

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ИНФОРМАТИКИ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»**

УДК 519.688:616–073.756.8

**НАУМОВ Александр Олегович**

**РАЗРАБОТКА РЕКУРРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ  
РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ  
ТОМОГРАФИИ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**А в т о р е ф е р а т**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Минск 2003

Работа выполнена в Институте прикладной физики НАН Беларуси и Федеральном институте исследования и испытания материалов, г. Берлин

- Научные руководители: доктор технических наук, профессор, чл.-корр. НАН Беларуси Артемьев В.М. (Институт прикладной физики НАН Беларуси, лаборатория проблем адаптивного управления)
- доктор, приват-доцент Дрезденского Университета Тиллак Г.-Р. (Федеральный институт исследования и испытания материалов, г. Берлин, департамент VIII «Защита материалов; Неразрушающий контроль»)
- Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, Тузиков А.В. (Национальный центр информационных ресурсов и технологий, отдел параллельных вычислений и архитектур)
- кандидат физико-математических наук, доцент Краснопрошин В.В. (Белорусский государственный университет, факультет прикладной математики и информатики).
- Оппонирующая организация: Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, г. Москва

Защита состоится «7» октября 2003 г. в 14:30 на заседании совета по защите диссертаций Д 01.04.01 при Государственном научном учреждении «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси» по адресу 220012, г. Минск, ул. Сурганова, 6, тел. ученого секретаря +375 17 284-21-68.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного научного учреждения «Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси»

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2003 г.

Ученый секретарь совета  
по защите диссертаций  
доктор технических наук

С.Ф. Липницкий

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** В последние годы появились задачи, связанные с необходимостью томографии объектов, параметры и структура которых изменяются во времени, иначе говоря, динамических объектов. В технике к таким объектам относятся химические реакторы, трубопроводы и ряд других. Измерения такого рода важны и в медицинской практике для наблюдения внутренних органов в процессе их функционирования. Это приводит к необходимости разработки специальных методов реконструкции изменяющихся во времени или динамических изображений по их проекциям, измеряемым на границах объекта. В Республике Беларусь такие методы актуальны для применения в задачах контроля и исследования свойств новых материалов, в медицинских томографических системах и системах пограничного контроля багажа и грузов.

**Связь работы с крупными научными программами, темами.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с научно-техническими заданиями и планами работ лаборатории Проблем адаптивного управления Института прикладной физики НАН Беларуси: программой «Диагностика-08» по теме «Разработка статистической теории и методов измерений на основе обратного рассеяния рентгеновского излучения» в 1996–2000 гг.; программой «Диагностика-02» по теме «Разработка теории восстановления динамических изображений внутренней структуры объектов» в 2001–2005 гг.; договором Т98-023 с БР ФФИ по теме «Адаптивная реконструкция изображений по проекциям в задачах компьютерной томографии» в 1999–2001 гг.; проектом INTAS-96-2240 в 1998–2000 гг.; меморандумом о взаимопонимании и научной кооперации между ИПФ НАНБ и Департаментом VIII Федерального института исследования и испытания материалов (ВИАМ, Германия).

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертационной работы являлась разработка рекуррентных алгоритмов реконструкции динамических и статических изображений в компьютерной томографии реального времени, в том числе пригодных для решения задач неразрушающего контроля.

Для достижения цели потребовалось решить следующие задачи:

- разработать математические модели статических и динамических изображений и систем наблюдения их проекций;
- разработать рекуррентные алгоритмы реконструкции, позволяющие восстанавливать изображение внутренней структуры наблюдаемых объектов в реальном времени;

- проверить работоспособность и эффективность разработанных алгоритмов с использованием модельных и экспериментальных проекционных данных;
- предложить схему, разработать алгоритмы и исследовать возможности рентгеновской томографической системы визуализации структуры листового пористого материала в режиме сканирования.

**Объект и предмет исследования.** Объектом исследования являлось изображение внутренней структуры материалов и изделий. Изображение формировалось за счет пространственно-неоднородного распределения коэффициента линейного ослабления рентгеновского излучения. Предметом исследования являлись алгоритмы реконструкции изображений по результатам измерения томографических проекций.

**Методология и методы проведенного исследования.** Методология исследования основывалась на использовании результатов теории марковских случайных процессов и статистического оценивания.

Математические модели изображений и наблюдения проекций задавались в виде марковских случайных последовательностей.

Задача реконструкции рассматривалась с позиций теории статистического оценивания. Для решения задачи реконструкции предложено использовать и адаптировать теорию фильтра Калмана.

Для учета плохой определенности задачи реконструкции вследствие недостаточного объема априорной информации предложен метод псевдобайесовской оценки и рекуррентный метод наименьших квадратов. Для снижения вычислительных затрат вследствие высокой размерности изображения использован метод декомпозиции.

При написании программ, реализующих алгоритмы, использовались методы линейной алгебры и теории матриц. При численном моделировании использовался метод статистических испытаний.

В работе использованы экспериментальные данные, полученные на основе измерений с помощью микротомографа.

**Научная новизна и значимость полученных результатов.**

1. Для задач компьютерной томографии развита модель изображения в форме дискретного во времени и пространстве марковского случайного поля. Модель позволяет формировать потенциальные и вихревые поля с заданными статистическими характеристиками.
2. Для оптимальной рекуррентной реконструкции изображений впервые использован алгоритм фильтра Калмана, позволяющий осуществлять реконструкцию синхронно с процессом наблюдения проекций.

3. Показана возможность решения ряда новых задач томографии, таких как оптимальная реконструкция изображения на фоне коррелированного шумового поля и отдельная реконструкция суперпозиции двух изображений.
4. Разработан алгоритм псевдокалмановской реконструкции статических изображений для решения задачи в условиях ограниченного объема априорной информации, требующий значительно меньших вычислительных затрат.
5. Развита процедура декомпозиции ковариационной матрицы изображения, позволяющая уменьшить затраты на вычисление матрицы коэффициента усиления.
6. Впервые разработан алгоритм выбора последовательности проекций, позволяющий существенно увеличить скорость сходимости процесса реконструкции.
7. Для решения задачи реконструкции динамических изображений при эмпирическом задании априорной информации применен рекуррентный метод наименьших квадратов.

**Практическая значимость полученных результатов.** Предложена схема томографической системы с продольным измерением проекций, предназначенная для визуализации структуры листового материала в режиме сканирования. Работа выполнена в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Диагностика» совместно с Федеральным институтом исследования и испытания материалов (ВИАМ, Германия), где проведены апробация и испытания разработанных алгоритмов на макете системы. Отмечено, что систему можно использовать при контроле композитных и порошковых материалов. Предложенную схему предполагается использовать при разработке перспективной рентгеновской системы таможенного контроля грузов совместно с фирмой СЭНС (г. Минск).

**Основные положения диссертации, выносимые на защиту.**

1. Модель случайного дискретного изображения. Уравнения для нахождения его пространственных ковариационных характеристик и временных корреляционных характеристик.
2. Использование и адаптация методики фильтра Калмана для разработки алгоритмов реконструкции статических и динамических изображений в реальном времени.
3. Примеры томографических задач, поддающихся решению с помощью предлагаемой методики.
4. Алгоритмы реконструкции изображений на основе псевдобайесовского подхода и рекуррентного метода наименьших квадратов.

5. Процедура декомпозиции ковариационной матрицы ошибок в алгоритме реконструкции.
6. Оптимальная процедура выбора последовательности проекций.
7. Результаты численного моделирования и экспериментального исследования алгоритмов реконструкции.
8. Схема и алгоритмы томографической системы с продольным измерением проекций для визуализации в режиме сканирования структуры листового пористого материала.
9. Результаты аналитического и экспериментального исследования возможностей предлагаемой системы визуализации на примере реконструкции изображений структуры листового пенистого алюминия.

**Личный вклад соискателя.** Предложил использовать методику и алгоритм фильтра Калмана для решения новых задач, таких как реконструкция динамических изображений, изображений на фоне коррелированного шумового поля, отдельная реконструкция суперпозиции двух полей. Разработал алгоритм псевдокалмановской фильтрации при использовании эмпирической информации о характеристиках статического изображения. Разработал рекуррентный алгоритм реконструкции динамических изображений по методу наименьших квадратов и вывел уравнения для оценки точности реконструкции. Предложил оптимальную процедуру выбора и разработал алгоритм нахождения оптимальной последовательности проекций. Обосновал схему, разработал алгоритм и провел исследование томографической системы, предназначенной для визуализации структуры листового материала в режиме сканирования. Провел численное моделирование и разработал программное обеспечение, реализующее все алгоритмы реконструкции, полученные в работе.

**Апробация результатов диссертации.** Результаты исследований, включенные в диссертацию, докладывались на 12 международных конференциях и симпозиумах.

**Опубликованность результатов.** Основные результаты диссертационной работы отражены в 24 печатных работах, в том числе в 11 статьях, 13 трудах конференций. Общий объем опубликованных материалов составляет 179 страниц.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, списка использованных источников. Полный объем диссертации составляет 133 страницы, в том числе текста — 104 страницы, иллюстраций — 20 страниц, таблиц — 1 страница, списка источников — 8 страниц (105 наименований).

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Во **введении** дается общая оценка состояния проблемы восстановления изображений и в частности задачи реконструкции изображений по проекциям.

В **первой главе** проводится обзор литературы по теме диссертации. Перечислены задачи, решаемые с помощью компьютерной томографии. Дан обзор методов реконструкции статических изображений. Особое внимание уделено способам учета априорной информации. Приведен обзор методов реконструкции динамических изображений и отмечено, что состояние этой задачи далеко от окончательного решения.

Сформулировано направление исследований, проводимых в рамках диссертации, заключающееся в разработке рекуррентных алгоритмов, позволяющих осуществлять реконструкцию статических и динамических изображений в реальном масштабе времени.

**Вторая глава** посвящена разработке алгоритмов оптимальной рекуррентной реконструкции статических изображений.

Изображение рассматривается в виде дискретного случайного поля. Общее число элементов изображения обозначается через  $S$  и называется его размерностью. Величина поля в точке  $i = 1, 2, \dots, S$  в момент  $k$  обозначается через  $x_{i,k}$ . Совокупность всех этих величин образует вектор поля  $\mathbf{x}_k = [x_{1,k}, \dots, x_{i,k}, \dots, x_{S,k}]^T$ . Подобное представление справедливо как для двух-, так и для трехмерных полей.

Уравнение статического поля (изображения) имеет вид  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$  и является частным случаем стохастического конечно-разностного уравнения при случайном задании начальных условий. Основными статистическими характеристиками такого изображения являются вектор математического ожидания  $\mathbf{m}_0$  и пространственная ковариационная матрица  $\mathbf{P}_0$ . На рис. 1 показана реализация случайного изображения с радиусом пространственной ковариации равным двадцати элементам изображения.

Используется линейная модель наблюдения проекций с уравнением  $\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{D}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$ , в частности соответствующая схеме рентгеновской томографической системы, изображенной на рис. 2 (двумерный случай). В этом уравнении обозначено:  $\mathbf{H}_k$  — проекционная матрица;  $\mathbf{D}_k$  — матрица размытия изображения;  $\mathbf{v}_k$  — белый шум наблюдения. На каждом шаге матрица наблюдения  $\mathbf{H}_k$  различная и

имеет ранг  $r_H(k) \ll S$ . Таким образом, наблюдение проекций есть процесс существенно нестационарный и плохо определенный.

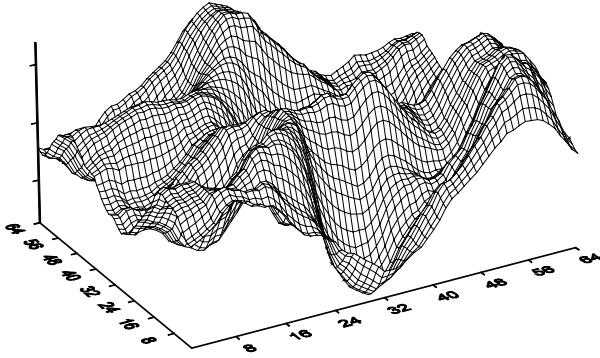


Рис. 1. Пример реализации случайного поля.

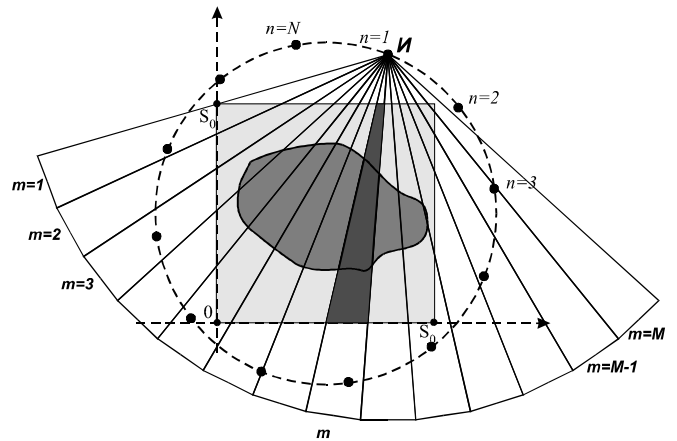


Рис. 2. Схема томографической системы.

Для решения задачи реконструкции изображений в реальном масштабе времени впервые предложено использовать теорию фильтра Калмана во временной области. Такой подход позволил получить рекуррентные оптимальные алгоритмы реконструкции, что дало возможность осуществлять оптимальную реконструкцию одновременно с процессом измерения проекций; проводить предварительное исследование точности реконструкции; заранее вычислять и хранить в памяти ЭВМ значения оптимального коэффициента усиления. Качество реконструкции оценивалось скалярной величиной  $\vartheta_k$ , равной усредненной по всему изображению относительному значению дисперсии ошибки реконструкции в момент  $k$ . Как функция последовательности шагов реконструкции она показывает характер процесса сходимости решения.

На основе развития традиционного алгоритма фильтра Калмана разработаны алгоритмы: реконструкции изображений, искаженных шумами наблюдения; реконструкции размытого изображения; реконструкции изображения объекта на фоне коррелированного шумового поля; реконструкции суперпозиции двух изображений.

В качестве примера на рис. 3 показан результат реконструкции по 50 проекциям изображения, приведенного на рис. 1, при отсутствии шумов наблюдения. Для этого примера на рис. 4 кривой с индексом  $q = \infty$  показана сходимость решения в зависимости от числа проекций  $n$ . Другие кривые на этом рисунке показывают сходимость



решения при наличии шумов наблюдения и различных отношениях сигнала к шумам  $q$ .

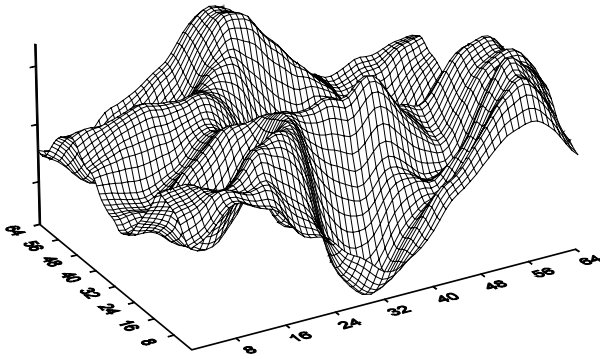


Рис. 3. Оптимальная реконструкция при отсутствии шумов наблюдения.

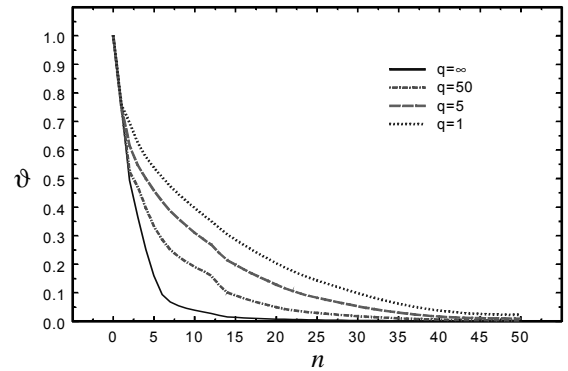


Рис. 4. Сходимость процесса реконструкции при различных отношениях  $c/\text{ш}$   $q$ .

В качестве следующего примера ниже приводятся результаты решения задачи отдельной реконструкции изображения, состоящего из суперпозиции двух случайных полей. На рис. 5 и 6 показаны реализации обеих компонент комбинированного изображения, а на рис. 7 и 8 — результаты их отдельной реконструкции по 50 проекционным наблюдениям их аддитивной смеси.

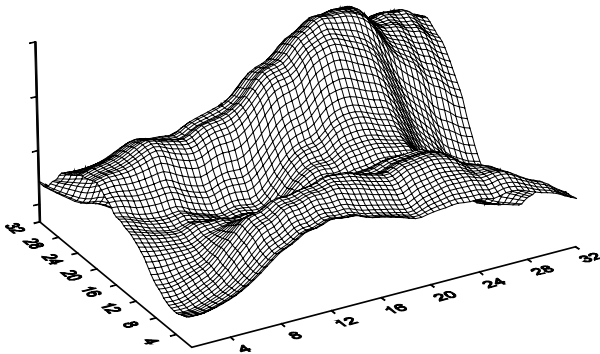


Рис. 5. Реализация изображения первой компоненты.

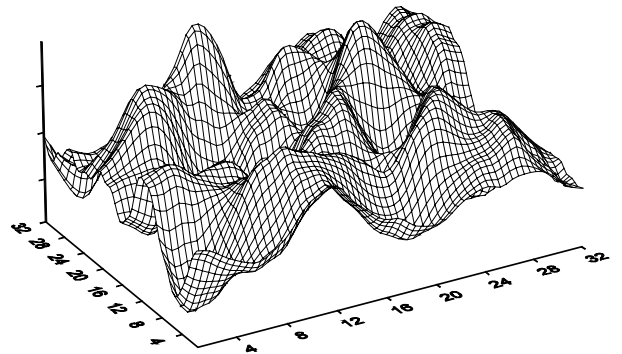


Рис. 6. Реализация изображения второй компоненты.

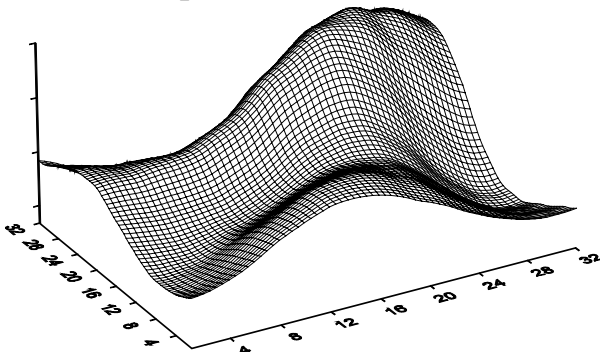


Рис. 7. Реконструкция изображения первой компоненты.

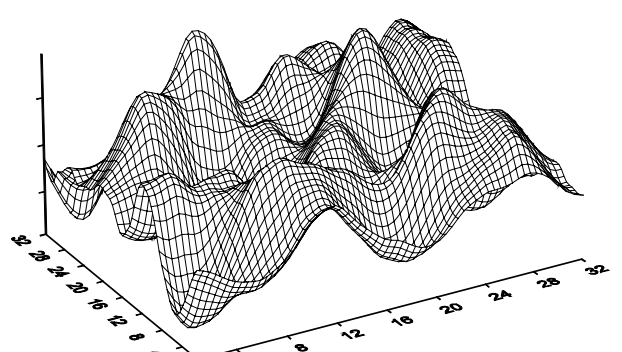


Рис. 8. Реконструкция изображения второй компоненты.

Недостатками фильтра Калмана (ФК), применительно к задаче реконструкции, являются высокая размерность ковариационной матрицы ошибки и необходимость знания априорных статистических характеристик изображения, таких как математическое ожидание  $\mathbf{m}_0$  и ковариационная матрица  $\mathbf{P}_0$ .

Для снижения влияния указанных отрицательных факторов предложено два способа модификации фильтра Калмана. Первый назван алгоритмом псевдо-ФК и впервые предложен в настоящей диссертации. Сущность способа состояла в замене апостериорной функции плотности распределения вероятности на эмпирическую, что исключает необходимость решения наиболее трудоемкого уравнения для ковариационной матрицы ошибки. Предлагаемый подход являлся распространением на случай ФК принципов регуляризации решения плохо определенных задач. Для согласования эмпирических и наблюдаемых данных введен коэффициент регуляризации  $\alpha_k$  и получены уравнения для его вычисления. Первоначально предполагалось, что эмпирическая ковариационная матрица равна априорной ковариационной матрице  $\mathbf{P}_0$ . В этом случае коэффициент усиления определялся по формуле:

$$\mathbf{K}_{p,k+1} = \alpha_k \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_{k+1}^T \left( \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_{k+1}^T \right)^{-1} \left( \alpha_k + q_{k+1}^{-1} \right)^{-1},$$

а коэффициент регуляризации находился из уравнения

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \alpha_k^2 \left( \sum \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{H}_k \mathbf{P}_0 \right) \left( \sum \mathbf{P}_0 \right)^{-1} \times \\ \times \left( \sum \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_0 \mathbf{H}_{k+1}^T \right)^{-1} \left( \alpha_k + q_{k+1}^{-1} \right)^{-1}, \quad \alpha(0) = 1,$$

где символ  $\Sigma$  означает сумму элементов соответствующей матрицы.

В другом случае эмпирическая ковариационная матрица полагалась равной  $\beta \mathbf{I}$ . Уравнение для коэффициента усиления в этом случае имело особенно простой вид:

$$\mathbf{K}_{p,k+1} = \alpha_k c_{k+1}^{-1} \mathbf{H}_{k+1}^T \left( \alpha_k + q_{p,k+1}^{-1} \right)^{-1}.$$

Для коэффициента регуляризации  $\alpha_k$  получено уравнение:

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \alpha_k^2 S^{-1} \left( \alpha_k + q_{p,k+1}^{-1} \right)^{-1},$$

а второй коэффициент регуляризации  $\beta$  определялся заданием эмпирического отношения сигнала к шумам.

Работоспособность алгоритма псевдо-ФК проверена, как путем решения модельных примеров, так и реконструкции по реальным данным. Было отмечено существенное снижение скорости сходимости

сти решения по сравнению с ФК, что привело к необходимости изучения вопроса об ее увеличении путем целенаправленного выбора последовательности проекций. В работе получен алгоритм оптимального выбора этой последовательности. Сущность алгоритма состояла в том, чтобы повысить степень декорреляции невязок в псевдо-ФК и тем самым приблизить его свойства к свойствам ФК. На рис. 9 показаны примеры сходимости решения для псевдо-ФК при последовательной и оптимальной процедурах наблюдения проекций. Кривые А и В соответствуют неоптимальному случаю для первого и второго способов нахождения коэффициентов усиления. Кривые С и D соответствуют оптимальной последовательности использования проекций. Эффективность предложенной методики продемонстрирована на примере реконструкции по реальным данным изображения внутреннего сечения оптико-волоконного кабеля.

Если статистическая априорная информация об изображении все же имеется, то ее целесообразно использовать полностью. Для сокращения вычислительных затрат в этом случае в диссертации предложен метод декомпозиции ковариационной матрицы ошибок на  $L$  независимых участков. Ошибка, вносимая декомпозицией, учитывалась введением эквивалентного белого шума наблюдения. Получены формулы для нахождения ковариационной матрицы этого шума и соответствующий алгоритм реконструкции. Для одного из решенных в диссертации примеров на рис. 10 приведены кривые сходимости процесса реконструкции при различном числе участков декомпозиции.

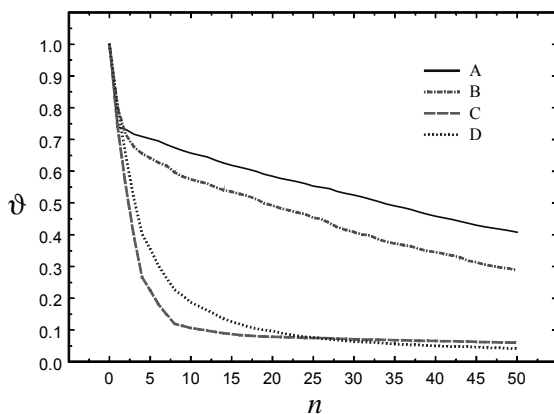


Рис. 9. Графики сходимости процесса реконструкции для алгоритма ПФК.

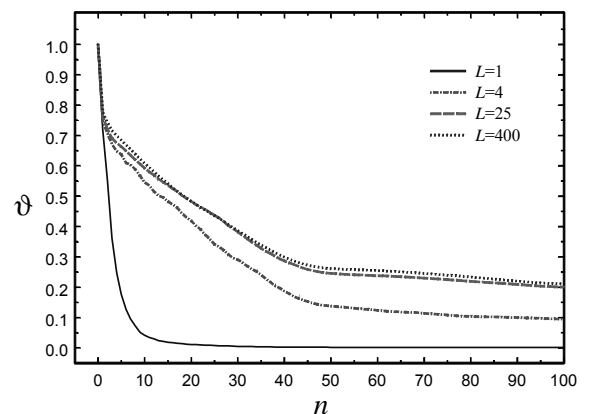


Рис. 10. Сходимость квазиоптимальной реконструкции при различном числе  $L$  участков декомпозиции.

В третьей главе диссертации решалась задача нахождения алгоритмов оптимальной рекуррентной реконструкции динамических изображений. Под динамическими понимались изображения, изменяющиеся во времени.

Модель динамического изображения предложено представлять случайным полем, дискретным в пространстве и во времени, с его описанием посредством стохастического конечно-разностного уравнения  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$ , где  $\mathbf{u}_k$  — неслучайная составляющая, а  $\mathbf{w}_k$  — дискретный белый шум. Приведены уравнения для нахождения пространственных ковариационных характеристик изображения и его временных корреляционных свойств. Модель развита в направлении возможностей формирования изображений в виде полей с потенциальными и вихревыми характеристиками, называемых моделями без пространственной динамики и с пространственной динамикой. В качестве примера на рис. 11 показана временная последовательность изображений без пространственной динамики, а на рис. 12 изображений с вихревым полем потока яркости.

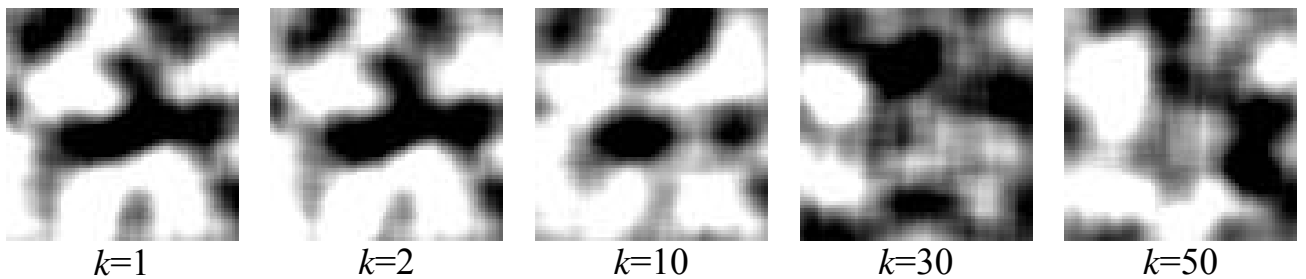


Рис. 11. Реализации случайного динамического изображения без пространственной динамики.

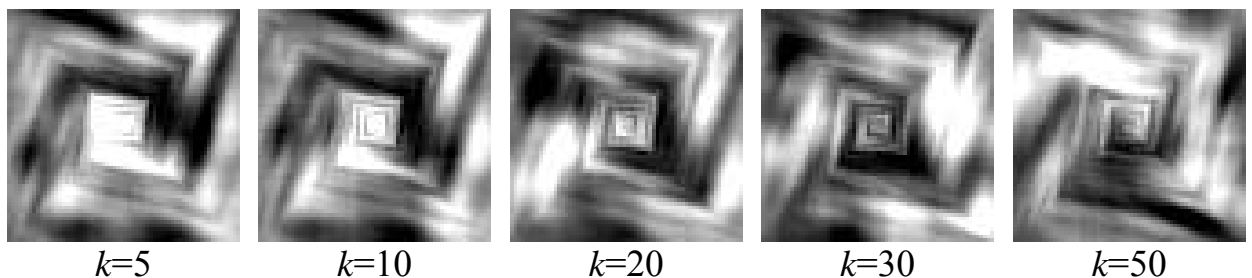


Рис. 12. Реализации случайного динамического изображения с вихревым полем потока яркости.

Особенность задачи реконструкции динамических изображений, как и статических, состояла в ее плохой определенности и высокой размерности. Для оценки уровня плохой определенности использовалось понятие степени наблюдаемости, широко применяемое в теории статистического оценивания. В диссертации приведено выражение для матрицы наблюдаемости и сформулировано условие полной наблюдаемости. Отмечено, что характерная особенность процесса реконструкции состоит в том, что он осуществляется в условиях неполной наблюдаемости и в этом его отличие от классических задач оценивания.

При линейных моделях динамического изображения и наблюдения, как и в статическом случае, алгоритм реконструкции сводится к фильтру Калмана. На его основе разработаны рекуррентные алгоритмы реконструкции динамических изображений с учетом шумов наблюдения, размытия, суперпозиции двух случайных полей и реконструкции изображения объекта на фоне шумового поля. Высокая размерность изображения приводит к высокой размерности ФК. До сих пор не было опыта работы с фильтрами Калмана размерности  $S = 10^4 \div 10^5$ , что потребовало практических доказательств работоспособности алгоритма на примерах.

Рассмотрено три варианта структуры алгоритмов реконструкции. В первом реконструкция осуществлялась для каждой лучевой суммы в отдельности, что позволило избежать обращения матрицы в уравнении оптимального коэффициента усиления. Во втором реконструкция производилась от одной проекции к другой по наблюдению проекции в целом. В третьем предполагалось, что реконструкция на каждом шаге происходит без учета временных корреляционных свойств изображения. Этот случай назван квазидинамическим.

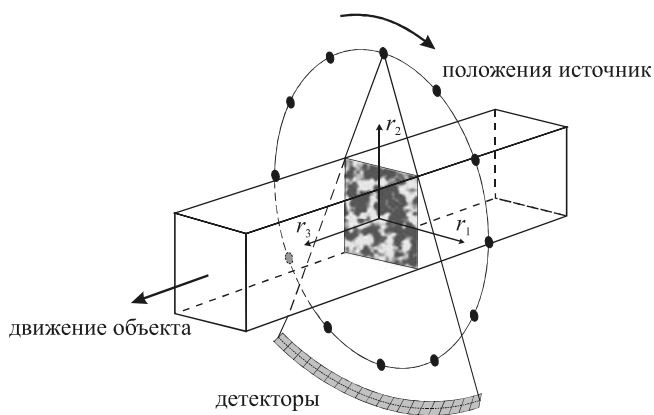


Рис. 13. Геометрия томографической системы.

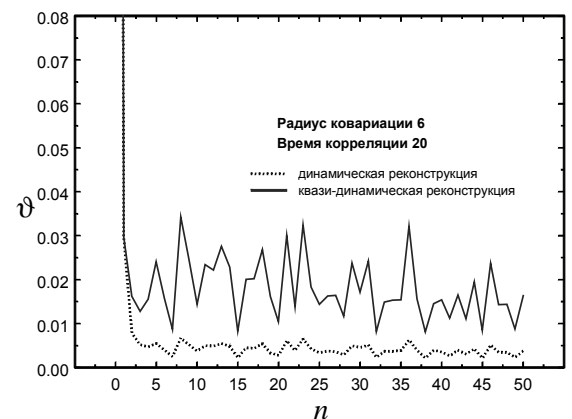
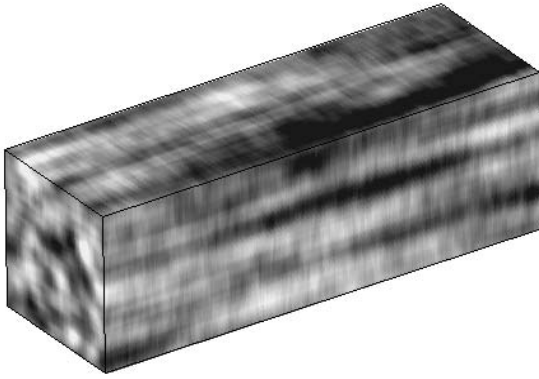


Рис. 14. Сходимость процесса динамической и квазидинамической реконструкции.

На рис. 13 изображена схема модели одного из вариантов системы наблюдения проекций, для которой решен ряд примеров реконструкции динамических изображений. На рис. 15 приводится один из результатов реконструкции трехмерного изображения движущегося объекта. На графиках рис. 14 изображены кривые сходимости процесса реконструкции этого объекта для алгоритмов ФК и квазидинамической реконструкции.

Оригинал



Реконструкция

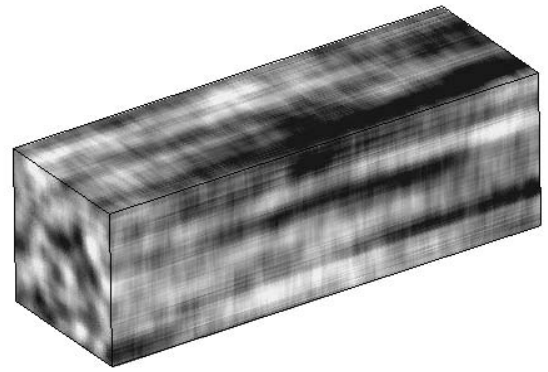


Рис. 15. Реконструкция трехмерного изображения.

При наличии лишь эмпирической информации об изображении в работе развит рекуррентный метод наименьших квадратов (МНК) применительно к реконструкции динамических изображений. Для получения рекуррентного алгоритма реконструкции введена функция потерь

$$r_{k+1} = (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1})^T (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1}) + \\ + \beta^{-1} (\mathbf{x}_{k+1} - \bar{\mathbf{x}}_{k+1})^T (\mathbf{x}_{k+1} - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}) + (\mathbf{x}_{k+1} - \alpha \hat{\mathbf{x}}_k)^T (\mathbf{x}_{k+1} - \alpha \hat{\mathbf{x}}_k).$$

Первое слагаемое в этой сумме учитывает потери за счет невязки, второе — это пространственный сглаживающий функционал, а третье — это временной сглаживающий функционал. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  являются параметрами регуляризации.

Применительно к выбранной функции потерь разработан рекуррентный алгоритм реконструкции в виде уравнений:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \alpha \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \alpha \hat{\mathbf{x}}_k), \\ \mathbf{K}_{k+1} = (\mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{H}_{k+1} + \beta^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}_{k+1}^T.$$

Выведены формулы для нахождения коэффициентов регуляризации. Для задания величины  $\beta$  необходимо иметь эмпирическую информацию о величине отношения сигнала к шумам, а для нахождения  $\alpha$  — эмпирическую оценку длительности временной корреляции изображения. В работе получено рекуррентное уравнение для кова-

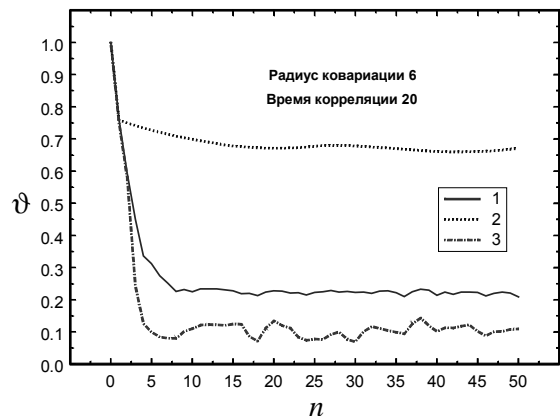


Рис. 16. Влияние выбора последовательности наблюдений на скорость сходимости.

риационной матрицы ошибки реконструкции и проведено исследование влияния выбора эмпирических коэффициентов регуляризации на величину этой ошибки. На рис. 16 показаны графики изменения величины  $\vartheta$  при: использовании алгоритма МНК с оптимальным выбором последовательности проекций (кривая 1); использовании алгоритма МНК и последовательном выборе проекций (кривая 2) и при использовании алгоритма ФК (кривая 3). На рис. 17 показаны результаты реконструкции динамического изображения (см. рис. 11) алгоритмом МНК (верхний ряд) и алгоритмом ФК (нижний ряд) при оптимальном выборе последовательности проекций.

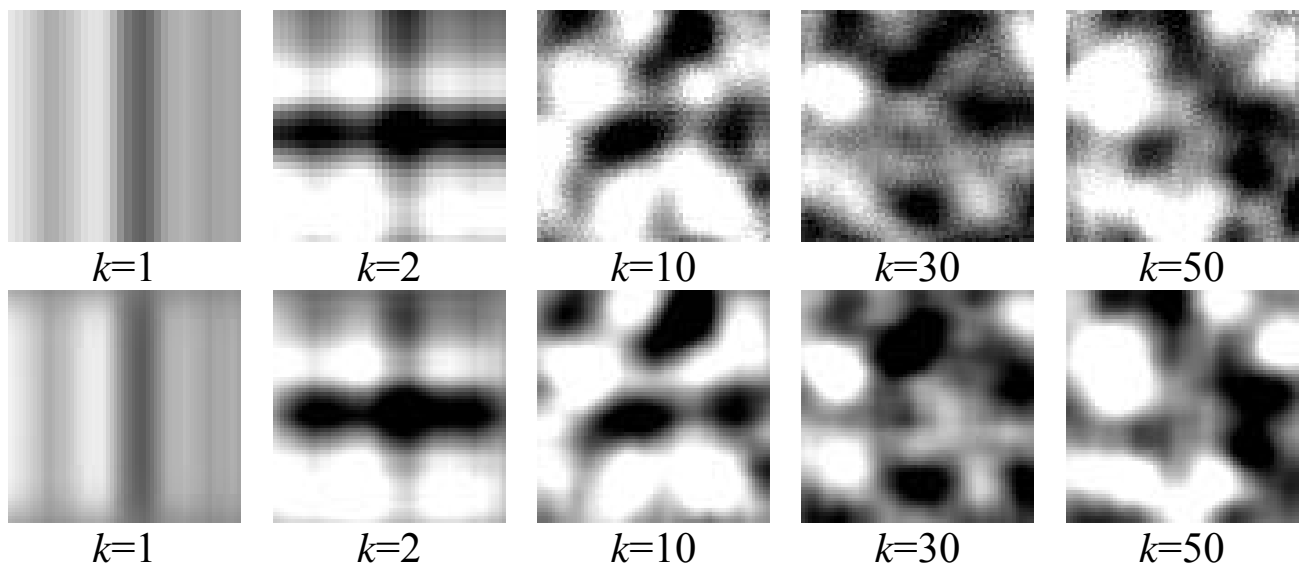


Рис. 17. Реконструкция динамического изображения алгоритмами МНК и ФК.

В **четвертой** главе проведено исследование возможностей создания томографической системы визуализации структуры листового пористого материала в режиме сканирования.

Оценка механических характеристик пористого листового материала является важной технической задачей. В случае, когда структура такого материала статистически однородна, оценка характеристик может осуществляться путем измерения закона распределения длины пор. Для этого необходимо иметь изображения структуры на участках большой протяженности. Чтобы получить такие изображения в диссертации предложена и исследована схема рентгеновской томографической системы, работающая в режиме сканирования с учетом ограниченного угла обзора объекта (рис. 18).

В предложенной схеме источник излучения и плоский детектор находятся в фиксированном положении, а объект перемещается относительно измерительной системы вдоль линии детекторов с известной постоянной скоростью. Проекция измеряются дискретно во вре-

мени в процессе шагового движения объекта. Реконструкция осуществляется одновременно с измерением проекций для каждого продольного сечения раздельно, формируя в совокупности трехмерное изображение структуры.

Проведены экспериментальные исследования изображения структуры эталонных образцов мате-

риала с применением стандартной рентгеновской томографической техники. Эти результаты позволили определить ковариационные характеристики структуры и на их основе построить математическую модель изображения. На рис. 19а приведено изображение фрагмента структуры пенистого алюминия в оптическом диапазоне, на рис. 19б — в рентгеновском, а на рис. 19с — модельное изображение с такими же ковариационными характеристиками.

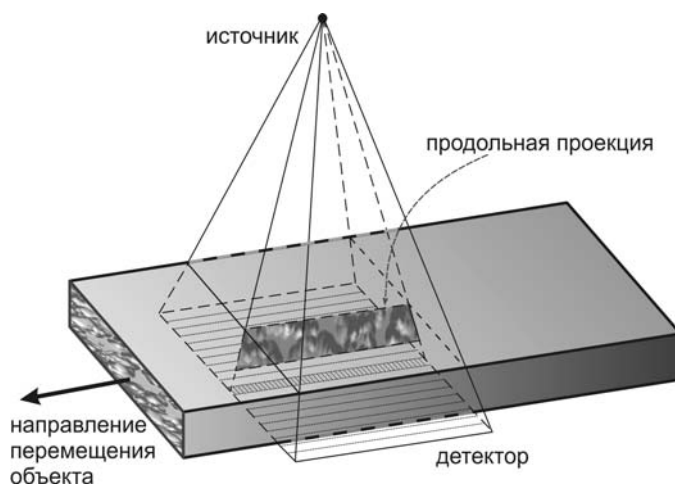


Рис. 18. Схема томографической системы с продольным измерением проекций.

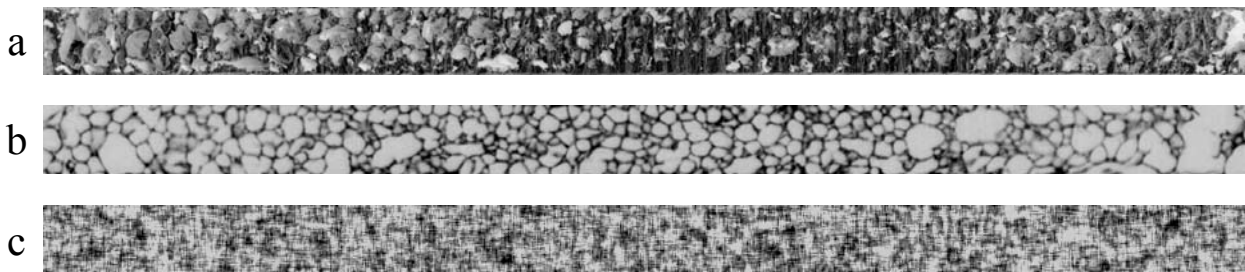


Рис. 19. Изображение сечения листа пенистого алюминия: а — в оптическом диапазоне; б — в рентгеновском диапазоне; с — модельное изображение.

Для предложенной схемы наблюдения продольных проекций и модели изображения разработан алгоритм реконструкции типа фильтра Калмана. Проведено исследование качества реконструкции путем решения уравнения для ковариационной матрицы ошибок при различных значениях параметров системы. Переходный процесс формирования изображения в процессе сканирования приведен на рис. 20, где  $k$  является дискретным временем наблюдения.



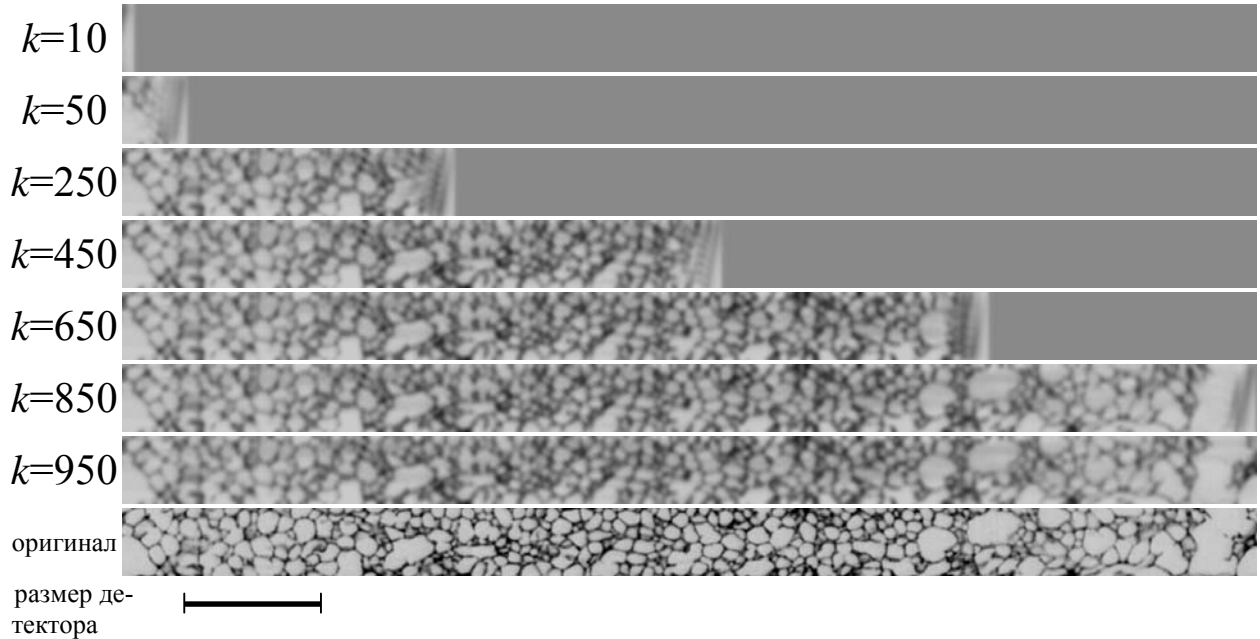


Рис. 20. Переходной процесс реконструкции изображения.

Предложенная схема рентгеновской томографической системы измерения продольных проекций показала свою работоспособность и может быть положена в основу создания системы контроля статистических характеристик структуры пористых материалов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Разработаны рекуррентные алгоритмы реконструкции статических изображений.

Предложена модель статического изображения в виде дискретного случайного поля, задаваемого разностным уравнением со случайными начальными условиями [7].

Для решения задачи реконструкции изображений в реальном масштабе времени впервые предложено использовать теорию фильтра Калмана во временной области. Такой подход позволил получить следующие рекуррентные оптимальные алгоритмы: реконструкции изображений, искаженных шумами наблюдения; реконструкции размытого изображения; реконструкции изображения объекта на фоне коррелированного шумового поля; реконструкции суперпозиции двух изображений [6, 7].

2. Предложено два способа модификации фильтра Калмана. Первый назван алгоритмом псевдо-ФК и впервые разработан в настоящей диссертации [1, 5, 7, 12, 13, 14, 15]. Второй способ связан с развитием методики декомпозиции изображения на статистически

независимые фрагменты с последующей раздельной их реконструкцией [23].

3. Разработаны рекуррентные алгоритмы реконструкции динамических изображений.

Предложено представлять модель динамического изображения в виде многомерной случайной марковской последовательности с его описанием посредством стохастического конечно-разностного уравнения. [18, 20].

Для решения задачи динамической реконструкции использован байесовский подход. При линейной модели динамического изображения он, как и в статическом случае, привел к алгоритму фильтра Калмана [8, 2, 16, 17, 18, 20, 24]. Разработаны рекуррентные алгоритмы реконструкции динамических изображений с учетом шумов наблюдения, размытия, суперпозиции двух случайных полей, реконструкции изображения на фоне коррелированного шумового поля. В работе предложена оценка степени определенности задачи реконструкции на основе известного понятия наблюдаемости динамической системы [18, 20]. Это позволило впервые получить алгоритм выбора оптимальной последовательности проекций [21].

4. В работе предложен подход к задаче реконструкции динамических изображений на основе рекуррентного метода наименьших квадратов. Введен специальный квадратичный критерий точности, и на его основе впервые разработан алгоритм реконструкции динамических изображений по методу наименьших квадратов. Выведены уравнения для оценки точности реконструкции и сходимости решения. Работоспособность предложенного алгоритма продемонстрирована на примерах [9, 4, 22].

5. Решена задача разработки рентгеновской томографической системы визуализации структуры листового пористого материала в режиме сканирования. Предложена схема томографической системы с продольным измерением проекций, получена и исследована ее математическая модель. Проведены экспериментальные исследования с целью определения статистических характеристик структуры эталонных образцов материала (пенистый алюминий). Разработан алгоритм реконструкции изображений структуры материала в режиме сканирования на основе фильтра Калмана. Подготовлен экспериментальный макет томографической системы и проведено его исследование [8, 9, 10, 19, 25].

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в научных журналах

1. Artemiev V., Naumov A., Tillack G.-R. Adaptive image reconstruction applied to X-Ray tomography // *Materialprüfung*.— 1998.— Vol. 40, № 9.— P. 342–345.
2. Tillack G.-R., Artemiev V.M., Naumov A.O. Reconstruction of dynamic object properties for CT applications // *Materialprüfung*.— 2001.— № 6.— P. 254–258.
3. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Recursive Tomographic Image Reconstruction Using a Kalman Filter Approach in the Time Domain // *J.Phys.D: Appl. Phys.*— 2001.— Vol. 34.— P. 2073–2083.
4. Наумов А.О. Оптимальная реконструкция динамических изображений на основе рекуррентного метода наименьших квадратов в целях томографии // *Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.*— 2003.— № 2.— С. 90–95.

### Статьи в научных сборниках

5. Artemiev V., Naumov A., Tillack G.-R. Adaptive image reconstruction with predictive model // *Maximum Entropy and Bayesian Methods / Eds. W. von der Linden e. a.*— Kluwer Academic Publishers, 1999.— P. 123–130.
6. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Optimal Dynamic Image Reconstruction with Sequence Projection Data Acquisition // *Сб. научных трудов ИТК НАНБ «Цифровая обработка изображений».*— Минск, 2000.— Выпуск 4.— С. 7–20.
7. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Pseudo Kalman Filter Approach for Dynamic Image Reconstruction // *Сб. научных трудов ИТК НАНБ «Цифровая обработка изображений».*— Минск, 2000.— Выпуск 4.— С. 133–142.
8. Tillack G.-R., Artemiev V.M., Naumov A.O. Dynamic image reconstruction for CT applications // *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation.*— 2001.— Vol. 20.— P. 748–755.
9. Tillack G.-R., Goebbels J., Illerhaus B., Artemiev V.M., Naumov A.O. Statistical characterization of complex object structure by dy-

dynamic tomography // Review of Progress in QNDE.— 2002.— Vol. 21.— P. 764–771.

10. Наумов А.О. Реконструкция динамических изображений на основе рекуррентного метода наименьших квадратов // Сб. научных трудов «Анализ цифровых изображений» / Национальная Академия наук Беларуси. Объединенный институт проблем информатики.— Минск, 2002.— Выпуск 1.— С. 20–27.
11. G.-R. Tillack, U. Samadurau, V.M. Artemiev, A.O. Naumov Statistical characterization of multi-phase flow by dynamic tomography // Review of Progress in QNDE.— 2003.— Vol. 22.— P. 643–650.

### Доклады

12. Artemiev V. M., Naumov A. O., Tillack G.-R. Adaptive Image Reconstruction in X-Ray Tomography // Proc. of the 7th European Conference on Non-Destructive Testing, ECNDT, Copenhagen, 1998.— P. 2379-2384.
13. Артемьев В.М., Наумов А.О., Степанов В.Л., Тиллак Г.-Р. Адаптивная реконструкция изображений по проекциям // Доклады Междун. конференции «Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях», сентябрь 1998.— Минск, 1998.— Том 2.— С. 40–47.
14. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Image Reconstruction from Projections in the Case of Prior Uncertainty // Proc. of the 2nd International Conference on Computer Methods and Inverse Problems in Non-Destructive Testing and Diagnostic, Minsk, Belarus, 20.-23. Oktober, 1998.— DGZfP Berichtsband, Vol. 64, 1998.— P. 85-90.
15. Tillack G.-R., Artemiev V.M., Naumov A. O. Adaptive Bildrekonstruktion für Projektionstechniken // DGZfP Jahrestagung "70 Jahre ZfP von Schweißverbindungen", Bamberg, 7.-9. September, 1998.— DGZfP-Berichtsband, Vol. 63, 1999.— P. 579-588.
16. Tillack G.-R., Artemiev V.M., Naumov A.O. Dynamische Bildrekonstruktion fuer CT-Anwendungen // DACH Jahrestagung "ZfP im Ubergang zum 3. Jahrtausend" Innsbruck, 29.-31. Mai, 2000.— DGZfP-Berichtsband, 2000.— P. 817–826.
17. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Dynamic Image Reconstruction: General estimation Principles for Dynamic tomography // Proc. 15th World Conference on Nondestructive Testing, Roma (Italy) 15-21 October 2000.— Roma, 2000.— on CDrom, idn326.

18. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Dynamic Image Reconstruction // Доклады второй междун. конференции «Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях», ноябрь 2000 г.— Минск, 2000.— Том 2.— С. 168–178.
19. Tillack G.-R., Goebbels J., Illerhaus B., Artemiev V.M., Naumov A.O. Machbarkeitsstudie zum Einsatz der dynamischen Tomographie für die statistische Charakterisierung komplexer Objektstrukturen // DGZfP-Jahrestagung "ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung", Berlin, 21.-23. Mai, 2001.— DGZfP-Berichtsband, 2001.— CDrom P22.
20. Artemiev V.M., Naumov A.O., Tillack G.-R. Statistical Estimation theory Approach for the Dynamic Image Reconstruction // Proc. 2<sup>nd</sup> World Congress on Industrial Process Tomography.— Hannover, Germany, August 2001.— P. 772–779.
21. Наумов А.О. Оптимальный выбор последовательности проекций в динамической компьютерной томографии // Доклады Третьей международной конференции «Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях», май 2002 г.— Минск, 2002.— Том 2.— С. 83–88.
22. Tillack G.-R., Samadurau U.A., Artemiev V.M., Naumov A.O. Non-linear Dynamic Image Reconstruction for X-Ray Process Tomography // Proc. 8<sup>th</sup> ECNDT, Barcelona (Spain) June 17-21, 2002.—Barcelona, 2002.— on CDrom, Paper80.

### Тезисы докладов

23. Артемьев В.М., Наумов А.О., Тиллак Г.-Р. Рекуррентная реконструкция изображений в рентгеновской томографии // 15-я научно-техническая конференция по неразрушающему контролю и диагностике: Тез. докл., Том 2, Москва, 28 июня–2 июля 1999.— Москва, 1999.— С. 191.
24. Артемьев В.М., Наумов А.О., Тиллак Г.-Р. Реконструкция динамических изображений на основе рекуррентного метода наименьших квадратов // 3-я международная конференция «Компьютерные методы и обратные задачи в неразрушающем контроле и диагностике»: Тезисы докладов, Москва, 18–21 марта 2002.— Москва, 2002.— С. 269–270.

дысертацыйнай працы Навумава Аляксандра Алегавіча  
**«РАСПРАЦОЎКА РЭКУРРЭНТНЫХ АЛГАРЫТМАЎ  
РЭКАНСТРУКЦЫІ ВІДАРЫСАЎ ДЛЯ ЗАДАЧ ТАМАГРАФІІ»**

**Ключавыя словы:** рэканструкцыя відарысаў, камп'ютэрная тамаграфія, праекцыя, алгарытм, адваротная задача, статыстычнае ацэньванне, аптымальная фільтрацыя, выпадковая паслядоўнасць, фільтр Калмана, каварыцыйная матрыца, апрыёрная інфармацыя, тамаграфія працэсаў, порысты матэрыял.

Аб'ектам даследавання ў дысертацыйнай працы з'яўляўся відарыс унутранай структуры матэрыялаў і вырабаў. Прадметам даследавання з'яўляліся алгарытмы рэканструкцыі відарысаў па выніках вымярэння тамаграфічных праекцый. Мэтай працы была распрацоўка рэкуррэнтных алгарытмаў рэканструкцыі статычных і дынамічных відарысаў для камп'ютэрнай тамаграфіі рэальнага часу. Метадалогія даследавання засноўвалася на выкарыстанні вынікаў тэорыі маркаўскіх выпадковых працэсаў і статыстычнага ацэньвання.

Упершыню тэорыя фільтра Калмана была выкарыстана для рэканструкцыі статычных і дынамічных відарысаў. Гэта дазволіла распрацаваць аптымальныя алгарытмы: рэканструкцыі відарысаў у ўмовах шумаў наглядзе; рэканструкцыі размытага відарысу; паасобнай рэканструкцыі суперпазіцыі двух відарысаў. Для зніжэння вылічальных выдаткаў распрацаваны алгарытмы псеўдакалманаўскай рэканструкцыі статычных відарысаў і алгарытм рэканструкцыі дынамічных відарысаў на аснове рэкуррэнтнага метада найменшых квадратаў.

У дысертацыі прапанавана схема тамаграфічнай сістэмы з удоўжаным вымярэннем праекцый, прызначаная для візуалізацыі структуры ліставога порыстага матэрыяла ў рэжыме сканіравання.

Распрацаваныя алгарытмы могуць быць выкарыстаны ў неразбуральным кантроле для тамаграфіі матэрыялаў, якія маюць статыстычны характар, а таксама для тамаграфіі аб'ектаў, зменьваюшчыхся з цягам часу.

**РЕЗЮМЕ****диссертационной работы Наумова Александра Олеговича  
«РАЗРАБОТКА РЕКУРРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ  
РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ  
ТОМОГРАФИИ»**

**Ключевые слова:** реконструкция изображений, компьютерная томография, проекция, алгоритм, обратная задача, статистическое оценивание, оптимальная фильтрация, случайная последовательность, фильтр Калмана, ковариационная матрица, априорная информация, томография процессов, пористый материал.

Объектом исследования в диссертационной работе являлось изображение внутренней структуры материалов и изделий. Предметом исследования являлись алгоритмы реконструкции изображений по результатам измерения томографических проекций. Целью работы была разработка рекуррентных алгоритмов реконструкции статических и динамических изображений для компьютерной томографии реального времени. Методология исследования основывалась на использовании результатов теории марковских случайных процессов и статистического оценивания.

Впервые теория фильтра Калмана была использована для реконструкции статических и динамических изображений. Это позволило разработать оптимальные алгоритмы: реконструкции изображений в условиях шумов наблюдения; реконструкции размытого изображения; раздельной реконструкции суперпозиции двух изображений. Для снижения вычислительных затрат разработаны алгоритмы псевдокалмановской реконструкции статических изображений и алгоритм реконструкции динамических изображений на основе рекуррентного метода наименьших квадратов.

В диссертации предложена схема томографической системы с продольным измерением проекций, предназначенная для визуализации структуры листового пористого материала в режиме сканирования.

Разработанные алгоритмы могут быть использованы в неразрушающем контроле для томографии материалов, имеющих статистический характер, а также для томографии объектов, изменяющихся во времени.

**SUMMARY**

of the Ph.D. thesis

**«DEVELOPMENT OF THE RECURSIVE IMAGE  
RECONSTRUCTION ALGORITHMS FOR TOMOGRAPHY»**

by Alexander O. Naumov

**Key words:** image reconstruction, computed tomography, projection, algorithm, inverse problem, statistical estimation, optimal filtering, random sequence, Kalman filter, covariation matrix, a priori information, process tomography, foam material.

The image of interior structure of materials and products was an object of investigation in the thesis. The algorithms of image reconstruction by measuring of tomographic projections were a subject of investigation. The aim of the work consisted in developing recursive algorithms of static and dynamic image reconstruction for a real time computed tomography. The methodology of investigation was based on usage of the stochastic Markov processes theory and statistic estimation theory.

For the first time the Kalman filter technique was used for the reconstruction of static and dynamic images. It has allowed developing optimal algorithms of image reconstruction in presence of observation noise; reconstruction of blurred images; separate reconstruction of a superposition of two images. To reduce the computing expenses the algorithms of pseudo-Kalman reconstruction of static images and the algorithm of dynamic image reconstruction on the basis of a recursive least squares method were proposed.

In the thesis the plan of a tomographic system with longitudinal projection measuring that intended for visualization of structure of sheet porous materials in a scan mode was offered.

The designed algorithms can be used in nondestructive tasting for a tomography of materials having a statistical structure and also for a tomography of time-varying objects.