \equiv x$.
- 2.26. $x(y \vee z) \equiv (xy \vee xz)$,
 $\neg((x \cdot y) \rightarrow y)$,
 $\neg x \rightarrow (y \rightarrow x)$.
- 2.27. $x \vee \neg \neg x \cdot y$,
 $\neg(x \rightarrow (x \vee y))$,
 $(x \rightarrow \neg y) \equiv (\neg x \vee y)$.
- 2.28. $(x \vee y) \equiv (\neg \neg x \cdot \neg \neg y)$,
 $\neg(x \vee \neg y)$,
 $x \rightarrow (\neg x \vee y)$.
- 2.29. $(x \cdot y) \equiv (\neg \neg x \vee \neg \neg y)$,
 $\neg(x \cdot y \rightarrow x)$,
 $\neg x \vee \neg \neg x$.
- 2.30. $\neg x \rightarrow (\neg y \rightarrow x \vee y)$,
 $\neg((x \vee yz) \equiv (x \vee y)(x \vee z))$,
 $y \rightarrow x \vee \neg y$.

Задача 2. Для данных формул построить таблицу истинностных значений, упростить формулы и построить для обеих формул схемы из функциональных элементов для дизъюнкции, конъюнкции, отрицания, импликации.

- 2.5. $x \vee y \equiv y \vee x$, $x \cdot y \equiv y \cdot x$,
 $\neg((\neg x \rightarrow \neg y) \rightarrow ((\neg y \rightarrow x) \rightarrow y))$,
 $(xy \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow (\neg(y \rightarrow z)))$.
- 2.6. $((x \rightarrow y) \rightarrow (\neg z \rightarrow u)) \rightarrow w \rightarrow ((w \rightarrow x) \rightarrow (u \rightarrow x))$,
 $\neg((x \vee y) \equiv (y \vee x))$, $\neg((x \cdot y) \equiv (y \cdot x))$,
 $(\neg x \rightarrow \neg y) \rightarrow ((\neg y \rightarrow x) \rightarrow \neg y)$.
- 2.7. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z))$,
 $\neg((x \rightarrow z) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \equiv (y \rightarrow z))))$,
 $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (\neg(xy \rightarrow z))$.
- 2.8. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z))$,
 $\neg((x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow yz)))$,
 $((x \rightarrow y) \rightarrow (\neg z \rightarrow \neg u)) \rightarrow \neg w \rightarrow ((w \rightarrow x) \rightarrow (z \rightarrow x))$.
- 2.9. $(\neg y \rightarrow x) \rightarrow ((y \rightarrow x) \rightarrow x)$,
 $\neg((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)))$,
 $x \vee yz \equiv (x \vee y) \cdot (\neg x \cdot \neg y)$.
- 2.10. $(xy \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z))$,
 $\neg((x \vee x) \equiv x)$, $\neg((x \cdot x) \equiv x)$,
 $x \cdot \neg(yz) \equiv (xy)z$.
- 2.11. $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (xy \rightarrow z)$,
 $\neg((\neg y \rightarrow x) \rightarrow ((y \rightarrow x) \rightarrow x))$,
 $(x \rightarrow y) \rightarrow ((\neg y \rightarrow z) \rightarrow (\neg x \rightarrow z))$.
- 2.12. $(\neg x \rightarrow \neg y) \rightarrow ((\neg y \rightarrow x) \rightarrow y)$,
 $\neg((x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)))$,
 $(x \vee z) \rightarrow (\neg(y \rightarrow z) \rightarrow ((x \vee y) \rightarrow z))$.
- 2.13. $(x \vee yz) \equiv (x \vee y)(x \vee z)$,
 $\neg((x \rightarrow y) \equiv (\neg y \rightarrow \neg x))$,
 $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z))$.
- 2.14. $(x \vee (y \vee z)) \equiv ((x \vee y) \vee z)$,
 $\neg((x \rightarrow y) \equiv (\neg x \vee y))$,
 $x(\neg y \vee z) \equiv (xy \vee xz)$.
- 2.15. $x \rightarrow (y \rightarrow x)$,
 $\neg(\neg x \rightarrow (\neg y \rightarrow \neg(x \vee y)))$,
 $\neg(x \vee y) \equiv (x \cdot \neg y)$.
- 2.16. $xy \rightarrow x$,
 $\neg(x(y \vee z) \equiv (xy \vee xz))$,
 $(\neg y \rightarrow x) \rightarrow ((y \rightarrow x) \rightarrow \neg x)$.
- 2.17. $xy \rightarrow y$,
 $\neg((x(yz) \equiv (xy)z))$,
 $(x \rightarrow y) \equiv (y \rightarrow \neg x)$.
- 2.18. $x \rightarrow (x \vee y)$,
 $\neg(x(x \vee y) \equiv x)$,
 $\neg x \equiv \neg \neg \neg x$.

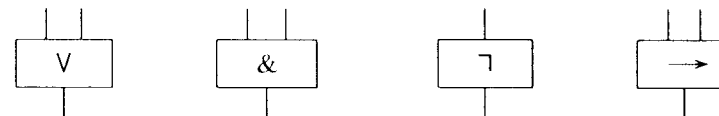
- 3.7. {0,1,4,7}. 3.8. {0,2,4,7}. 3.9. {4,5,7}.
 3.10. {4,6,7}. 3.11. {2,3,7}. 3.12. {0,1,4,5,6}.
 3.13. {1,3,7}. 3.14. {0,1,2,3,6}. 3.15. {0,5,7}.
 3.16. {2,6,7}. 3.17. {0,5,6}. 3.18. {0,1,2,3,5}.
 3.19. {0,3,6}. 3.20. {0,3,5}. 3.21. {1,2,3,4,6}.
 3.22. {1,2,3}. 3.23. {1,4,6}. 3.24. {0,2,4,5,6}.
 3.25. {0,6,7}. 3.26. {0,1,5,6,7}. 3.27. {2,4,5,6}.
 3.28. {3,4,5,7}. 3.29. {1,4,6,7}. 3.30. {4,5,7}.

Задача 4. Найти все тупиковые и все минимальные ДНФ и КНФ для всюду определенной функции. Одну из минимальных форм реализовать схемой с элементами для $\&$, \vee , \neg .

- 4.1. 1001001110011011. 4.2. 0010100011011111.
 4.3. 1101111100100010. 4.4. 1001100110111001.
 4.5. 1110110011001100. 4.6. 1101110110001010.
 4.7. 1010100011011101. 4.8. 1110110011001100.
 4.9. 1101001000111011. 4.10. 1010000011011111.
 4.11. 1010100001110111. 4.12. 1010101001011101.
 4.13. 0110111011000110. 4.14. 1110010011101100.
 4.15. 0111110100101010. 4.16. 0010100011111101.
 4.17. 1100011011101100. 4.18. 1111001000111011.
 4.19. 0011011111100111. 4.20. 1010001101110011.
 4.21. 1110011111100001. 4.22. 0010001001010111.
 4.23. 1101110110001010. 4.24. 0111001001111010.
 4.25. 1011011100001011. 4.26. 1010001111011011.
 4.27. 1101101011010010. 4.28. 1010100001111111.
 4.29. 0111110110001010. 4.30. 0101100011110010.

Задача 5. Для заданной всюду определенной функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ построить минимальную ДНФ методом Квайна-МакКласки. Каждая функция задана множеством M_1 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых функция принимает значение 1.

- 5.1. {1,3,5,7,9,10,11,12,13}.
 5.2. {2,3,6,7,9,10,11,12,14}.
 5.3. {4,5,6,7,9,10,12,13,14}.
 5.4. {1,2,5,6,7,9,10,11,13}.
 5.5. {2,3,5,6,7,9,10,11,14}.
 5.6. {1,3,5,6,7,9,11,12,13}.
 5.7. {2,3,5,6,7,10,11,12,14}.
 5.8. {3,4,5,6,7,10,12,13,14}.



- 2.1. $x \rightarrow \neg(\neg(x \cdot \neg y) \vee (x \rightarrow y))$.
 2.2. $\neg x \vee (\neg y \rightarrow x) \vee \neg(x \rightarrow y)$.
 2.3. $\neg(x \rightarrow \neg(xy)) \vee \neg(y \rightarrow \neg x \cdot \neg y)$.
 2.4. $\neg(xy) \rightarrow (y \rightarrow \neg(xy))$.
 2.5. $(x \rightarrow y) \rightarrow \neg(\neg y \rightarrow \neg(\neg(xy) \vee x))$.
 2.6. $\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \vee \neg(xy))$.
 2.7. $\neg(\neg x \rightarrow x) \rightarrow \neg(\neg x \vee \neg(xy))$.
 2.8. $\neg(\neg(x \vee xy) \rightarrow x) \rightarrow y$.
 2.9. $\neg((xy \vee x \cdot \neg y) \rightarrow x) \rightarrow y$.
 2.10. $\neg(\neg(x \vee y) \vee \neg(x \rightarrow y)) \rightarrow x$.
 2.11. $\neg(xy \vee \neg x \cdot y) \vee \neg(\neg(x \vee xy) \vee \neg x) \vee x$.
 2.12. $\neg(x \rightarrow y) \vee \neg(\neg x \rightarrow y) \vee \neg(x \rightarrow xy) \vee (y \rightarrow x)$.
 2.13. $\neg(x \vee y) \rightarrow \neg(x \rightarrow y) \vee y$.
 2.14. $(\neg(xy \vee y) \rightarrow \neg(xy \rightarrow x)) \rightarrow x$.
 2.15. $\neg(\neg x \cdot y \vee x) \vee \neg(xy \rightarrow y) \rightarrow (x \vee y)$.
 2.16. $(\neg(x \rightarrow y) \vee x) \rightarrow ((x \vee y) \rightarrow y)$.
 2.17. $(\neg(xy) \rightarrow y) \rightarrow ((xy \rightarrow \neg x \cdot y) \rightarrow x)$.
 2.18. $\neg(x \vee y) \vee \neg(y \rightarrow ((xy \rightarrow (x \vee y))))$.
 2.19. $\neg(xy \rightarrow y) \vee ((\neg(x \rightarrow y) \vee xy) \rightarrow x)$.
 2.20. $\neg(xy \rightarrow y) \rightarrow \neg((x \rightarrow y) \rightarrow xy)$.
 2.21. $\neg(x \vee y) \vee \neg(y \rightarrow (xy \rightarrow \neg x \cdot y) \rightarrow y)$.
 2.22. $(\neg(xy \vee y) \rightarrow x) \rightarrow \neg x$.
 2.23. $((x \cdot \neg y \vee \neg(\neg x \vee y)) \rightarrow x) \rightarrow y$.
 2.24. $(\neg y \vee x) \rightarrow (x \cdot \neg y \vee y)$.
 2.25. $\neg(x \rightarrow \neg x \cdot y) \rightarrow \neg(y \rightarrow (x \rightarrow y))$.
 2.26. $\neg(x \cdot \neg y) \vee \neg(xy) \rightarrow x$.
 2.27. $\neg((\neg x \cdot \neg y \rightarrow x) \rightarrow (yx \vee x))$.
 2.28. $\neg(\neg x \rightarrow y) \vee \neg(\neg x \cdot y \rightarrow x \cdot \neg y)$.
 2.29. $(x \vee \neg(xy)) \rightarrow \neg(y \rightarrow xy)$.
 2.30. $(\neg(xy) \vee x \cdot \neg y) \rightarrow \neg(x \vee y)$.

Задача 3. Построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для функции $f(x_1, x_2, x_3)$, заданной множеством M_1 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых f принимает значение 1.

- 3.1. {4,5,6,7}. 3.2. {3,4,5,6}. 3.3. {2,3,5,6}.
 3.4. {1,3,5,6}. 3.5. {0,1,2,3}. 3.6. {0,1,2,7}.

Задача 7. Минимизировать всюду определенную функцию алгебры логики из задачи 4 и частично определенную функцию из задачи 6 с помощью карт Карно.

Задача 8. Построить минимальную ДНФ системы функций $f_1(x_1, x_2, x_3)$, $f_2(x_1, x_2, x_3)$, $f_3(x_1, x_2, x_3)$ и реализовать ее с помощью ПЛМ. Совместную минимизацию функций проводить с помощью карт Карно.

Каждая функция задана множеством M_1 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых функция принимает значение 1.

- 8.1. {2,3,4,5,7}; {0,4,5}; {3,4,5,7}.
- 8.2. {1,3,4,6,7}; {0,4,6}; {3,4,5,7}.
- 8.3. {2,3,4,5,7}; {0,2,6}; {2,3,5,7}.
- 8.4. {1,3,4,6,7}; {0,1,3}; {1,3,6,7}.
- 8.5. {1,2,5,6,7}; {0,1,5}; {1,5,6,7}.
- 8.6. {1,2,5,6,7}; {0,2,5}; {2,5,6,7}.
- 8.7. {1,3,5,7}; {1,2,3}; {4,5,7}.
- 8.8. {2,3,6,7}; {1,2,3}; {4,6,7}.
- 8.9. {1,3,5,7}; {1,4,5}; {2,3,7}.
- 8.10. {2,3,6,7}; {2,4,6}; {1,3,7}.
- 8.11. {4,5,6,7}; {2,4,6}; {1,5,7}.
- 8.12. {4,5,6,7}; {1,4,5}; {1,6,7}.
- 8.13. {3,4,5,7}; {4,5,6}; {1,2,3}.
- 8.14. {3,4,6,7}; {4,5,6}; {1,2,3}.
- 8.15. {2,3,5,7}; {2,3,6}; {1,4,5}.
- 8.16. {1,3,6,7}; {1,3,5}; {2,4,6}.
- 8.17. {1,5,6,7}; {1,3,5}; {2,4,6}.
- 8.18. {2,5,6,7}; {2,3,6}; {1,4,5}.
- 8.19. {0,2,4}; {0,2,3}; {1,2,3}.
- 8.20. {0,1,4}; {0,1,3}; {1,2,3}.
- 8.21. {0,2,4}; {0,4,5}; {1,4,5}.
- 8.22. {0,1,4}; {0,4,6}; {2,4,6}.
- 8.23. {0,1,2}; {0,2,6}; {2,4,6}.
- 8.24. {0,1,2}; {0,1,5}; {1,4,5}.
- 8.25. {0,2,6,7}; {0,1,6}; {0,2,7}.
- 8.26. {0,2,6,7}; {2,5,7}; {1,3,7}.
- 8.27. {0,1,4,6,7}; {3,4,5,6,7}; {4,5,7}.
- 8.28. {0,1,2,3,5,7}; {4,5,7}; {0,1,3}.
- 8.39. {0,1,2}; {0,1,4,7}; {6,7}.

- 5.9. {3,4,5,6,7,9,12,13,14}.
- 5.10. {1,3,5,6,7,9,10,11,13}.
- 5.11. {5,6,8,9,10,11,12,13,14}.
- 5.12. {3,6,8,9,10,11,12,13,14}.
- 5.13. {3,5,8,9,10,11,12,13,14}.
- 5.14. {1,3,5,7,9,10,11,12,13,14}.
- 5.15. {1,2,5,6,7,9,10,11,13,14}.
- 5.16. {1,3,5,6,7,9,11,12,13,14}.
- 5.17. {1,3,5,6,7,9,10,11,13,14}.
- 5.18. {0,1,3,5,7,9,10,11,12,13}.
- 5.19. {0,2,3,6,7,9,10,11,12,14}.
- 5.20. {0,4,5,6,7,9,10,12,13,14}.
- 5.21. {0,1,2,5,6,7,9,10,11,13}.
- 5.22. {0,2,3,5,6,7,9,10,11,14}.
- 5.23. {0,1,3,5,6,7,9,11,12,13}.
- 5.24. {0,2,3,5,6,7,10,11,12,14}.
- 5.25. {2,6,12,13,14,15}.
- 5.26. {0,1,4,5,8,9,11,12,13,14,15}.
- 5.27. {3,6,7,11,12,13,14,15}.
- 5.28. {2,3,7,10,11,12,13,14,15}.
- 5.29. {0,1,4,5,7,10,11,12,13,15}.
- 5.30. {0,2,3,4,6,7,8,14,15}.

Задача 6. Найти все тупиковые и все минимальные ДНФ и КНФ для частично определенной функции. Одну из минимальных форм реализовать схемой с элементами $\&$, \vee , \neg .

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 6.1. 1---010010--1--1. | 6.2. 1---111100--0--0. |
| 6.3. 1---011110--0--0. | 6.4. 1---101110--0--0. |
| 6.5. 1---110110--0--0. | 6.6. 1---111100--0--0. |
| 6.7. 0---111100--0--1. | 6.8. 0---111100--0--10. |
| 6.9. 0---011111--0--0. | 6.10. 0-1-1-010-110---- |
| 6.11. 1-1-0010-01--100. | 6.12. -1-1010101--0---- |
| 6.13. --1-01-0001-1-1-. | 6.14. -1-1-10-00110---- |
| 6.15. 0-11011--1--0--0. | 6.16. 1-010-0-01-1----1. |
| 6.17. -1--00001-1--1-1. | 6.18. 1-1-10-01010---- |
| 6.19. --1-1-01010-01--. | 6.20. ---1-1-010-010-1. |
| 6.21. --1--1110-0-010-. | 6.22. 11-11--1-0-0-0-0. |
| 6.23. 0-01010--1--1--1. | 6.24. -10-010-0--1--1-. |
| 6.25. 1-1-0-01--0-1--1. | 6.26. -1---1010-0-01-1. |
| 6.27. 1-1-----0-010101. | 6.28. 010-1-01--01--1-. |
| 6.29. 1--0--101--010-1. | 6.30. -01-10-10-0-1--1. |

- 11.17. 10111000, 1011. 11.18. 00111101, 1111, 00.
 11.19. 01101101, 1001, 00. 11.20. 00110011, 0101, 0011.
 11.21. 1011001, 1000, 00. 11.22. 10110001, 1001, 01.
 11.23. 11000111, 00011111, 00. 11.24. 10100011, 0110.
 11.25. 10100011, 1001, 00. 11.26. 01001101, 1001, 00.
 11.27. 00110111, 1111, 00. 11.28. 00101001, 1101, 01.
 11.29. 01001011, 0001, 11. 11.30. 00001010, 1010, 11.

Задача 12. Реализовать функции из задач 4 и 5 с помощью мультиплексора (в базисе $\&, \vee, \neg$, MUX(2)).

Задача 13. Построить простую непересекающуюся декомпозицию функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_1(x_1, x_2, x_3, f_2(x_4, x_5))$ и реализовать ее с помощью мультиплексора. Каждая функция задана множеством M_1 десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых функция принимает значение 1.

- 13.1. {3, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 27}.
 13.2. {4, 5, 6, 11, 19, 24, 25, 26, 27}.
 13.3. {0, 1, 2, 3, 11, 19, 28, 29, 30}.
 13.4. {7, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 31}.
 13.5. {1, 8, 9, 10, 11, 20, 22, 23, 25}.
 13.6. {2, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 23, 26}.
 13.7. {3, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 27}.
 13.8. {0, 1, 2, 15, 23, 28, 29, 30, 31}.
 13.9. {4, 6, 7, 9, 17, 24, 25, 26, 27}.
 13.10. {4, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 28}.
 13.11. {4, 5, 7, 10, 18, 24, 25, 26, 27}.
 13.12. {4, 5, 6, 7, 15, 23, 24, 25, 26}.
 13.13. {0, 1, 2, 3, 9, 17, 28, 30, 31}.
 13.14. {0, 1, 2, 3, 10, 18, 28, 29, 31}.
 13.15. {5, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 29}.
 13.16. {6, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 30}.
 13.17. {0, 8, 9, 10, 11, 21, 22, 23, 24}.
 13.18. {7, 8, 9, 10, 20, 21, 22, 23, 31}.
 13.19. {5, 8, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 29}.
 13.20. {2, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 26}.
 13.21. {4, 5, 6, 7, 13, 21, 24, 26, 27}.
 13.22. {4, 5, 6, 7, 14, 22, 24, 25, 27}.
 13.23. {0, 1, 2, 3, 8, 16, 29, 30, 31}.
 13.24. {4, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 28}.
 13.25. {1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 16, 20, 21, 22, 23}.

- 8.30. {4, 5, 7}; {0, 3, 4, 5, 7}; {2, 3, 6}.

Задача 9. Провести приближенную совместную минимизацию четырех функций алгебры логики. В качестве заданий взять из задачи 4 три последние функции и функцию своего варианта. Результат минимизации реализовать с помощью программируемых логических матриц (ПЛМ). Минимизацию проводить с помощью карт Карно. Минимизировать каждую функцию в отдельности (с помощью карт Карно) и результат из четырех функций реализовать на ПЛМ. Сравнить две реализации и указать, какая из них экономнее.

Задача 10. Заданную систему булевых функций исследовать на полноту с помощью теоремы Поста.

- 10.1. $(x \equiv y) + yz, x \cdot \neg y.$ 10.2. $(x \rightarrow y) + (x \vee z), 0, 1.$
 10.3. $x \equiv (y + z), \neg(x \rightarrow y) \equiv z.$ 10.4. $(x + yz) \cdot \neg x \rightarrow z, xy.$
 10.5. $(x \equiv \neg y) \rightarrow (\neg x \equiv z), x \vee \neg y.$ 10.6. $(x \equiv \neg y) + xz, xy.$
 10.7. $x + \neg(y \equiv z), \neg x \equiv y.$ 10.8. $\neg x \equiv (y + z), xy.$
 10.9. $(x \rightarrow z) | y, \neg x \vee yz.$ 10.10. $(x \equiv y) \rightarrow (x \equiv z), 0.$
 10.11. $(x \equiv y) \rightarrow \neg z, x \vee \neg y.$ 10.12. $(x | z) + y, x \equiv y \cdot \neg z.$
 10.13. $(x \rightarrow y) + (y \rightarrow z), \neg x \cdot y.$ 10.14. $(x \rightarrow y) | (y \rightarrow z), x + y.$
 10.15. $(x + y) + (y \equiv \neg z), \neg x \rightarrow y.$ 10.16. $x \equiv (y + \neg z), x.$
 10.17. $\neg x \rightarrow y, 00, 11.$ 10.18. $(x \rightarrow y) + \neg z, x \vee \neg y.$
 10.19. $(x \rightarrow y) \vee \neg z, x \cdot \neg y.$ 10.20. $(\neg x \equiv \neg y) | z, \neg x \equiv y.$
 10.21. $(x \vee \neg y) \equiv z, (x \rightarrow y) \rightarrow y.$ 10.22. $x | z \rightarrow y, x \equiv y, 00.$
 10.23. $(x | y) \equiv (y | z), 00, 11.$ 10.24. $(x \rightarrow \neg(yz)) \vee z, \neg x \rightarrow \neg y.$
 10.25. $(x \equiv \neg y) \rightarrow z, x \cdot \neg y.$ 10.26. $(\neg x \vee \neg yz) + z, x \rightarrow y.$
 10.27. $(x + y \cdot \neg z) \rightarrow z, \neg x \cdot y.$ 10.28. $x \vee \neg y \cdot z, \neg x \rightarrow y.$
 10.29. $(x \rightarrow yz) \vee \neg z, \neg x \vee yz.$ 10.30. $(x \vee \neg y) \equiv z, \neg x \rightarrow y.$

Задача 11. Заданную систему булевых функций исследовать на полноту с помощью теоремы Поста.

- 11.1. 10110111, 01010100, 00100111.
 11.2. 00110100, 11010101, 0111.
 11.3. 01010101, 0111, 00, 01010001. 11.4. 11101110, 1100.
 11.5. 11101000, 1010, 00. 11.6. 10110001, 0001, 0000.
 11.7. 10110001, 0011, 00. 11.8. 10110001, 0010.
 11.9. 01001100, 1001. 11.10. 00101011, 1100, 11.
 11.11. 10101011, 1100, 11. 11.12. 10010010, 0010, 11.
 11.13. 01011000, 0101, 11. 11.14. 01101110, 0000, 11.
 11.15. 00011111, 1011, 00. 11.16. 01101101, 0001, 11, 00.

- 0 - тождественный 0 (обрыв),
- 1 - тождественная 1 (замыкание),
- \neg_i - отрицание u_i (т.е. вместо u_i реализуется $\neg u_i$),
- | - штрих Шеффера.

- 15.1. $f = x \& (y \rightarrow z)$, $0_1, 0_2, \neg_3$.
- 15.2. $f = (x \& y) \rightarrow z$, $0_1, 0_2, 1_3$.
- 15.3. $f = (x \& y) | z$, $0_1, 0_2, 1_4$.
- 15.4. $f = (x \& y) + z$, $0_1, 0_2, 1_4$.
- 15.5. $f = x \& y \& z$, $0_1, \neg_2, 1_4$.
- 15.6. $f = (x + y) \rightarrow z$, $1_1, 0_3, 0_4$.
- 15.7. $f = (x + y) | z$, $1_1, \neg_3, 1_4$.
- 15.8. $f = (x + y) \& z$, $1_1, 1_3, 0_4$.
- 15.9. $f = (x \rightarrow y) \& z$, $1_1, 1_3, \neg_5$.
- 15.10. $f = (x \rightarrow y) | z$, $0_1, 0_3, 1_4$.
- 15.11. $f = (x \rightarrow y) + z$, $0_1, 0_2, \neg_3$.
- 15.12. $f = (x | y) \& z$, $0_1, 0_2, 0_4$.
- 15.13. $f = (x | y) | z$, $0_1, 1_2, 1_4$.
- 15.14. $f = (x | y) + z$, $0_1, 1_2, 1_4$.
- 15.15. $f = x \& (y \rightarrow z)$, $1_1, \neg_3, 0_4$.
- 15.16. $f = (x \& y) \rightarrow z$, $1_1, 0_3, 1_4$.
- 15.17. $f = (x \& y) | z$, $1_1, 1_3, 0_4$.
- 15.18. $f = (x \& y) + z$, $1_1, 1_3, 1_4$.
- 15.19. $f = x \& y \& z$, $0_1, 0_2, \neg_5$.
- 15.20. $f = (x + y) \rightarrow z$, $0_1, 1_3, \neg_4$.
- 15.21. $f = (x + y) | z$, $0_1, 0_2, 0_4$.
- 15.22. $f = (x + y) \& z$, $0_1, 0_2, 1_4$.
- 15.23. $f = (x \rightarrow y) \& z$, $0_1, 1_2, 1_4$.
- 15.24. $f = (x \rightarrow y) | z$, $1_1, 0_3, 0_4$.
- 15.25. $f = x \vee (y \& z)$, $1_1, 0_2, \neg_4$.
- 15.26. $f = x \vee (y | z)$, $1_1, \neg_3, 0_4$.
- 15.27. $f = x \vee (y \rightarrow z)$, $0_1, \neg_2, 1_5$.
- 15.28. $f = x \vee (y + z)$, $0_1, \neg_3, 1_4$.
- 15.29. $f = x \& (y \vee z)$, $1_1, \neg_4, 0_5$.
- 15.30. $f = x + (y \vee z)$, $1_1, 1_3, \neg_5$.

Задача 16. Задана формула логики предикатов A и двухэлементное множество $M = \{1, 2\}$. Привести формулу A к префиксной нормальной форме. Является ли формула A на множестве M : 1) выполнимой; 2) опровержимой; 3) общезначимой; 4) невыполнимой? Вычислить значение истинности формулы A на множестве M со следующими предикатами,

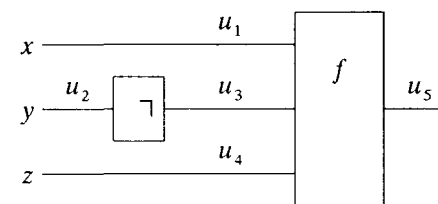
- 13.26. $\{1, 2, 9, 10, 12, 14, 20, 21, 22, 23\}$.
- 13.27. $\{11, 12, 13, 14, 28, 29, 30, 31\}$.
- 13.28. $\{12, 13, 14, 15, 20, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31\}$.
- 13.29. $\{12, 13, 14, 16, 17, 18, 27, 31\}$.
- 13.30. $\{8, 9, 10, 11, 17, 18, 20, 23, 25, 26\}$.

Задача 14. Для булевой функции из задачи 4 построить минимальные проверяющие и полные тесты относительно указанных классов ошибок (s_{ij} - слипание каналов i и j ; 0_i - обрыв канала i , 1_i - замыкание канала i).

- 14.1. $\{0_1, s_{24}\}$.
- 14.2. $\{0_3, s_{14}\}$.
- 14.3. $\{1_2, s_{34}\}$.
- 14.4. $\{s_{13}, s_{24}\}$.
- 14.5. $\{0_2, 1_3, s_{14}\}$.
- 14.6. $\{0_3, 1_1, s_{24}\}$.
- 14.7. $\{0_3, s_{14}\}$.
- 14.8. $\{1_3, s_{12}\}$.
- 14.9. $\{s_{13}, s_{24}\}$.
- 14.10. $\{0_1, 1_2, s_{34}\}$.
- 14.11. $\{0_1, 1_3, s_{24}\}$.
- 14.12. $\{1_3, s_{14}\}$.
- 14.13. $\{0_2, s_{14}\}$.
- 14.14. $\{s_{23}, s_{24}\}$.
- 14.15. $\{0_3, 1_2, s_{13}\}$.
- 14.16. $\{0_2, 1_1, s_{24}\}$.
- 14.17. $\{0_4, s_{14}\}$.
- 14.18. $\{0_3, s_{12}\}$.
- 14.19. $\{0_3, s_{13}, s_{24}\}$.
- 14.20. $\{0_1, 1_2, s_{14}\}$.
- 14.21. $\{0_3, 1_1, s_{24}\}$.
- 14.22. $\{1_1, s_{14}\}$.
- 14.23. $\{1_2, s_{14}\}$.
- 14.24. $\{0_1, s_{23}, s_{24}\}$.
- 14.25. $\{0_2, 1_3, s_{13}\}$.
- 14.26. $\{0_4, 1_1, s_{23}\}$.
- 14.27. $\{0_1, 1_3, s_{14}\}$.
- 14.28. $\{0_3, 1_2, s_{12}\}$.
- 14.29. $\{1_4, s_{13}, s_{24}\}$.
- 14.30. $\{0_3, s_{24}\}$.

Задача 15. Для данной схемы из функциональных элементов (СФЭ) найти:

- а) минимальный проверяющий тест,
- б) минимальный диагностический (полный) тест.



Обозначения:

u_1, u_2, u_3 - возможные однократные неисправности:

$$\begin{array}{l}
17.1. \frac{P \rightarrow \neg M}{S \& M} \quad 17.2. \frac{P \rightarrow \neg M}{M} \quad 17.3. \frac{M \rightarrow P}{S \& M} \quad 17.4. \frac{P \rightarrow M}{M \rightarrow S} \\
\frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \\
17.5. \frac{P \rightarrow \neg M}{M \& S} \quad 17.6. \frac{P \rightarrow M}{M \rightarrow \neg S} \quad 17.7. \frac{P \& M}{M \rightarrow S} \quad 17.8. \frac{P \rightarrow M}{M \rightarrow \neg S} \\
\frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \\
17.9. \frac{M \rightarrow \neg P}{M \rightarrow S} \quad 17.10. \frac{M \rightarrow P}{M \rightarrow S} \quad 17.11. \frac{M \rightarrow \neg P}{M \& S} \quad 17.12. \frac{M \rightarrow P}{M \& S} \\
\frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{P \& S}{P \& S} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \rightarrow P}{S \rightarrow P} \\
17.13. \frac{M \& P}{M \rightarrow S} \quad 17.14. \frac{M \& \neg P}{M \rightarrow S} \quad 17.15. \frac{P \rightarrow \neg M}{S \rightarrow M} \quad 17.16. \frac{P \rightarrow M}{S \rightarrow \neg M} \\
\frac{S \& P}{S \& P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \\
17.17. \frac{P \rightarrow \neg M}{S \rightarrow M} \quad 17.18. \frac{P \rightarrow M}{S \rightarrow \neg M} \quad 17.19. \frac{P \rightarrow \neg M}{S \rightarrow M} \quad 17.20. \frac{P \rightarrow M}{S \& \neg M} \\
\frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \\
17.21. \frac{M \rightarrow \neg P}{S \rightarrow M} \quad 17.22. \frac{M \rightarrow P}{S \rightarrow M} \quad 17.23. \frac{M \rightarrow P}{S \& M} \quad 17.24. \frac{M \rightarrow \neg P}{S \rightarrow M} \\
\frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \\
17.25. \frac{M \rightarrow P}{S \rightarrow M} \quad 17.26. \frac{\neg M \rightarrow \neg P}{M \rightarrow \neg S} \quad 17.27. \frac{P \rightarrow \neg M}{S \rightarrow M} \quad 17.28. \frac{\neg P \rightarrow \neg M}{S \rightarrow M} \\
\frac{S \rightarrow P}{S \rightarrow P} \quad \frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P} \quad \frac{S \& P}{S \& P} \\
17.29. \frac{M \rightarrow \neg P}{\neg M \rightarrow \neg S} \quad 17.30. \frac{\neg M \rightarrow \neg P}{S \& \neg M} \\
\frac{S \rightarrow \neg P}{S \rightarrow \neg P} \quad \frac{S \& \neg P}{S \& \neg P}
\end{array}$$

	x	1	2	$Q(x,y)$	1	2
определены на M .	$P(x)$	1	0	1	1	0
	$R(x)$	0	1	2	0	0

- 16.1. $(\forall x)(P(x) \& R(x) \rightarrow (\exists y)Q(x,y))$.
- 16.2. $(\forall x)P(x) \rightarrow (R(x) \rightarrow (\exists y)Q(x,y))$.
- 16.3. $(\forall x)(P(x) \& \neg R(x) \rightarrow (\exists y)Q(x,y))$.
- 16.4. $(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow (\neg R(x) \rightarrow (\exists y)\neg Q(x,y)))$.
- 16.5. $(\forall x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \rightarrow (\exists y)Q(x,y))$.
- 16.6. $(\exists x)(P(x) \& R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y))$.
- 16.7. $(\exists x)(P(x) \rightarrow (R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y)))$.
- 16.8. $(\exists x)(P(x) \vee \neg(R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y)))$.
- 16.9. $(\exists x)(\neg P(x) \rightarrow (\neg R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y)))$.
- 16.10. $(\exists x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \rightarrow (\exists y)\neg Q(x,y))$.
- 16.11. $(\forall y)(P(y) \& R(y) \rightarrow (\exists x)Q(x,y))$.
- 16.12. $(\forall y)(P(y) \rightarrow (R(y) \rightarrow (\exists x)Q(x,y)))$.
- 16.13. $(\forall y)(P(y) \vee \neg R(y) \rightarrow (\exists x)Q(x,y))$.
- 16.14. $(\forall y)\neg P(y) \rightarrow (\neg R(y) \rightarrow (\exists x)Q(x,y))$.
- 16.15. $(\forall y)(P(x) \rightarrow (\neg P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x,y)))$.
- 16.16. $(\forall x)(P(x) \& R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y))$.
- 16.17. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y)))$.
- 16.18. $(\forall x)(P(x) \vee \neg P(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y))$.
- 16.19. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow (\forall y)Q(x,y)$.
- 16.20. $(\forall x)(\neg P(x) \vee \neg R(x) \rightarrow (\forall y)Q(x,y))$.
- 16.21. $(\exists y)(\forall x)(Q(x,y) \& R(x) \rightarrow (\forall y)P(y))$.
- 16.22. $(\exists y)((\exists x)Q(x,y) \rightarrow P(x) \vee Q(x,y))$.
- 16.23. $(\exists y)((\forall x)Q(x,y) \rightarrow \neg P(x) \vee \neg Q(x,y))$.
- 16.24. $(\forall y)((\exists x)Q(x,y) \rightarrow (P(x) \rightarrow Q(x,y)))$.
- 16.25. $(\forall x)((\exists y)Q(x,y) \rightarrow (R(x) \rightarrow P(x)))$.
- 16.26. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)(Q(x,y) \rightarrow R(x)))$.
- 16.27. $(\exists x)(P(x) \rightarrow (\exists y)(Q(x,y) \rightarrow \neg R(x)))$.
- 16.28. $(\exists y)(P(y) \rightarrow (\forall x)Q(x,y) \rightarrow R(x))$.
- 16.29. $(\forall y)(P(y) \rightarrow (\forall x)(Q(y,x) \rightarrow \neg R(x)))$.
- 16.30. $(\forall y)P(y) \rightarrow (\forall x)(Q(x,y) \vee \neg R(x))$.

Задача 17. Установить правильность или неправильность правил вывода, установив общезначимость соответствующей формулы.

$$18.29. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ \neg M \rightarrow \neg S \end{array}}{S \rightarrow \neg P} \quad 18.30. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ \neg S \ \& \ \neg M \end{array}}{S \ \& \ \neg P}$$

Задача 19. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя естественный вывод Генцена. Задание взять из задачи 17.

Задача 20. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя естественный вывод Генцена. Задание взять из задачи 18.

Задача 21. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя метод резолюций. Задание взять из задачи 17.

Задача 22. Установить правильность или неправильность правил вывода, используя метод резолюций. Задание взять из задачи 18.

Задача 20. Доказать правильность правил вывода, установив общезначимость соответствующей формулы.

$$20.1. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \\ (\exists x)(S(x) \ \& \ M(x)) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ \neg P(x))} \quad 20.2. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \\ (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x)) \\ (\exists x)M(x) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ \neg P(x))}$$

$$20.3. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \\ (\exists x)(S(x) \ \& \ M(x)) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ P(x))} \quad 20.4. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \\ (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x)) \\ (\exists x)P(x) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ P(x))}$$

$$20.5. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \\ (\exists x)(M(x) \ \& \ S(x)) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ \neg P(x))} \quad 20.6. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \\ (\forall x)(M(x) \rightarrow \neg S(x)) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))}$$

$$20.7. \frac{\begin{array}{l} (\exists x)(P(x) \ \& \ M(x)) \\ (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x)) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ P(x))} \quad 20.8. \frac{\begin{array}{l} (\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \\ (\forall x)(M(x) \rightarrow \neg S(x)) \\ (\exists x)S(x) \end{array}}{(\exists x)(S(x) \ \& \ \neg P(x))}$$

Задача 18. Установить правильность или неправильность правил вывода, установив общезначимость соответствующей формулы.

$$18.1. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ \neg S \ \& \ M \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.2. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ \neg M \rightarrow S \\ M \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.3. \frac{\begin{array}{l} M \rightarrow \neg P \\ \neg S \ \& \ M \end{array}}{\neg S \ \& \ P} \quad 18.4. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow M \\ \neg M \rightarrow \neg S \\ \neg P \end{array}}{\neg S \ \& \ P}$$

$$18.5. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow \neg M \\ \neg M \ \& \ S \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.6. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow M \\ M \rightarrow \neg S \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P} \quad 18.7. \frac{\begin{array}{l} \neg P \ \& \ M \\ \neg M \rightarrow S \end{array}}{S \ \& \ \neg P} \quad 18.8. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow M \\ \neg M \rightarrow \neg S \\ \neg P \end{array}}{S \ \& \ P}$$

$$18.9. \frac{\begin{array}{l} M \rightarrow \neg P \\ M \rightarrow S \\ M \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.10. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow P \\ M \rightarrow \neg S \\ \neg P \end{array}}{\neg P \ \& \ S} \quad 18.11. \frac{\begin{array}{l} M \rightarrow \neg P \\ \neg M \ \& \ S \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.12. \frac{\begin{array}{l} M \rightarrow \neg P \\ \neg M \ \& \ S \end{array}}{\neg S \rightarrow P}$$

$$18.13. \frac{\begin{array}{l} M \ \& \ P \\ \neg M \rightarrow S \end{array}}{S \ \& \ P} \quad 18.14. \frac{\begin{array}{l} \neg M \ \& \ \neg P \\ \neg M \rightarrow S \end{array}}{S \rightarrow \neg P} \quad 18.15. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ \neg S \rightarrow M \\ \neg S \end{array}}{S \ \& \ \neg P} \quad 18.16. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow M \\ \neg S \rightarrow \neg M \\ S \end{array}}{S \ \& \ \neg P}$$

$$18.17. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ \neg S \rightarrow M \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.18. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow M \\ S \rightarrow \neg M \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P} \quad 18.19. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ \neg S \rightarrow M \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P} \quad 18.20. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow M \\ S \ \& \ \neg M \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P}$$

$$18.21. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ \neg S \rightarrow M \\ S \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.22. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow P \\ S \rightarrow \neg M \\ \neg S \end{array}}{\neg S \ \& \ \neg P} \quad 18.23. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ S \ \& \ M \end{array}}{S \ \& \ \neg P} \quad 18.24. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ \neg S \rightarrow M \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P}$$

$$18.25. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow P \\ S \rightarrow \neg M \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P} \quad 18.26. \frac{\begin{array}{l} \neg M \rightarrow \neg P \\ M \rightarrow \neg S \end{array}}{\neg S \rightarrow \neg P} \quad 18.27. \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow \neg M \\ S \rightarrow M \\ \neg S \end{array}}{S \ \& \ \neg P} \quad 18.28. \frac{\begin{array}{l} \neg P \rightarrow \neg M \\ S \rightarrow \neg M \\ S \end{array}}{S \ \& \ P}$$

$$20.25. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow P(x))} \quad 20.26. \frac{(\forall x)(\neg M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\forall x)(M(x) \rightarrow \neg S(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))}$$

$$20.27. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.28. \frac{(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& P(x))}$$

$$20.29. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\forall x)(\neg M(x) \rightarrow \neg S(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))} \quad 20.30. \frac{(\forall x)(\neg M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\exists x)(S(x) \& \neg M(x))}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))}$$

Задача 21. Доказать справедливость правил вывода, используя естественный вывод Генцена. Задание взять из задачи 19.

Задача 22. Доказать справедливость правил вывода путем построения обрезанного семантического дерева (указав сначала префиксную и скелетную формы соответствующей формулы, эрбрановский универсум и эрбрановский базис). Задание взять из задачи 19.

Задача 23. Доказать справедливость правил вывода путем нахождения опровергающего множества основных примеров (указав сначала префиксную и скелетную формы соответствующей формулы, эрбрановский универсум и эрбрановский базис). Задание взять из задачи 19.

Задача 24. Доказать справедливость правил вывода методом резолюций (указав сначала префиксную и скелетную формы соответствующей формулы, эрбрановский универсум и эрбрановский базис). Задание взять из задачи 19.

Задача 25. Написать протокол работы Пролог-программ для предикатов

member(X,Y), first(X,Y), last(X,Y), append(X,Y,Z),
reverse(X,Y), add(X,Y), delete(X,Y,Z), delall(X,Y,Z),
substitute(X,Y,Z), sublist([X|L],[X|M]), subset(X,Y),
unionset(X,Y,Z), intersect(X,Y,Z), difset(X,Y,Z),
go(S,G,T),

заданных следующими программами.

$$20.9. \frac{(\exists x)(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x)) \quad (\exists x)M(x)}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.10. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \quad (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x)) \quad (\exists x)P(x)}{(\exists x)(P(x) \& S(x))}$$

$$20.11. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\exists x)(M(x) \& S(x))}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.12. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \quad (\exists x)(M(x) \& S(x))}{(\exists x)(S(x) \rightarrow P(x))}$$

$$20.13. \frac{(\exists x)(M(x) \& P(x)) \quad (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x))}{(\exists x)(S(x) \& P(x))} \quad 20.14. \frac{(\exists x)(M(x) \& \neg P(x)) \quad (\forall x)(M(x) \rightarrow S(x))}{(\exists x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))}$$

$$20.15. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.16. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))}$$

$$20.17. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\exists x)(S(x) \rightarrow M(x))}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.18. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow \neg M(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))}$$

$$20.19. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg M(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))} \quad 20.20. \frac{(\forall x)(P(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)(S(x) \& \neg M(x))}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))}$$

$$20.21. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& \neg P(x))} \quad 20.22. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x)) \quad (\exists x)S(x)}{(\exists x)(S(x) \& P(x))}$$

$$20.23. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow P(x)) \quad (\exists x)(S(x) \& M(x))}{(\exists x)(S(x) \& P(x))} \quad 20.24. \frac{(\forall x)(M(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad (\forall x)(S(x) \rightarrow M(x))}{(\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x))}$$

```

unionset([],X,X).

intersect([],X,[]).
intersect([X|R],Y,[X|Z]) :-
member(X,Y),!,intersect(R,Y,Z).
intersect([X|R],Y,Z) :- intersect(R,Y,Z).

difset(X,Y,T) :- dif1(X,Y,X,T).
dif1([R|X],Y,[R|Z],T) :- not(member(R,Y)),
append(Z,[R],Z1),dif1(X,Y,Z1,T).
dif1([R|X],Y,[R|Z],T) :- member(R,Y),dif1(X,Y,Z,T).
dif1([],Y,Z,Z).

go(S,G,T) :- go1(S,G,[],T).
a(n,k). a(k,p). a(d,n). a(p,d). a(w,k). a(w,p).
go1(S,S,Tr,T) :- T=[S|Tr].
go1(S,N,Tr,T) :-
nextnode(N,Tr,N1),go1(S,N1,[N|Tr],T).
nextnode(N,Tr,N1) :-
(a(N,N1) ; a(N1,N)),not(member(N1,Tr)).
member(X,[X|Y]).
member(X,[Y|Z]) :- member(X,Z).

```

Литература

1. Мещанинов Д.Г., Ляшенко Л.И. Дискретная математика в примерах и задачах. М.: МЭИ, 1991. 88 с.
2. Наббин А.А. Логика и Пролог в дискретной математике. М.: МЭИ, 1995. 452 с.
3. Фролов А.Б., Андреев А.Е., Болотов А.А., Коляда К.В. Прикладные задачи дискретной математики и сложность алгоритмов. М.: МЭИ, 1997. 312 с.
4. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1997. 384 с.

```

member(X,[X|Y]).
member(X,[Y|Z]) :- member(X,Z).

first(X,[X|Y]).

last(X,[X]).
last(X,[Z|Y]) :- last(X,Y).

append([],L,L).
append([X|L1],L2,[X|L3]) :- append(L1,L2,L3).

reverse([],[]).
reverse([H|T],L) :- reverse(T,Z),append(Z,[H],L).

reverse1(L1,L2) :- rev(L1,[],L2).
rev([],L,L).
rev([X|L],L2,L3) :- rev(L,[X|L2],L3).

add(X,L,[X|L]).

delete(A,[A|B],B) :- !.
delete(A,[B|L],[B|M]) :- delete(A,L,M).

delall(_,[],[]).
delall(X,[X|L],M) :- !,delall(X,L,M).
delall(X,[Y|L1],[Y|L2]) :- delall(X,L1,L2).

substitute(_,[],_,[]).
substitute(X,[X|L],A,[A|M]) :- !,substitute(X,L,A,M).
substitute(X,[Y|L],A,[Y|M]) :- substitute(X,L,A,M).

sublist([X|L],[X|M]) :- coincide(L,M),!.
sublist(L,[_|M]) :- sublist(L,M).
coincide([],_).
coincide([X|L],[X|M]) :- coincide(L,M).

subset([],Y).
subset([A|X],Y) :- member(A,Y),subset(X,Y).

unionset([X|R],Y,Z) :- member(X,Y),!,unionset(R,Y,Z).
unionset([X|R],Y,[X|Z]) :- unionset(R,Y,Z).

```