

Д. А. Воронович, Н. И. Глущенко, О. И. Петрова,
А. А. Таран, М. В. Варминский

Волновая и квантовая оптика.

Основы квантовой механики и физики ядра

2011

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

Д. А. Воронович
Н. И. Глущенко, О. И. Петрова, А. А. Таран,
М. В. Варминский

Волновая и квантовая оптика.

Основы квантовой механики и физики ядра

Учебное пособие для практических занятий

Харьков «ХАИ» 2011

УДК 535 + 539

Волновая и квантовая оптика. Основы квантовой механики и физики ядра: учеб. пособие к практическим занятиям / Д. А. Воронович, Н. И. Глущенко, О. И. Петрова, А. А. Таран, М. В. Варминский. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2011. – 80 с.

Представлены задачи по физике по следующим разделам: «Фотометрия», «Интерференция», «Дифракция», «Поляризация», «Оптика движущихся тел», «Тепловое излучение», «Квантовые свойства света», «Основы квантовой механики», «Элементы физики ядра».

В начале каждого раздела приведена таблица с основными формулами. Рассмотрены примеры решения задач.

Также в приложении 1 представлены уточненные значения фундаментальных физических постоянных, рекомендованных рабочей группой СОДАТА (2006 г.).

Для студентов всех факультетов технических вузов.

Ил. 9 Табл. 9 Библиогр.: 14 назв.

Рецензенты:

© Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», 2011 г

Методика решения задач

В процессе решения задач по физике у студентов вырабатывается умение применять общие теоретические законы и принципы к анализу и выяснению сущности конкретных физических явлений. Одновременно углубляются и закрепляются теоретические знания, умение использовать математические методы в физических исследованиях.

При решении задач целесообразно пользоваться следующими правилами.

1. Изучить условие задачи:

а) внимательно прочесть текст задачи; б) выяснить смысл неизвестных терминов; в) записать «Дано», переведя все единицы измерения в СИ; г) выделить главные вопросы задачи.

2. Проанализировать содержание задачи:

а) исследовать исходные данные; б) выяснить физический смысл задачи; в) изобразить необходимые для решения графики, чертеж, схему, рисунок и т.п.; г) внести дополнительные данные и условия для получения однозначного ответа.

3. Составить план решения; определить систематическую цепь умозаключений, которая связывает исходные данные задачи с величинами, которые необходимо найти.

4. Осуществить план решения и получить искомые величины в символьном виде.

5. Определить размерности искомых физических величин и убедиться в их правильности.

6. Проверить общее решение. Для этого: а) сопоставить его с результатами известных физических экспериментов; б) сопоставить полученное решение с общими правилами физики; в) решить задачу другим способом.

7. Подставить в общее решение численные значения всех физических величин, взятых в СИ, и произвести расчеты. При этом воспользоваться формулами для приближенных вычислений и правилами действий с приближенными числами.

8. Оценить правдоподобность полученного результата.

9. Проанализировать поведение общего решения в предельных частных случаях, ответить на ряд дополнительных вопросов, тесно связанных с данной задачей, указать на практическое применение. Такой подход к решению задачи позволит решить ее глубже в комплексе с другими задачами.

З а н я т и е 1

Фотометрия

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\Omega = \frac{S}{R^2}$	Телесный угол	S - площадь части сферы с центром в вершине конической поверхности, которая вырезается этим телесным углом, R - радиус сферы, $[\Omega] = \text{ср}$ (стерадиан)
2	$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$	Сила света	$d\Phi$ - световой поток, распространяющийся от источника внутри элементарного телесного угла $d\Omega$, который содержит данное направление, $[I] = \text{кд}$ (кандела)
3	$\Phi = \frac{dW}{dt}$	Световой поток	dW - энергия, переносимая световыми волнами за время dt ; $[\Phi] = \text{лм}$ (люмен), $1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср}$
4	$\Phi = 4\pi I$	Полный световой поток, излучаемый изотропным источником во всех направления	Для изотропного источника $I = \text{const}$
5	$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS}$	Освещенность	$d\Phi_{\text{пад}}$ - световой поток, падающий на элемент поверхности dS , $[E] = 1 \text{ лк}$ (люкс), $1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} / 1 \text{ м}^2$

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
6	$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$	Освещенность, создаваемая точечным изотропным источником света	α - угол падения лучей; r - расстояние от источника света до освещенной поверхности
7	$R = \frac{d\Phi_{исч}}{dS}$	Светимость протяженного источника света	$d\Phi_{исч}$ - световой поток, испускаемый источником во всех направлениях элементом поверхности dS , $[R] = \text{лм}/\text{м}^2$
8	$B = \frac{dI}{dS \cos \theta} = \frac{dI}{dS_n}$	Яркость протяженного источника света	dI - сила света элемента поверхности dS , θ - угол между нормалью к поверхности и направлением излучения, dS_n - проекция площади dS на плоскость, перпендикулярную направлению излучения, $[B] = \text{кд}/\text{м}^2$
9	$R = \pi B$	Закон Ламберта	Выполняется закон Ламберта для косинусного (ламбертовского) излучателя, для которого $B = \text{const}$

Примеры решения задач

Пример 1. Прожектор ближнего освещения дает пучок света в виде усеченного конуса с углом раствора $2\Theta_0 = 80^\circ$. Световой поток прожектора равен $\Phi = 80$ клм. Допуская, что световой поток внутри конуса распределен равномерно, определить силу света прожектора.

Дано: $\Theta_0 = 40^\circ$, $\Phi = 8 \cdot 10^4$ лм.

Найти I .

Решение. Сила света изотропного источника равна отношению светового потока Φ к телесному углу Ω в пределах которого распространяется световой поток, т.е.

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}. \quad (1.1)$$

Выразим телесный угол Ω через угол раствора Θ_0 . Из рисунка видно, что площадь заштрихованного кольца $dS = 2\pi R^2 \sin \Theta d\Theta$.

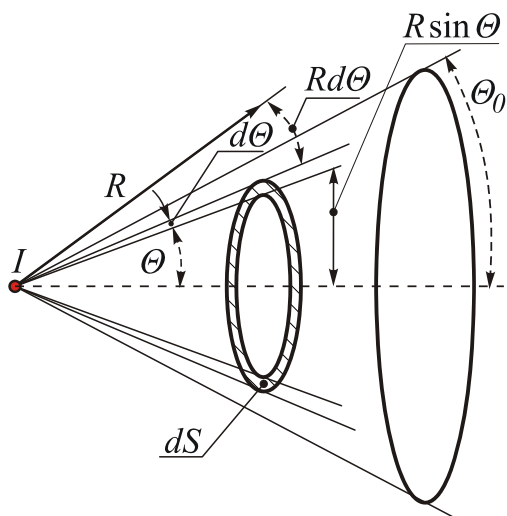


Рис. к примеру 1

Элементарный телесный угол

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = 2\pi \sin \Theta d\Theta.$$

Телесный угол, соответствующий углу раствора 2Θ конуса, выражается интегралом

$$\Omega = 2\pi \int_0^{\Theta_0} \sin \Theta d\Theta. \quad (1.2)$$

Интегрируя, получаем:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \Theta_0) = 4\pi \sin^2 \frac{\Theta_0}{2}.$$

Подставив полученное выражение

для Ω в формулу (1.1), найдем:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi \sin^2 \frac{\Theta_0}{2}}$$

Подставив числовые значения, получим

$$I = \frac{8 \cdot 10^4}{4 \cdot 3,14 \sin^2 20^\circ} = 2,11 \cdot 10^5 \text{ кд.}$$

Ответ: $I = 2,11 \cdot 10^5$ кд.

Пример 2. Люминесцентная цилиндрическая лампа диаметром $d = 2,5$ см и длиной $l = 40$ см создает на расстоянии $r = 5$ м в направлении, перпендикулярном к оси лампы, освещенность $E = 1$ лк. Принимая, что лампа излучает по закону Ламберта, определить: а) силу света в данном направлении; б) яркость; в) светимость лампы.

Дано: $d = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м, $l = 0,4$ м, $r = 5$ м, $E = 1$ лк.

Найти I, B, R .

Решение. а) Так как больший из двух размеров лампы (длина l) в 12 раз меньше расстояния r , на котором измерена освещенность, то можно принять лампу за точечный источник для вычисления силы света в заданном направлении. Используя формулу 1 табл. 1.1 и учитывая, что угол α между нормалью и направлением наблюдения равен нулю, получаем:

$$E = \frac{I}{r^2},$$

откуда формула для расчета силы света

$$I = E r^2. \quad (1.3)$$

Подставив числовые данные в (1.3), найдем:

$$I = 25 \text{ кд}.$$

б) Учитывая, что для ламбертовского источника $B = \text{const}$, для вычисления яркости применим формулу 8 табл. 1.1:

$$B = \frac{I}{S_n}.$$

В случае цилиндрической люминесцентной лампы площадка S_n имеет форму прямоугольника длиной l и шириной d . Следовательно,

$$B = \frac{I}{ld}. \quad (1.4)$$

Подставив числовые значения величин в (1.4), получим

$$B = \frac{25}{0,4 \cdot 0,025} = 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кд}}{\text{м}^2}.$$

в) Люминесцентная лампа излучает по закону Ламберта, поэтому ее светимость находится по формуле 9 табл. 1.1:

$$R = \pi B. \quad (1.5)$$

Подставив числовые значения величин в (1.5), получим

$$R = 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кд}}{\text{м}^2} = 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2}$$

$$\text{Ответ: а) } I = 25 \text{ кд; б) } B = 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кд}}{\text{м}^2}; \text{ в) } R = 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{лм}}{\text{м}^2}.$$

Вариант 1

1.1.1. В центре квадратной комнаты площадью $S = 25 \text{ м}^2$ висит лампа. Считая лампу точечным источником света, найти, на какой высоте от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей.

1.1.2. Найти освещенность поверхности Земли, вызываемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца равна $B = 1,2 \cdot 10^9 \text{ кд/м}^2$.

Радиус Солнца $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$, расстояние от Солнца до Земли

$L = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$. Считать, что Солнце является ламбертовским источником.

1.1.3. Спираль электрической лампочки силой света $I = 100 \text{ кд}$ заключена в матовую сферическую колбу диаметром: а) $d_1 = 5 \text{ см}$ и б) $d_2 = 10 \text{ см}$. Найти светимость R и яркость B лампы в обоих случаях. Потерей света в оболочке колбы пренебречь.

1.1.4. Лампа, в которой светящимся телом служит накаливаемый шарик диаметром $d_1 = 3 \text{ мм}$, дает силу света $I = 85 \text{ кд}$. Найти яркость B этой лампы, если сферическая колба сделана: а) из прозрачного стекла; б) матового стекла. Диаметр колбы $d_2 = 6 \text{ см}$.

1.1.5. Предельный угол полного внутреннего отражения для бензола $\alpha_{пред} = 42^\circ$. Определить скорость света v в бензоле.

Вариант 2

1.2.1. Согласно нормам освещенность рабочего места для тонких работ должна быть не менее $E = 100 \text{ лк}$. На какой минимальной высоте от рабочего места должна быть помещена лампа, сила света которой $I = 100 \text{ кд}$?

1.2.2. Показатели преломления стекла равен $n_{ст} = 1,52$, воздуха - $n_{возд} = 1,00026$, воды - $n_в = 1,33$. Найти предельный угол полного внутреннего отражения $\alpha_{пред}$ для поверхностей раздела: а) стекло-воздух; б) вода-воздух; в) стекло-вода.

1.2.3. Показатель преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны соответственно $n_{кр. см} = 1,51$ и $n_{ф. см} = 1,53$. Найти предельные углы полного внутреннего отражения при падении этих лучей на границу стекло-воздух.

1.2.4. Что произойдет при падении белого луча под углом 41° на поверхность раздела стекло-воздух? (Воспользоваться результатами предыдущей задачи)

З а н я т и е 2

Интерференция света

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 2.1.

Т а б л и ц а 2.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$L = nr$	Оптическая длина пути светового луча	n – показатель преломления среды; r – геометрическая длина пути светового луча

Продолжение таблицы 2.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
2	$\Delta = L_2 - L_1 =$ $= n_2 r_2 - n_1 r_1$	Оптическая разность хода световых лучей	n_1, n_2 – показатели преломления сред, в которых распространяется свет; r_1, r_2 – геометрические длины путей двух световых лучей
3	$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$	Связь между разностью фаз и оптической разностью хода световых лучей	λ_0 – длина волны света в вакууме
4	$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} = \pm m \lambda_0$	Условие максимального усиления света в результате интерференции	m – порядок интерференционного максимума ($m = 0, 1, 2, \dots$)
5	$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$	Условие максимального ослабления света в результате интерференции	m – порядок интерференционного минимума ($m = 0, 1, 2, \dots$)
6	$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda_0$	Расстояние между интерференционными максимумами (минимумами) на экране, размещенном параллельно двум когерентным источникам света	d – расстояние между источниками света; L – расстояние от экрана до источников света ($L \gg d$)
7	$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} =$ $= 2d n \cos \beta =$ $= \begin{cases} (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} & \text{(а)} \\ m \lambda_0 & \text{(б)} \end{cases}$	Условия усиления (а) и ослабления (б) света, отраженного от тонкой пленки, находящейся в воздухе	d – толщина пленки; n – показатель преломления вещества пленки; α – угол падения света на пленку; β – угол преломления света. Условия усиления и ослабления для света, прошедшего сквозь пленку, обратные условиям для отраженного света

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2n\gamma}$	Ширина интерференционных полос при интерференции света на клине	γ – угол клина
9	$r_m = \begin{cases} \sqrt{mR\lambda} & \text{(а)} \\ \sqrt{(2m-1)R\frac{\lambda}{2}} & \text{(б)} \end{cases}$	Радиусы колец Ньютона в отраженном свете: (а) – темных; (б) – светлых	m – порядок кольца ($m = 1, 2, \dots$), R – радиус кривизны. В проходящем свете расположение темных и светлых полос обратно их расположению в отраженном свете $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ – длина волны в среде, находящейся между пластиной и линзой, n – показатель преломления среды, находящейся между пластиной и линзой

Примеры решения задач

Пример 1. Над плоским зеркалом (см. рисунок) расположен источник света S с длиной волны $\lambda = 0,43$ мкм. В точке M на экране AB , перпендикулярного к плоскости зеркала, падают два луча: непосредственно луч SM , параллельный плоскости зеркала, и луч SOM , отраженный от зеркала в точке O . Источник находится на расстоянии $h = 1$ мм от плоскости зеркала на расстоянии $L = 3$ м от экрана. Установить, что будет наблюдаться в точке M экрана: усиление или ослабление света.

Дано: $\lambda = 4,3 \cdot 10^{-7}$ м, $h = 10^{-3}$ м, $L = 3$ м.

Найти $m = \frac{\Delta}{\lambda/2}$.

Решение. При определении оптической разности хода Δ лучей необходимо учитывать, что при отражении света от оптически более плотной среды фаза колебаний изменяется на π . Оптическая разность хода Δ равна

разности оптических длин лучей SOM и SM , уменьшенной на $\lambda/2$, которое обусловлено изменением фазы колебаний при отражении луча от поверхности зеркала в точке O , т.е.

$$\Delta = SO + OM - \frac{\lambda}{2} - SM.$$

Для нахождения Δ поставим точку S' , симметрично точке S относительно плоскости зеркала. Поскольку $OS = OM$ и $OS = OS'$, то $OM = OS'$, тогда $S'M = 2OS$. Тогда для расчета интерференционной картины точку S и ее условное изображение S' , можно рассматривать как когерентные источники света. Такой способ значительно упрощает расчет интерференционной картины и его широко применяют при решении задач.

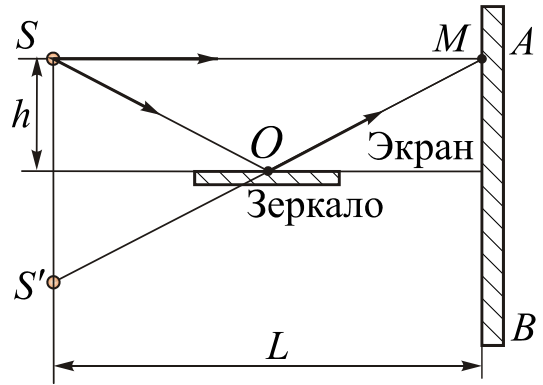


Рис. к примеру 1. Метод Ллойда

Геометрическую разницу хода определим как

$$S'M - SM = \sqrt{L^2 + (2h)^2} - L = L \left(1 + \frac{2h^2}{L^2} \right) - L = \frac{2h^2}{L}.$$

(при этом учтено, что $h \ll L$ и тогда $\left(1 + \frac{4h^2}{L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{2h^2}{L^2}$).

Откуда, оптическая разность хода:

$$S'M - SM - \frac{\lambda}{2} = \frac{2h^2}{L} - \frac{\lambda}{2}.$$

Вычислим количество полуволен, которые разместятся в этой оптической разности хода:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{4h^2}{\lambda L} - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Ответ: Так как оптическая разность хода равна четному числу полуволен, то в точке M будет наблюдаться интерференционный максимум.

Пример 2. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Интерференционные кольца наблюдаются в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец $r_m = 4$ мм и $r_{m+1} = 4,38$ мм. Найти порядковые номера колец и длину волны λ света. Радиус кривизны линзы $R = 6,4$ м.

Дано: $r_m = 4 \cdot 10^{-3}$ м, $r_{m+1} = 4,38 \cdot 10^{-3}$ м, $R = 6,4$ м.

Найти m , $m + 1$, λ .

Решение. Радиусы темных колец Ньютона определяют по формуле (9,а) табл. 2.1:

$$r_m = \sqrt{mR\lambda}, \text{ где } m = 1, 2, \dots$$

Для $m + 1$ – го темного кольца имеем:

$$r_{m+1} = \sqrt{(m+1)R\lambda}.$$

Найдем отношение

$$\frac{r_{m+1}}{r_m} = \sqrt{\frac{m+1}{m}},$$

откуда

$$\frac{m+1}{m} = \frac{r_{m+1}^2}{r_m^2}.$$

Подставим числовые значения в полученное выражение:

$$\frac{m+1}{m} = \frac{4,38^2}{4^2} = 1,2 = \frac{6}{5}.$$

Следовательно

$$m = 5, m + 1 = 6.$$

Длину волны λ найдем из формулы (9,а) табл. 2.1

$$\lambda = \frac{r_m^2}{mR}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$\lambda = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 6,4} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,5 \text{ мкм}.$$

Ответ: $m = 5$, $m + 1 = 6$; $\lambda = 0,5$ мкм.

Вариант 1

2.1.1. В воздухе распространяется два параллельных монохроматических когерентных луча ($\lambda_1 = 0,63$ мкм). На пути одного из них поставили стеклянную плоскопараллельную кювету с раствором сахара так, что луч падает на ее стенки по нормали. Найти: а) оптическую разность хода Δ хода лучей; б) длину волны света λ_3 в растворе сахара; в) разность фаз $\Delta\Phi$ колебаний. Толщина стенок кюветы $d = 1$ мм ее длина $l = 7$ см. Показатели преломления воздуха, стекла и раствора сахара, соответственно равны $n_1 = 1,00026$; $n_2 = 1,57$; $n_3 = 1,397$.

2.1.2. Определить расстояние d между двумя источниками света в эксперименте с зеркалами Френеля, если расстояние между темными полосами на экране $\Delta x = 3 \text{ мм}$, а расстояние между мнимыми источниками и экраном $L = 2 \text{ м}$. Длина световой волны точечного источника $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$.

2.1.3. На пути одного из лучей интерферометра Жамена поставили откачанную трубку длиной $l = 10 \text{ см}$. При заполнении трубки хлором интерференционная картина для длины волны $\lambda = 590 \text{ нм}$ сместилась на $m = 131$ полос. Найти показатель преломления n хлора.

2.1.4. На мыльную пленку одинаковой толщины (показатель преломления $n = 1,33$) падает белый свет под углом $\alpha = 30^\circ$. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет будет красным ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$)?

2.1.5. На поверхность стеклянной линзы нанесена тонкая пленка. Показатели преломления пленки и стекла, из которого изготовлена линза, соответственно равны $n_1 = 1,34$ и $n_2 = 1,8$. На линзу падает белый свет. Вычислить наименьшую толщину d_{min} пленки, которая обеспечивает максимальное ослабление отраженного света с длиной волны, соответствующей середине интервала длин волн видимого излучения ($\lambda = 0,57 \text{ мкм}$). Считать, что свет на поверхность линзы падает по нормали к ней.

2.1.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $\lambda = 589 \text{ нм}$, которая падает по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 10 \text{ м}$. Прослойка между линзой и стеклянной пластинкой заполнена жидкостью. Найти показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете $r_3 = 3,65 \text{ мм}$.

Вариант 2

2.2.1. На пути луча света поставили стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$ и толщиной $d = 1 \text{ мм}$ так, что угол падения луча $\alpha = 30^\circ$. Найти изменение Δ оптической длины пути луча.

2.2.2. В интерферометре, подобном тому, с помощью которого Юнг впервые определил длину волны света, пучок солнечных лучей проходит сначала через светофильтр и узкую щель, а затем падает на второе препятствие с двумя узкими щелями, которые находятся на расстоянии $d = 1 \text{ мм}$ друг от друга. За последним препятствием на расстоянии $L = 1 \text{ м}$ находится экран, на котором наблюдаются интерференционные полосы. Ширина полосы равняется: а) $\Delta x_1 = 0,65 \text{ мм}$ – для красного света; б) $\Delta x_2 = 0,45 \text{ мм}$ – для синего света. Определить длину световой волны для случаев а) и б).

2.2.3. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона поместили полую трубку длиной $l = 14$ см. Концы трубки закрыли плоскопараллельными стеклами. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина сместилась на $m = 180$ полос. Длина волны света, которым освещалась трубка $\lambda = 590$ нм. Найти показатель преломления аммиака.

2.2.4. Какую наименьшую толщину d_{min} должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления $n = 1,5$, чтобы при освещении лучами с длиной волны $\lambda = 750$ нм, перпендикулярными к поверхности пластинки, она в отраженном свете казалась: а) красной, б) черной?

2.2.5. Пучок света длиной волны $\lambda = 582$ нм падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина $\gamma = 20''$. Какое число N темных интерференционных полос приходится на $l = 1$ см длины клина? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

2.2.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, который падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15$ м. Наблюдение осуществляется в отраженном свете. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона $l = 9$ мм. Найти длину волны λ света.

Вариант 3

2.3.1. Два источника, находящихся на расстоянии d друг от друга, излучают электромагнитные волны длиной λ в направлении угла Θ к удаленному приемнику. Определите разность $\Delta\Phi$ фаз колебаний в месте расположения приемника, если источники колеблются синфазно. Угол Θ отсчитывается от линии, проходящей через середину прямой, соединяющей источники, перпендикулярно к этой прямой.

2.3.2. В установке, которая предложена Ллойдом, световая волна, падающая непосредственно на экран от светящейся щели, интерферирует с волной, которая отражается от зеркала. Расстояние между щелью и плоскостью зеркала $h = 1$ мм, расстояние между щелью и экраном $L = 1$ м, длина световой волны $\lambda = 500$ нм. Определить ширину Δx интерференционных полос.

2.3.3. Свет от лазера с длиной волны λ падает на непрозрачную поверхность перпендикулярно к ней. Поверхность имеет две узких параллельных щели, расстояние между которыми d . Определить интенсивность света I как функцию координаты x точек на экране, а также ее среднее значение $\langle I \rangle$. Интенсивность света от одного источника равняется I_0 , расстояние между щелями и экраном L .

2.3.4. На пленку толщиной $d = 367$ нм падает под углом α параллельный пучок белого света. Показатель преломления пленки $n = 1,4$ (изменением n в зависимости от λ можно пренебречь). Какого цвета будет свет, отраженный пленкой для случаев, когда α равняется: а) 30° , б) 60° ?

2.3.5. На стеклянный клин перпендикулярно к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,66 \text{ мкм}$. Количество интерференционных полос на $l = 1 \text{ см}$ $N = 10$. Показатель преломления стекла $n = 1,7$. Определить угол клина γ .

2.3.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, который падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Наблюдение осуществляется в отраженном свете. Расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами $l_1 = 4,8 \text{ мм}$. Найти расстояние l_2 между третьим и шестнадцатым светлыми кольцами Ньютона.

Вариант 4

2.4.1. Два когерентных источника света S_1 и S_2 с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ находятся на расстоянии $l = 2 \text{ мм}$ друг от друга. На расстоянии $L = 2 \text{ м}$ от линии S_1S_2 расположен экран (см. рисунок). Точка M на экране является основанием перпендикуляра S_1M к экрану. На пути луча S_2M перпендикулярно к нему размещена плоскопараллельная пластинка толщиной $d = 10,5 \text{ мкм}$. Она вносит дополнительную оптическую разницу хода лучей $\Delta = 5,25 \text{ мкм}$. Определить: а) что будет наблюдаться в точке M экрана (ослабление или усиление света), когда на пути луча S_2M стеклянная пластинка отсутствует; б) показатель преломления n стекла, из которого изготовлена пластинка

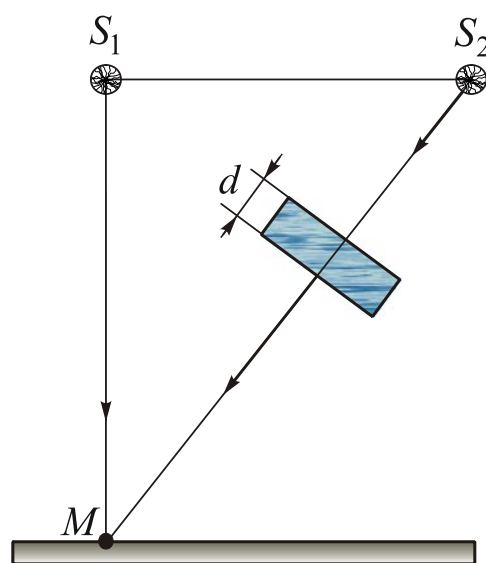


Рис. к задаче 2.4.1

отсутствует; б) показатель преломления n стекла, из которого изготовлена пластинка

2.4.2. В интерференционной схеме с бипризмой Френеля расстояние между светящейся щелью и бипризмой $a = 0,3 \text{ м}$, расстояние между бипризмой и экраном $b = 0,7 \text{ м}$. Показатель преломления бипризмы $n = 1,5$. Для длины волны $\lambda = 500 \text{ нм}$ определить: а) при каком значении угла преломления θ бипризмы ширина интерференционных полос будет равняться $\Delta x = 0,4 \text{ мм}$; б) максимальное количество N_{max} полос, которые можно наблюдать в этом случае.

2.4.3. Две одинаковых радиомачты, расстояние между которыми $d = 400 \text{ м}$, работают синфазно на частоте $\nu = 1,5 \text{ МГц}$. В каких направлениях будут наблюдаться максимумы излучения? Угол θ отсчитывается от линии, которая проходит через середину прямой, соединяющей мачты, перпендикулярно к этой прямой.

2.4.4. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0,4$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

Для каких длин волн видимого диапазона ($\lambda = (400 \div 700)$ нм) наблюдается максимум интенсивности волн отраженного света?

2.4.5. Мыльная пленка, которая размещена вертикально, образует клин в результате стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете ртутной дуги ($\lambda = 546,1$ нм) оказалось, что расстояние между пятью полосами $l = 2$ см. Найти угол клина. Свет падает перпендикулярно к поверхности клина. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

2.4.6. Плосковыпуклая линза, повернутая выпуклостью вниз, закреплена неподвижно. Под линзой на небольшом расстоянии от нее находится стеклянная пластинка, которую можно перемещать по вертикали, вращая головку винта. Шаг винта $h = 100$ мкм. Сверху линзу освещают светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм и наблюдают в отраженном свете кольца Ньютона. На какое количество N изменится число наблюдаемых колец, если повернуть винт на один оборот?

З а н я т и е 3

Дифракция света

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 3.1.

Т а б л и ц а 3.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$	Радиус внешней границы m -й зоны Френеля	a – радиус волновой поверхности; b – расстояние от вершины волновой поверхности до точки наблюдения;
2	$r_m = \sqrt{b m \lambda}$	Радиус внешней границы m -й зоны Френеля в случае плоской волны	λ – длина волны; $m = 1, 2, \dots$
3	$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$	Амплитуда волны при дифракции Френеля на круглом отверстии	m – количество открытых зон Френеля; A_1 и A_m – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й и m -й зонами Френеля в точке наблюдения; “+” – для четных m , “–” – для нечетных m .

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
4	$A = \frac{A_{m+1}}{2}$	Амплитуда волны при дифракции Френеля на круглом диске	m – количество закрытых диском первых зон Френеля; A_{m+1} – амплитуда колебаний, возбуждаемых $(m + 1)$ -й открытой зоной Френеля.
5	$b(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm m \lambda$	Условие минимумов освещенности при дифракции Фраунгофера на щели	b – ширина щели; φ – угол дифракции; φ_0 – угол падения света на щель; m – порядок дифракционных минимумов ($m = 1, 2, \dots$)
6	$d(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm m \lambda$	Условие главных фраунгоферовых максимумов при дифракции света на дифракционной решетке	d – постоянная решетки; φ – угол дифракции; φ_0 – угол падения света на решетку; m – порядок главных дифракционных максимумов ($m = 1, 2, \dots$)
7	$2d \sin \theta = \pm m \lambda$	Формула Вульфа-Брэгга. Условие дифракционных максимумов при дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке	d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения лучей; m – порядок дифракционных максимумов ($m = 1, 2, \dots$)

Примеры решения задач

Пример 1. Параллельный пучок света (длина волны $\lambda = 0,5$ мкм) падает перпендикулярно на круглое отверстие радиусом $R = 1$ мм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещен экран. Определить максимальное расстояние между отверстием и экраном, при котором в центре дифракционной картины будет наблюдаться темное пятно.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $R = 10^{-3}$ м.

Найти b_{max} .

Решение. Так как лучи света параллельны, то воспользуемся формулой 2 табл. 3.1 для определения радиусов зон Френеля

$$r_m = \sqrt{b m \lambda}.$$

В центре дифракционной картины будет темное пятно в том случае, когда количество зон Френеля, укладывающихся в отверстии, четное. При этом $r_m = R$. Тогда

$$R = \sqrt{b m \lambda} \text{ и } b = \frac{R^2}{m \lambda}.$$

Следовательно

$$b_{max} = \frac{R^2}{m_{min} \lambda},$$

т. е. максимальное расстояние, при котором в центре экрана будет наблюдаться темное пятно, определяется условием, согласно которому в отверстии должно помещаться наименьшее четное количество зон Френеля ($m_{min} = 2$).

Таким образом,

$$b_{max} = \frac{R^2}{2\lambda} = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 1 \text{ м.}$$

Ответ: $b_{max} = 1$ м.

Пример 2. На дифракционную решетку перпендикулярно к ее плоскости падает параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Расположенная поблизости от решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на расстояние $L = 1$ м. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране, $a = 2,1$ см. Определить: а) постоянную дифракционной решетки d ; б) количество штрихов решетки N_0 , приходящихся на длину $l = 1$ см; в) максимальное количество N_{max} главных дифракционных максимумов, которое позволяет получить дифракционная решетка; г) максимальный угол отклонения лучей φ_{max} , соответствующий последнему дифракционному максимуму.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $L = 1$ м, $m = 1$, $a = 2,1 \cdot 10^{-2}$ м, $l = 10^{-2}$ м.

Найти d , N_0 , N_{max} , φ_{max} .

Решение. а) Запишем условие главных максимумов при дифракции на дифракционной решетке (формула 6 табл. 3.1):

$$d(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm m \lambda,$$

т. к. $m = 1, \varphi_0 = 0$, тогда постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{\lambda}{\sin \varphi}. \quad (3.1)$$

Так как $\frac{a}{2} \ll L$, то

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{2L}. \quad (3.2)$$

Подставив выражение для $\sin \varphi$ из (3.2) в (3.1), получим

$$d \approx \frac{2\lambda L}{a} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2,1 \cdot 10^{-2}} = 4,76 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 47,6 \text{ мкм}.$$

б) Количество штрихов, приходящихся на $l = 1 \text{ см}$ найдем по формуле:

$$N_0 = \frac{l}{d} = \frac{10^{-2}}{4,76 \cdot 10^{-5}} = 210.$$

в) Для определения количества главных максимумов, которые позволяет получить дифракционная решетка, рассчитаем значение m_{max} при условии, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать 90° :

$$m_{max} \leq \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4,76 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-7}} = 95,2.$$

Число m_{max} обязательно должно быть целым, и оно не может превышать значения $95,2$. Следовательно, $m_{max} = 95$. Общее количество максимумов с учетом нулевого будет равно

$$N_{max} = 2m_{max} + 1 = 191.$$

г) Максимальный угол отклонения лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму, найдем на основании формулы:

$$\sin \varphi_{max} = \frac{m_{max} \lambda}{d}.$$

Тогда $\varphi_{max} = \operatorname{arc} \sin \left(\frac{m_{max} \lambda}{d} \right)$.

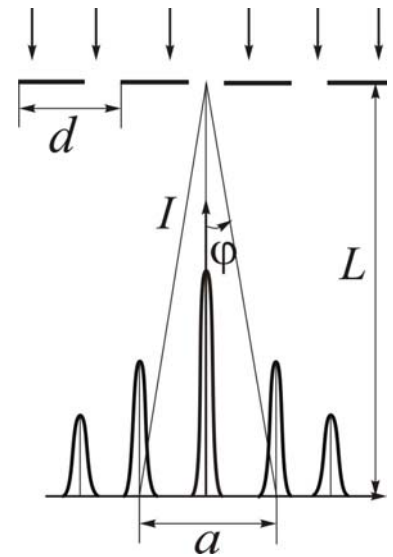


Рис. к примеру 2

После подстановки числовых значений получим

$$\varphi_{max} = \arcsin\left(\frac{95 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{4,76 \cdot 10^{-5}}\right) = \arcsin(0,998) = 86^{\circ}17'$$

Ответ: а) $d = 47,6$ мкм, б) $N_0 = 210$, в) $N_{max} = 191$,
г) $\varphi_{max} = 86^{\circ}17'$.

Вариант 1

3.1.1. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 500$ нм помещен перед непрозрачной преградой на расстоянии $a = 0,5$ м. Преграда имеет круглое отверстие радиусом $R = 0,5$ мм. Определить расстояние b от преграды до точки, для которой количество открытых зон Френеля m равно: а) 1; б) 5.

3.1.2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $L = 4$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 500$ нм). Посредине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия R центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет темным?

3.1.3. На щель шириной $b = 3$ мкм падает по нормали к ней плоская световая волна ($\lambda = 0,5$ мкм). Найти количество N максимумов интенсивности на экране, которые наблюдаются в фокальной плоскости линзы, расположенной между щелью и экраном.

3.1.4. Квадратное отверстие освещается пучком солнечных лучей. Найти размер $L \times L$ изображения отверстия на экране, удаленном от отверстия на расстояние $b = 50$ м. Сторона отверстия $L_0 = 0,2$ см. Границей освещенности на экране считать положение первого дифракционного минимума для тех лучей, который отклоняются сильнее всего ($\lambda_{красн} = 760$ нм).

3.1.5. Спектры дифракционной решетки, имеющей $N = 100$ штрихов на $l = 1$ мм, наблюдаются на экране, расположенном параллельно решетке на расстоянии $L = 1,8$ м от нее. Определить длину волны λ монохроматического света, падающего нормально на решетку, если расстояние между спектром второго порядка и центральной светлой полосой $a = 21,4$ см.

3.1.6. На грань кристалла падает параллельный пучок рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 1,47$ Å. Расстояние между атомными плоскостями кристалла $d = 2,8$ Å. Под каким углом θ к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум второго порядка?

Вариант 2

3.2.1. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 550 \text{ нм}$ помещен перед непрозрачной преградой на расстоянии $a = 1 \text{ м}$. Преграда имеет отверстие радиусом $R = 2 \text{ мм}$. Определить: а) минимальное количество открытых зон Френеля, которое может наблюдаться при этих условиях; б) расстояние b_m между преградой и точкой наблюдения, при котором получается минимально возможное количество открытых зон Френеля; в) радиус отверстия R_1 , при котором может быть открыта только одна центральная зона Френеля.

3.2.2. На диафрагму с диаметром отверстия $D = 1,96 \text{ мм}$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600 \text{ нм}$). При каком наибольшем расстоянии b_{max} между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

3.2.3. На щель шириной $b = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ . Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

3.2.4. На щель шириной $b = 0,1 \text{ мм}$ падает нормально параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Дифракционная картина наблюдается на экране, размещенном на расстоянии $L = 1 \text{ м}$ от щели. Найти расстояние a_{12} между первой и второй дифракционными полосами на экране, а также ширину a_0 изображения щели (расстояние между минимумами первого порядка).

3.2.5. Какой наибольший порядок m_{max} спектра можно видеть в дифракционной решетке, которая имеет $N = 500$ штрихов на длине $l = 1 \text{ мм}$, при освещении ее светом с длиной волны $\lambda = 700 \text{ нм}$?

3.2.6. Узкий пучок рентгеновских лучей падает под углом скольжения $\theta = 60^\circ$ на естественную грань монокристалла $NaCl$, плотность которого $\rho = 2,16 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. При зеркальном отражении от этой грани образуется дифракционный максимум второго порядка ($m = 2$). Определить длину λ волны излучения.

Вариант 3

3.3.1. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии L от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 600 \text{ нм}$). На расстоянии $a = 0,5L$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D = 1 \text{ см}$. Вычислить расстояние L , если преграда закрывает только центральную зону Френеля.

3.3.2. На непрозрачную преграду с отверстием радиусом $R = 1 \text{ мм}$ падает монохроматическая плоская световая волна. Когда расстояние между преградой и размещенным за ней экраном $b_1 = 0,75 \text{ м}$, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения $b_2 = 1,2 \text{ м}$ максимум интенсивности сменяется минимумом. Определить длину волны λ света.

3.3.3. На пути плоской световой волны с длиной волны $\lambda = 0,54 \text{ мкм}$ поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 50 \text{ см}$, непосредственно за ней – диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии $b = 75 \text{ см}$ от диафрагмы – экран. При каких радиусах R отверстия центр дифракционной картины на экране имеет максимальную освещенность?

3.3.4. При условии малости угла дифракции φ определить угловую $\Delta\varphi$ и линейную Δx ширину центрального максимума для случая дифракции Фраунгофера на щели шириной $b = 0,1 \text{ мм}$. Длина волны, падающей на щель, $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. Фокусное расстояние линзы $F = 0,2 \text{ м}$.

3.3.5. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, заполненной гелием. На какую линию λ_2 в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda_1 = 670 \text{ нм}$) из спектра второго порядка?

3.3.6. Пучок рентгеновских лучей с длиной волны λ падает под углом скольжения $\theta_0 = 60^\circ$ на линейную цепочку рассеивающих центров с периодом a . Найти углы скольжения θ , соответствующие всем дифракционным максимумам, при условии, что $\lambda = 0,4a$.

Вариант 4

3.4.1. Интенсивность, создаваемая на экране некоторой монохроматической световой волной при отсутствии преград, равна I_0 . Какова будет интенсивность I в центре дифракционной картины, если на пути волны поставить преграду с круглым отверстием, которое открывает: а) первую зону Френеля; б) половину первой зоны Френеля; в) полторы зоны Френеля; г) треть первой зоны Френеля?

3.4.2. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на круглое отверстие. На расстоянии $b_1 = 9 \text{ м}$ от него находится экран, на котором наблюдается некоторая дифракционная картина. Диаметр отверстия уменьшили в $n = 3$ раза. Найти новое расстояние b_2 между экраном и отверстием, необходимое, чтобы получить на экране дифракционную картину, подобную той, которая наблюдалась в первом случае, но уменьшенную в n раз.

3.4.3. Белый свет падает по нормали на щель шириной $b = 0,1 \text{ мм}$. За щелью размещена линза, в фокальной плоскости которой поставлен экран. Оптическая сила линзы $D = 5 \text{ дптр}$. Найти ширину d радужного канта на границе центрального дифракционного максимума.

3.4.4. Свет с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ падает на щель шириной $b = 10 \text{ мкм}$ под углом $\varphi_0 = 30^\circ$ к ее нормали. Найти угловое положение первых дифракционных минимумов, расположенных по обе стороны от центрального фраунгоферового максимума.

3.4.5. Расстояние между экраном и дифракционной решеткой, имеющей $N = 125$ штрихов на длине $l = 1 \text{ мм}$, равно $L = 2,5 \text{ м}$. Определить расстояние a между центральной и первой светлыми линиями на экране, если свет с длиной волны $\lambda = 420 \text{ нм}$ падает на решетку нормально.

3.4.6. На стеклянную дифракционную решетку, имеющую $N = 200$ штрихов на длине $l = 1 \text{ мм}$ и покрытую тонким слоем золота, падает очень узкий пучок K_α -излучения меди ($\lambda = 1,541 \text{ \AA}$) под углом $\alpha_0 = 20'$ к плоскости. Определить разность углов отражения $\Delta\alpha$ между пучками первого и нулевого порядка.

З а н я т и е 4

Поляризация света. Эффект Доплера

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\text{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$	Закон Брюстера. Условие полной поляризации отраженного от границы раздела двух диэлектриков луча света	α_B – угол падения лучей (угол Брюстера); n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй среды соответственно
2	$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$	Степень поляризации	I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через идеальный поляризатор, поставленный на пути светового пучка. Для плоскополяризованного света $P = 1$; для естественного света $P = 0$.

Продолжение таблицы 4.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
3	$I = I_0 \cos^2 \varphi$	Закон Малюса. Интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через идеальный поляризатор	I_0 и I – интенсивности плоскополяризованного света, падающего на поляризатор и выходящего из поляризатора соответственно; φ – угол между плоскостью поляризации падающего плоскополяризованного света и главным сечением поляризатора
4	$I = \frac{1}{2} I_0$	Интенсивность линейно поляризованного света, вышедшего из идеального поляризатора, при падении естественного света на него	I – интенсивность линейно поляризованного света, вышедшего из идеального поляризатора, I_0 – интенсивность естественного света, падающего на идеальный поляризатор
5	$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2\pi B l E^2$	Закон Керра	$\Delta = (n_o - n_n) l$ – оптическая разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей на пути l , соответствующая разности фаз $\Delta\Phi$; B – постоянная Керра; E – напряженность электрического поля
6	$I = I_0 e^{-\alpha l}$	Закон Бугера - Ламберта - Бера	I – интенсивность света после прохождения через слой вещества толщиной l ; I_0 – интенсивность света, падающего на вещество; α – коэффициент поглощения вещества
7	$\cos\theta = \frac{c}{nv}$	Формула эффекта Вавилова-Черенкова	θ – угол между направлением волнового вектора \vec{k} излучения и вектором скорости \vec{v} частицы; n – абсолютный показатель преломления среды

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	Формула эффекта Доплера	λ_0 – длина волны в системе отсчета, связанной с источником света; λ – длина волны в системе отсчета, связанной с приемником, v – скорость источника относительно приемника; θ – угол между направлением скорости \vec{v} и направлением волнового вектора \vec{k} волны, принимаемой наблюдателем. При $\theta = 0$ (источник и приемник приближаются друг к другу вдоль прямой) и $\theta = \pi$ (источник и приемник отдаляются друг от друга вдоль прямой) наблюдается <i>продольный</i> эффект Доплера; при $\theta = \pi/2$ – <i>поперечный</i> эффект Доплера c - скорость света в вакууме*

* Значение физических постоянных указаны в приложении 1

Примеры решения задач

Пример 1. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, если он проходит через два поляризатора? Главные плоскости двух поляризаторов образуют угол $\varphi = 30^\circ$. При прохождении света через каждый поляризатор дополнительные потери на отражение и поглощение составляют $k = 10\%$.

Дано: $\varphi = 30^\circ$, $k = 0,1$.

Найти I_0/I .

Решение. Поляризатор состоит из вещества, которое прозрачно только для света определенной поляризации. Это вещество называется дихроичным (например, турмалин, герпатит и др.). В дихроичном веществе при взаимодействии электромагнитной волны с его молекулами, колебания одного направления поглощаются очень сильно, а колебания перпендикулярного направления поглощаются слабо. Поляризатор свободно пропускает только колебания, параллельные его главной плоскости.

Таким образом, если не учитывать дополнительные потери на отражение и поглощение, интенсивность естественного света после прохождения первого поляризатора уменьшится вдвое. С учетом дополнительных потерь интенсивность плоскополяризованного света после прохождения первого поляризатора будет равна

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k),$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на первый поляризатор.

Для нахождения интенсивности света, прошедшего через второй поляризатор, необходимо применить закон Малюса с учетом дополнительных потерь во втором поляризаторе:

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2 \varphi.$$

Следовательно, после прохождения обоих поляризаторов ослабление интенсивности будет равно

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \varphi} = \frac{2}{0,9^2 \cdot \cos^2 30^\circ} = 3,3.$$

Ответ: $\frac{I_0}{I} = 3,3.$

Пример 2. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda_0 = 50$ см. Определить скорость самолета, приближающегося к локатору, если частота биения между сигналом излучателя и сигналом, отраженным от самолета, в месте расположения локатора $\Delta \nu = 1$ кГц.

Дано: $\lambda_0 = 0,5$ м, $\Delta \nu = 10^3$ Гц.

Найти v .

Решение. При измерении скорости самолета с помощью радиолокатора необходимо учитывать, что смена частоты посылаемого сигнала, вследствие продольного эффекта Доплера, происходит дважды: при отражении электромагнитной волны от поверхности самолета и при регистрации этого отраженного сигнала непосредственно радиолокатором.

Используем формулу эффекта Доплера для длины волны:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В нашем случае угол между направлением вектора скорости \vec{v} самолета и направлением волнового вектора \vec{k} волны, принимаемой локатором, $\theta = 0$, а также $v \ll c$. Пренебрегая величинами второго порядка малости $\left(\frac{v^2}{c^2} \ll \frac{v}{c}\right)$, получим

$$\lambda \approx \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right) = \lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Поскольку $\lambda = \frac{c}{\nu}$, то формула эффекта Доплера для частоты примет вид

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{c}{\lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)}.$$

Используем формулу приближенного вычисления (разложение в ряд Маклорена):

$$\nu = \frac{c}{\lambda_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)} \approx \frac{c}{\lambda_0} \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

Применительно к нашей задаче частота отраженного сигнала равна

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_0} \left(1 + \frac{v}{c}\right),$$

а частота сигнала, принимаемого радиолокатором

$$\nu = \nu_1 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \frac{c}{\lambda_0} \left(1 + \frac{v}{c}\right)^2 \approx \frac{c}{\lambda_0} \left(1 + \frac{2v}{c}\right).$$

Частота биения

$$\Delta\nu = \nu - \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} \left(1 + \frac{2v}{c}\right) - \frac{c}{\lambda_0} = \frac{2v}{\lambda_0},$$

откуда находим искомую скорость самолета:

$$v = \frac{\lambda_0 \Delta\nu}{2} = \frac{0,5 \cdot 10^3}{2} = 250 \text{ м/с} = 900 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $v = 250 \text{ м/с} = 900 \text{ км/ч}$.

Вариант 1

4.1.1. Найти показатель преломления n стекла, если отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$.

4.1.2. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в $k = 4$ раза.

4.1.3. При падении естественного света на некоторый поляризатор сквозь него проходит $k_1 = 30\%$ светового потока, а через два таких поляризатора – $k_2 = 13,5\%$. Найти угол φ между главными плоскостями этих поляризаторов.

4.1.4. Известный американский физик Вуд очень любил шутки и розыгрыши. С его именем связано много легенд. Например, однажды, когда Вуд ехал на автомобиле, он проехал на красный свет. Полицейскому, который остановил автомобиль, Вуд объяснил свой поступок тем, что из-за эффекта Доплера красный свет ему показался зеленым. Полицейский тоже любил шутки. Поэтому он согласился принять версию Вуда, но все равно оштрафовал его за превышение скорости. Необходимо вычислить скорость v автомобиля, при которой красный свет с длиной волны $\lambda_1 = 700 \text{ нм}$ воспринимался бы водителем как зеленый свет с длиной волны $\lambda_2 = 500 \text{ нм}$.

4.1.5. При наблюдении желтой спектральной линии $\lambda_0 = 589 \text{ нм}$ в направлениях противоположных краев солнечного диска на его экваторе обнаружили разницу в длинах волн на $\Delta\lambda = 8 \text{ пм}$. Найти период T обращения Солнца вокруг своей оси. Радиус Солнца $R_\odot = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$.

4.1.6. Какую наименьшую скорость v_{min} должен иметь электрон, чтобы в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1,5$ возникло излучение Вавилова-Черенкова?

Вариант 2

4.2.1. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $\alpha_{np} = 45^\circ$. Найти для этого вещества угол α_B полной поляризации.

4.2.2. Плоскополяризованный свет интенсивностью I_0 проходит последовательно через два идеальных поляризатора, главные плоскости которых образуют с плоскостью колебаний во входящем луче углы φ_1 и φ_2 (углы отсчитываются от плоскости колебаний по часовой стрелке, если смотреть вдоль луча). Определить интенсивность света I после прохождения второго поляризатора.

4.2.3. Два поляризатора размещены так, что угол между их главными плоскостями $\varphi = 60^\circ$. При прохождении света через каждый поляризатор дополнительные потери на отражение и поглощение составляют $k = 5\%$. Во сколько раз уменьшается интенсивность света при прохождении: а) через первый поляризатор; б) через оба поляризатора?

4.2.4. При прохождении светом пути l в некотором веществе интенсивность света I_0 уменьшается в два раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 при прохождении пути $3l$?

4.2.5. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если линия водорода $\lambda_0 = 434 \text{ нм}$ (для неподвижного источника) в ее спектре смещена к красному краю на $\Delta\lambda = 130 \text{ нм}$?

4.2.6. Найти наименьшие значения кинетической энергии: а) электрона и б) протона, при которых возникает излучение Вавилова-Черенкова в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1,6$.

Вариант 3

4.3.1. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n_1 = 1,5$), и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при отражении от дна под углом $\alpha_B = 42^\circ$. Найти показатель преломления n_2 жидкости.

4.3.2. Во сколько раз уменьшится интенсивность неполяризованного света, если он проходит через три поляризатора? Главные плоскости первого и второго поляризаторов образуют угол $\varphi = 60^\circ$, а направление главной плоскости третьего поляризатора совпадает с направлением главной плоскости первого поляризатора. Коэффициент пропускания поляризатора $k = 90\%$.

4.3.3. Пучок естественного света падает на систему из $N = 6$ поляризаторов, главная плоскость каждого из которых повернута на угол $\varphi = 30^\circ$ относительно предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит сквозь систему?

4.3.4. Монохроматический свет падает на прозрачную пластину толщиной $d = 10 \text{ см}$. Коэффициент поглощения пластины изменяется линейно от $\alpha_1 = 0,8 \text{ м}^{-1}$ возле одной поверхности пластины до $\alpha_2 = 1,2 \text{ м}^{-1}$ возле другой поверхности. На сколько процентов уменьшится интенсивность света при его прохождении сквозь пластину.

4.3.5. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda_0 = 656,3 \text{ нм}$. Найти доплеровское смещение $\Delta\lambda$ этой линии, если ее наблюдают под прямым углом к пучку атомов водорода (поперечный эффект Доплера) с кинетической энергией $E_{кин} = 1 \text{ МэВ}$.

4.3.6. Определить кинетическую энергию $E_{кин}$ электронов, которые в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1,5$ излучают свет под углом $\theta = 30^\circ$ к направлению своего движения.

Вариант 4

4.4.1. Каким должен быть преломляющий угол γ стеклянной призмы, чтобы углы входа луча в призму и выхода из нее были углами полной поляризации? Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,52$.

4.4.2. Естественный свет падает на систему из двух несовершенных поляризаторов. При параллельных плоскостях поляризации эта система пропускает в $N = 16$ раз больше света, чем при скрещенных плоскостях поляризации. Определить степень поляризации P света, который прошел отдельно через каждый поляризатор.

4.4.3. Плоскополяризованный свет падает на поляризатор, вращающийся вокруг оси светового пучка с угловой скоростью $\omega = 21$ рад/с. Найти энергию света, проходящего через поляризатор за один оборот, если поток энергии в пучке, падающем на поляризатор, $\Phi_0 = 4$ мВт.

4.4.4. Заполненный нитробензолом сосуд, в котором размещены пластины плоского конденсатора (ячейка Керра), на который подается электрическое напряжение, приобретает свойства кристалла с двойным лучепреломлением и с оптической осью, параллельной вектору напряженности электрического поля \vec{E} в конденсаторе. При прохождении света через ячейку между составляющей светового вектора, параллельной полю, и составляющей, перпендикулярной полю, возникает разность фаз $\Delta\Phi = 2\pi V l E^2$, где l – длина конденсатора по ходу луча ($l = 0,1$ м), V – постоянная Керра. При комнатной температуре для $\lambda = 600$ нм $V = 2,2 \cdot 10^{-12}$ м/В². Ячейка Керра помещается между скрещенными поляризаторами так, что направление электрического поля образует с плоскостями поляризаторов угол $\varphi = 45^\circ$. Определить минимальное значение E_{min} напряженности поля, при котором система пропускает максимальную долю падающего на систему света.

4.4.5. Определить количество прерываний N света за одну секунду в условиях предыдущей задачи, если на конденсатор подать синусоидальное напряжение с частотой $\nu = 50$ Гц и амплитудным значением напряженности

$$E_m = 2,5 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$

4.4.6. Одна из спектральных линий, излучаемых возбужденными атомами гелия, имеет длину волны $\lambda = 410$ нм. Найти доплеровское смещение этой линии, если ее наблюдают под углом $\theta = 30^\circ$ к пучку ионов, двигающихся с кинетической энергией $E_{кин} = 10$ МэВ. Масса покоя иона гелия $m_0 = 6,7 \cdot 10^{-27}$ кг.

З а н я т и е 5

Тепловое излучение

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 5.1.

Т а б л и ц а 5.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1.	$R = \frac{W}{St}$	Энергетическая светимость (интегральная испускательная способность) тела	W – энергия электромагнитных волн всего спектрального диапазона, которые излучаются за время t с площади S тела во всех направлениях; $[R] = \text{Вт/м}^2$
2.	$R = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu$	Связь между интегральной и спектральными испускательными способностями тела	$r(\lambda, T)$ и $r(\nu, T)$ – спектральные испускательные способности тела (спектральные плотности энергетической светимости); $[r(\lambda, T)] = \text{Вт/м}^3$, $[r(\nu, T)] = \text{Дж/м}^2$
3.	$\frac{r(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = r^*(\lambda, T)$	Закон излучения Кирхгофа	$a(\lambda, T)$ – спектральная поглощательная способность тела; $r^*(\lambda, T)$ – спектральная испускательная способность абсолютно черного тела
4.	$a(\lambda, T) = \begin{cases} 0 \\ \text{const} < 1 \\ 1 \end{cases}$	Условие для абсолютно зеркального тела Условие для серого тела Условие для абсолютно черного тела	
5.	$\alpha(T) = \frac{R}{R^*}$	Интегральная степень черноты тела	R^* – энергетическая светимость абсолютно черного тела при температуре тела T

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
6.	$R^* = \sigma T^4$	Закон Стефана - Больцмана	σ - постоянная Стефана - Больцмана*
7.	$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$	Закон смещения Вина	λ_{max} - длина волны, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности абсолютно черного тела; b - постоянная закона смещения Вина*
8.	$r_{max}^*(\lambda, T) = CT^5$	Зависимость максимальной спектральной испускательной способности от температуры	$r_{max}^*(\lambda, T)$ - максимальная спектральная испускательная способность; $C = 1,2867 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$
9.	$r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$	Формула Планка	c - скорость света в вакууме*; h - постоянная Планка*; k - постоянная Больцмана*

* Значение физических постоянных указаны в приложении 1

Пример решения задачи

Исследование спектра излучения Солнца свидетельствует о том, что максимум испускательной способности приходится на длину волны $\lambda_{max} = 0,5 \text{ мкм}$. Считая, что Солнце – абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца R^* ; б) световой поток Φ , который излучается Солнцем; в) массу m электромагнитных волн (всех длин), которые излучаются Солнцем за одну секунду. Радиус Солнца $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$.

Дано: $\lambda_{max} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $t = 1 \text{ с}$, $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$.

Найти R^* , Φ , m .

Решение.

а) Энергетическая светимость R^* абсолютно черного тела выражается законом Стефана-Больцмана:

$$R^* = \sigma T^4, \quad (5.1)$$

где σ - постоянная Стефана – Больцмана, T - абсолютная температура излучающей поверхности.

Температуру можно определить по закону смещения Вина:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где λ_{max} - длина волны, соответствующая максимуму спектральной излучательной способности абсолютно черного тела; b - постоянная закона смещения Вина.

Определяя из закона смещения Вина температуру T и подставляя ее значение в (5.1), получим

$$R^* = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{max}} \right)^4. \quad (5.2)$$

После подстановки числовых значений в (5.2) и расчетов получаем

$$R^* = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} \right)^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 6,4 \cdot 10^7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

б) Поток энергии, который излучается Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца R^* на площадь S его поверхности:

$$\Phi = R^* S.$$

Учитывая, что площадь поверхности Солнца $S = 4\pi R_{\odot}^2$, получим

$$\Phi = 4\pi R_{\odot}^2 R^* = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

в) Массу электромагнитных волн (всех длин), которые излучаются Солнцем за $t = 1 \text{ с}$, определим на основе закона пропорциональности массы и энергии:

$$E = mc^2.$$

Энергия электромагнитных волн, которая излучается за время t , равна произведению потока энергии (мощности излучения) Φ на время t :

$$E = \Phi t.$$

Таким образом,

$$\Phi t = mc^2,$$

откуда

$$m = \frac{\Phi t}{c^2}.$$

Подставляя числовые значения в последнее выражение, получим

$$m = \frac{3,9 \cdot 10^{26}}{(3 \cdot 10^8)^2} \text{ кг} = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг}.$$

Ответ: а) $R^* = 6,4 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$, б) $\Phi = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$,
в) $m = 4,3 \cdot 10^9 \text{ кг}$.

Вариант 1

5.1.1. Температура абсолютно черного тела $T_1 = 500 \text{ К}$. Какой будет температура T_2 тела, если вследствие его нагревания поток излучения увеличился в $N = 16$ раз?

5.1.2. Температура абсолютно черного тела $T = 2000 \text{ К}$. Определить длину волны λ_{max} , которая соответствует максимуму спектральной испускательной способности, и спектральную испускательную способность $r^*(\lambda, T)$, которая соответствует этой длине волны.

5.1.3. Определить температуру T и энергетическую светимость R^* абсолютно черного тела, если максимуму спектральной испускательной способности соответствует длина волны $\lambda_{max} = 0,6 \text{ мкм}$.

5.1.4. Из смотрового окна печи за время $t = 1 \text{ мин}$ излучается энергия $W = 6 \text{ кДж}$. Считая, что излучение из смотрового окна по спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, определить температуру внутренних стенок печи, если площадь смотрового окна $S = 10 \text{ см}^2$.

5.1.5. В каких диапазонах спектра находятся длины волн, соответствующие максимуму спектральной испускательной способности, если источником излучения является:

а) спираль электрической лампочки ($T = 2898 \text{ К}$);

б) поверхность Солнца ($T = 5796 \text{ К}$);

в) атомная бомба, температура взрыва которой $T = 10^7 \text{ К}$?

Во всех случаях считать, что излучение по спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела.

5.1.6. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум спектральной испускательной способности переместится из красной границы видимого спектра ($\lambda_1 = 0,78 \text{ мкм}$) на фиолетовую ($\lambda_2 = 0,39 \text{ мкм}$)?

Вариант 2

5.2.1. Муфельная печь, которая потребляет мощность $P = 1$ кВт, имеет отверстие площадью $S = 100$ см². Какая часть потребляемой мощности η будет излучаться стенками печи, если отверстие оставить открытым. Установившаяся температура внутри муфеля при открытом отверстии $T = 1000$ К. Считать, что отверстие излучает как абсолютно черное тело.

5.2.2. Спектральная испускательная способность некоторого тела описывается законом $r(\nu, T) = r_0 \exp(-\alpha\nu)$, где r_0 и α - постоянные. Определить энергетическую светимость R тела.

5.2.3. Получить спектральную поглотительную способность $a(\lambda, T)$ тела для длины волны λ , если известны яркостная $T_{\text{ярк}}$ и истинная T температуры тела.

5.2.4. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочки $T = 2450$ К. Интегральная степень черноты спирали $\alpha(T) = 0,3$ при данной температуре. Определить площадь S поверхности спирали, которая излучает.

5.2.5. Имеется два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них $T_1 = 2898$ К. Найти температуру T_2 второго источника, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной испускательной способности, на $\Delta\lambda = 1$ мкм больше длины волны, соответствующей максимуму спектральной испускательной способности первого источника.

5.2.6. Имеются две полости (см. рисунок) с малыми отверстиями одинаковых диаметров $d = 1$ см и абсолютно отражающими наружными поверхностями. Расстояние между отверстиями $l = 12,5$ см. В полости 1 поддерживается постоянная температура $T_1 = 1700$ К. Вычислить установившуюся температуру в полости 2. Считать, что отверстия являются косинусными излучателями.

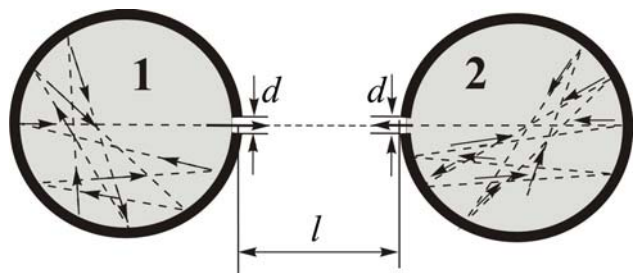


Рис. к задаче 5.2.6

Вариант 3

5.3.1. При работе радиолампы возникает разогрев анода вследствие бомбардировки его электронами. Рассеяние энергии происходит в основном в виде излучения. Рассеяние вследствие теплопроводности незначительное. Определить допустимый анодный ток I в лампе, если анодное напряжение $U = 400 \text{ В}$. Анод, изготовленный из никеля, имеет форму цилиндра длиной $L = 4 \text{ см}$ и диаметром $d = 4 \text{ см}$. Считая, что энергия рассеивается только со внешней поверхности цилиндра и анод разогрет до температуры $T = 1000 \text{ К}$. При этой температуре интегральная степень черноты никеля $\alpha(T) = 0,2$.

5.3.2. При переходе абсолютно черного тела от температуры T_1 до температуры T_2 площадь под кривой $r(\lambda, T)$ увеличилась в n раз. Как изменилась при этом длина волны λ_{max} , соответствующая максимуму спектральной испускательной способности?

5.3.3. На корпусе космической лаборатории, которая летит вокруг Солнца по круговой орбите, радиус L которой равен среднему расстоянию от Земли до Солнца, установлено устройство, которое моделирует абсолютно черное тело. Внешняя поверхность оболочки этого устройства идеально отражающая. Отверстие в оболочке все время повернуто к Солнцу. Пренебрегая теплообменом через крепление устройства к корпусу лаборатории, определить равновесную температуру T , которая установится внутри устройства. Считать, что температура поверхности Солнца $T_{\odot} = 5800 \text{ К}$. Радиус Солнца $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$, расстояние от Солнца до Земли $L = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

5.3.4. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела длина волны $\lambda = 2,4 \text{ мкм}$, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности, уменьшилась на $\Delta\lambda = 1,2 \text{ мкм}$. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость тела и максимальная спектральная испускательная способность?

5.3.5. Определить для абсолютно черного тела плотность потока энергии, которая излучается в узком интервале длин волн $\Delta\lambda = 10^{-9} \text{ м}$ вблизи максимума спектральной испускательной способности при температуре $T = 3000 \text{ К}$.

5.3.6. Известно, что температура спирали электрической лампочки колеблется при питании ее переменным током. Разница ΔT между наибольшей и наименьшей температурами накаливания вольфрамовой спирали электрической лампы (**60 Вт**, **220 В**) при переменном токе (**50 Гц**) оценивается в **80 К**. Во сколько раз η изменяется общая мощность излучения вследствие колебания температуры, если ее среднее значение $T = 2300 \text{ К}$? Считать, что вольфрам излучает как серое тело.

Вариант 4

5.4.1. Медный шарик диаметра $d = 1,23 \text{ см}$ поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0 = 300 \text{ К}$. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти, через сколько времени его температура уменьшится в $\eta = 2$ раза. Удельная теплоемкость меди $c = 386 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, плотность меди $\rho = 8,93 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$.

5.4.2. Температура поверхности Солнца $T = 5796 \text{ К}$. Считая, что поглощающая способность Солнца и Земли равна единице и что Земля находится в состоянии теплового равновесия, найти среднюю температуру поверхности Земли. Радиус Солнца $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$, расстояние от Земли до Солнца $L = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

5.4.3. Вольфрамовая нить диаметра $d_1 = 0,1 \text{ мм}$ соединена последовательно со второй вольфрамовой нитью. Нити накаляются в вакууме; при этом первая нить имеет температуру $T_1 = 2000 \text{ К}$, а вторая - $T_2 = 3000 \text{ К}$. Какой диаметр d_2 второй нити?

5.4.4. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличится на 1%?

5.4.5. На экране получен спектр от положительного кратера вольфрамовой дуги, температура которого $T = 4000 \text{ К}$. Определить отношение x между плотностями потока излучения, которое падает на участки экрана, которые соответствуют длинам волн от **695** до **705 нм** (участок красного цвета), а также от **395** до **405 нм** (участок фиолетового цвета). Считать, что кратер излучает как серое тело. Поглощение в стекле и воздухе одинаково для красных и фиолетовых лучей.

5.4.6. Шар радиуса R , поверхность которого можно считать абсолютной черной, поддерживается при температуре T . Определить среднюю объемную плотность энергии $\langle w \rangle$ электромагнитного излучения на расстоянии $r \gg R$ от центра шара.

З а н я т и е 6

Квантовые свойства света

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 6.1.

Т а б л и ц а 6.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1.	$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ $m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$ $p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$	Энергия, масса, импульс фотона	ν – частота света, λ – длина волны света, c – скорость света в вакууме*, h – постоянная Планка*
2.	$\varepsilon_f = A + W_{max}$	Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта	A – работа выхода электрона, W_{max} – максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона
3.	$W_{max} = \frac{m_e v_{max}^2}{2}$	Максимальная кинетическая энергия электрона при внешнем фотоэффекте в случае $\lambda > 2 \text{ \AA}$ ($\varepsilon_f < 5,9 \text{ кэВ}$)	m_e – масса покоя электрона*,
4.	$W_{max} = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{max}^2}{c^2}}} - 1 \right)$	Максимальная кинетическая энергия электрона при внешнем фотоэффекте в случае $\lambda \leq 2 \text{ \AA}$ ($\varepsilon_f \geq 5,9 \text{ кэВ}$), $\varepsilon_f \gg A$, $\varepsilon_f \approx W_{max}$	v_{max} – максимальная скорость электрона
5.	$U_3 = \frac{W_{max}}{e}$	Задерживающая разность потенциалов при внешнем фотоэффекте	U_3 – задерживающая разность потенциалов между катодом и анодом, e – элементарный заряд*

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
6	$\lambda_{max} = \frac{hc}{A}$ $\nu_{min} = \frac{A}{h}$	Красная граница фотоэффекта	λ_{max} - максимальная длина волны (ν_{min} - минимальная частота), при которой фотоэффект становится невозможным
7	$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda =$ $= \lambda_C (1 - \cos\theta) =$ $= 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}$	Формула изменения длины волны при эффекте Комптона	λ' - длина волны рассеянного излучения, λ - длина волны падающего излучения, $\Delta\lambda$ - изменение длины волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии, λ_C - комптоновская длина волны электрона*, θ - угол рассеяния
8	$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$	Коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения	U - напряжение на рентгеновской трубке
9	$p = w(1 + \rho) \cos^2 \alpha =$ $= \frac{I}{c}(1 + \rho) \cos^2 \alpha$	Давление света при падении на поверхность	p - давление света на поверхность, w - объемная плотность энергии света, ρ - коэффициент отражения света поверхностью, α - угол падения, I - интенсивность падающего света

* Значение физических постоянных указаны в приложении 1

Примеры решения задач

Пример 1. Параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на вороненую поверхность ($\rho = 0$) и создает давление $p = 10^{-5}$ Па. Определить:

- концентрацию фотонов n_0 в потоке (число фотонов в единице объема);
- количество фотонов n , падающих на единицу поверхности за единицу времени.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $\rho = 0$, $\alpha = 0$, $p = 10^{-5}$ Па.

Найти n_0 , n .

Решение.

а) Концентрацию фотонов n_0 в потоке можно определить как результат деления объемной плотности энергии w на энергию одного фотона ε_f :

$$n_0 = \frac{w}{\varepsilon_f}. \quad (6.1)$$

Давление p и объемная плотность энергии w связаны соотношением

$$p = w(1 + \rho)\cos^2\alpha$$

или

$$w = \frac{p}{(1 + \rho)\cos^2\alpha}, \quad (6.2)$$

где ρ - коэффициент отражения света поверхностью, α - угол падения.

Подставляя (6.2) в (6.1), получим

$$n_0 = \frac{p}{(1 + \rho)\varepsilon_f\cos^2\alpha}. \quad (6.3)$$

Энергия фотона обратно пропорциональна длине волны света

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda}, \quad (6.4)$$

где h - постоянная Планка, c - скорость света в вакууме.

Подставляя выражение (6.4) для энергии фотона в формулу (6.3), получим выражение для концентрации фотонов:

$$n_0 = \frac{p\lambda}{hc(1 + \rho)\cos^2\alpha}. \quad (6.5)$$

После подстановки числовых значений в (6.5), получим

$$n_0 = 2,52 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

б) Количество фотонов n , которые падают в течение единицы времени на единичную поверхность, определяется как результат деления интенсивности света I (плотности потока энергии) на энергию ε_f одного фотона:

$$n = \frac{I}{\varepsilon_f}. \quad (6.6)$$

Интенсивность света равна произведению объемной плотности энергии w на скорость света в среде (в данном случае на скорость света в вакууме c):

$$I = wc,$$

или с учетом (6.2)

$$I = \frac{pc}{(1 + \rho) \cos^2 \alpha}. \quad (6.7)$$

Подставляя в (6.6) выражения для ε_f из (6.4) и для I из (6.7), получим

$$n = \frac{p\lambda}{h(1 + \rho) \cos^2 \alpha},$$

или с учетом (6.5)

$$n = n_0 c. \quad (6.8)$$

После подстановки числовых значений в (6.8) получаем

$$n = 7,55 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $n_0 = 2,52 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$, $n = 7,55 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

Пример 2. Красная граница фотоэффекта для цезия $\lambda_{max} = 653 \text{ нм}$. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов при освещении цезия фиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 400 \text{ нм}$.

Дано: $\lambda_{max} = 6,53 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $\lambda = 400 \text{ нм}$.

Найти v_{max} .

Решение. Скорость фотоэлектронов найдем из уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon_f = A + W_{max}, \quad (6.9)$$

где ε_f - энергия фотона, A - работа выхода, W_{max} - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона связана с длиной волны соотношением (6.4). Работа выхода A равна энергии фотона с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта:

$$A = \frac{hc}{\lambda_{max}}. \quad (6.10)$$

Поскольку энергия фотонов видимого спектра (несколько электрон-вольт) намного меньше энергии покоя электрона (**0,511 МэВ**), то максимальную кинетическую энергию электрона можно выразить формулой классической механики

$$W_{max} = \frac{m_e v_{max}^2}{2}. \quad (6.11)$$

После подстановки в (6.9) выражений для величин ε_f , A , и W_{max} по формулам (6.4), (6.10) и (6.11) получим

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{max}} + \frac{m_e v_{max}^2}{2},$$

откуда

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2hc}{m_e} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{max}} \right)}. \quad (6.12)$$

После подстановки числовых значений в (6.12) получим

$$v_{max} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{max} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Пример 3.

Фотон с энергией $\varepsilon_f = 0,75 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$. Считая, что кинетической энергией и импульсом электрона до столкновения с фотоном можно пренебречь, определить:

- энергию ε'_f рассеянного фотона;
- кинетическую энергию W_e электрона отдачи;
- направление движения электрона отдачи.

Дано: $\varepsilon_f = 0,75 \text{ МэВ}$, $\theta = 60^\circ$.

Найти: ε'_f , W_e , φ .

Решение. а) Энергию рассеянного фотона определим путем преобразования формулы изменения длины волны при эффекте Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta),$$

где λ' - длина волны рассеянного излучения, λ - длина волны падающего излучения, λ_C - комптоновская длина волны электрона, θ - угол рассеяния.

Если выразить длины волн через энергии фотона, а комптоновскую длину волны электрона через массу покоя электрона, постоянную Планка и скорость света в вакууме (см. приложение 1), получим

$$\frac{hc}{\varepsilon'_f} - \frac{hc}{\varepsilon_f} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta).$$

Разделим обе части этого равенства на hc :

$$\frac{1}{\varepsilon'_f} - \frac{1}{\varepsilon_f} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) = \frac{1 - \cos\theta}{E_0}, \quad (6.13)$$

где $E_0 = m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ - энергия покоя электрона.

Из равенства (6.13) выражаем энергию ε'_f рассеянного фотона:

$$\varepsilon'_f = \frac{\varepsilon_f}{\frac{\varepsilon_f}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1}. \quad (6.14)$$

После подстановки числовых значений в (6.14) получим

$$\varepsilon'_f = 0,43 \text{ МэВ}.$$

б) Из закона сохранения энергии для комптоновского рассеяния следует, что кинетическая энергия электрона отдачи равна разности между энергией ε_f падающего фотона и энергией ε'_f рассеянного фотона:

$$W_e = \varepsilon_f - \varepsilon'_f = 0,75 - 0,43 = 0,32 \text{ МэВ}$$

в) Направление движения электрона отдачи найдем, используя закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона \vec{p}_f равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона \vec{p}'_f и электрона отдачи \vec{p}_e :

$$\vec{p}_f = \vec{p}'_f + \vec{p}_e.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке. Все вектора проведены из точки O , где находился свободный электрон в момент столкновения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи. Из треугольника OCD находим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{CD}{OD} = \frac{CA \sin\theta}{OA - CA \cos\theta},$$

или

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p'_f \sin\theta}{p_f - p'_f \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\frac{p_f}{p'_f} - \cos\theta}.$$

Поскольку

$$p_f = \frac{\varepsilon_f}{c} \text{ и } p'_f = \frac{\varepsilon'_f}{c},$$

то

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon'_f} - \cos\theta}. \quad (6.15)$$

Из формулы (6.14) следует, что

$$\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon'_f} = \frac{\varepsilon_f}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \quad (6.16)$$

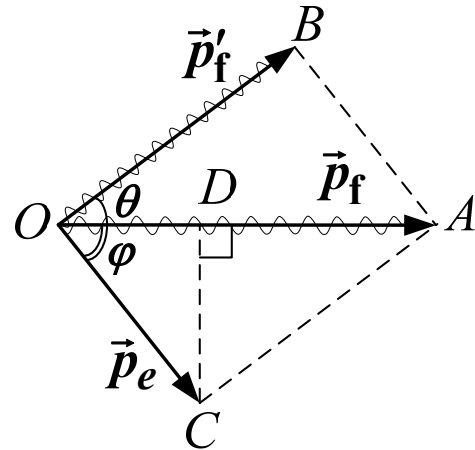


Рис. к примеру 3

Подставив в (6.15) выражение $\varepsilon_f / \varepsilon_f'$ по формуле (6.16), получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{\left(1 + \frac{\varepsilon_f}{E_o}\right)(1 - \cos \theta)}. \quad (6.17)$$

Учитывая, что

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \text{ и } 1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

после преобразований в (6.17) получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\varepsilon_f}{E_o}}.$$

Следовательно

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\varepsilon_f}{E_o}} \right). \quad (6.18)$$

После подстановки числовых значений в (6.18) получим $\varphi = 35^\circ$.

Ответ: $\varepsilon_f' = 0,43 \text{ МэВ}$, $W_e = 0,32 \text{ МэВ}$, $\varphi = 35^\circ$.

Вариант 1

6.1.1. Считая, что средняя длина волны излучения лампы накаливания $\lambda = 1200 \text{ нм}$, определить число фотонов N , которые излучаются ею в течение единицы времени. Мощность лампочки $P = 100 \text{ Вт}$.

6.1.2. Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны $\lambda = 332 \text{ нм}$. Определить: а) работу выхода электрона A (в эВ) для этого металла; б) длину световой волны λ , при которой задерживающая разность потенциалов $U_3 = 1,0 \text{ В}$.

6.1.3. Плоская световая волна интенсивностью $I = 0,2 \text{ Вт/см}^2$ падает нормально на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,8$. Определить давление света на эту поверхность.

6.1.4. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 1 \text{ МэВ}$ рассеялся на покоящемся свободном электроном. Определить кинетическую энергию W_e электрона отдачи (в МэВ), если вследствие рассеяния длина волны фотона изменилась на $\eta = 25 \%$.

6.1.5. При комптоновском рассеянии энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta = 90^\circ$. Определить энергию ε'_f (в МэВ) и импульс p'_f рассеянного фотона.

6.1.6. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta = 1,5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda = 26 \text{ пм}$. Определить первоначальное напряжение U_0 на трубке.

Вариант 2

6.2.1. Какому диапазону длин волн λ электромагнитного излучения принадлежит фотон, импульс которого совпадает с импульсом молекулы водорода при комнатной температуре $T = 300 \text{ К}$? Масса молекулы водорода $M = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

6.2.2. На фотоэлемент с литиевым катодом падает свет с длиной волны $\lambda = 200 \text{ нм}$. Определить наименьшую задерживающую разность потенциалов U_{3min} , которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы остановить фототок. Работа выхода электрона для лития $A = 2,3 \text{ эВ}$.

6.2.3. Лазер излучает в импульсе в течение $\tau = 0,13 \text{ мс}$ пучок света с энергией $E = 10 \text{ Дж}$. Определить среднее давление такого светового импульса, если сфокусировать его в пятно диаметра $d = 10 \text{ мкм}$ на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения $\rho = 0,5$.

6.2.4. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 0,25 \text{ МэВ}$ рассеялся под углом $\theta = 120^\circ$ на покоящемся свободном электроном. Определить энергию ε'_f (в МэВ) рассеянного фотона.

6.2.5. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает нормально на рассеивающее вещество. При этом длины волн смещенных составляющих излучения, рассеянного под углами $\theta_1 = 60^\circ$ и $\theta_2 = 120^\circ$, отличаются друг от друга в $\eta = 2$ раза. Считая, что рассеяние происходит на свободных электронах, определить длину волны λ падающего излучения.

6.2.6. Определить длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, которые бомбардируют антиматерию трубки, $v = 0,85c$, где c - скорость света в вакууме.

Вариант 3

6.3.1. Точечный изотропный источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 589 \text{ нм}$. Световая мощность источника $P = 50 \text{ Вт}$. Определить среднюю плотность потока фотонов на расстоянии $r = 2 \text{ м}$ от источника.

6.3.2. До какого потенциала φ можно зарядить отдаленный от других тел цинковый шарик, если облучить его ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 200 \text{ нм}$? Работа выхода электрона для цинка $A = 3,74 \text{ эВ}$.

6.3.3. Короткий импульс света с энергией $E = 7,5 \text{ Дж}$ в виде узкого почти параллельного пучка нормально падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho = 0,6$. Определить импульс Δp , переданный светом пластинке.

6.3.4. Фотон с импульсом $p_f = 1,02 \text{ МэВ}/c$, где c - скорость света в вакууме, рассеялся на покоящемся свободном электроне, вследствие чего импульс фотона стал $p'_f = 0,225 \text{ МэВ}/c$. Под каким углом θ рассеялся фотон?

6.3.5. Рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 20 \text{ пм}$ испытывает комптоновское рассеяние под углом $\theta = 90^\circ$. Определить: а) изменение $\Delta \lambda$ длины волны рентгеновского излучения; б) кинетическую энергию W_e (в кэВ) электрона отдачи; в) импульс p_e электрона отдачи.

6.3.6. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения, при котором наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием $d = 0,28 \text{ нм}$, равен $\theta = 4,1^\circ$. Какое напряжение U на рентгеновской трубке?

Вариант 4

6.4.1. Точечный изотропный источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 589 \text{ нм}$. Световая мощность источника $P = 10 \text{ Вт}$. Определить расстояние от источника до точки, в которой средняя концентрация фотонов $n = 100 \text{ см}^{-3}$.

6.4.2. На металл падает γ -излучение с длиной волны $\lambda = 1 \text{ нм}$. Пренебрегая работой выхода, найти максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

6.4.3. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 10 \text{ эВ}$ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс p , полученный пластиной, если предположить, что направление движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной к поверхности пластины. Работа выхода электрона для серебра $A = 4,7 \text{ эВ}$.

6.4.4. Небольшое идеально отражающее зеркало массой $m = 10$ мг подвешено на невесомой нити длиной $l = 10$ см. Определить угол α , на который отклонится нить, если по нормали к зеркалу в горизонтальном направлении осветить его коротким импульсом лазерного излучения с энергией $E = 13$ Дж. За счет чего зеркало приобретает кинетическую энергию?

6.4.5. Определить длину волны λ рентгеновского излучения, которое испытывает упругое рассеяние на свободных электронах, если максимальная кинетическая энергия электронов отдачи $W_{e\max} = 0,19$ МэВ.

6.4.6. Считая, что распределение энергии в спектре тормозного рентгеновского излучения $I(\lambda) = A \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\min}} - 1 \right) / \lambda^3$, где λ_{\min} - коротковолновая граница спектра, определить напряжение U на рентгеновской трубке, если максимуму функции $I(\lambda)$ соответствует длина волны $\lambda_{\max} = 53$ пм.

З а н я т и е 7

Оснoвы квантовой механики

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 7.1.

Т а б л и ц а 7.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\lambda_B = \frac{h}{p}$	Длина волны де Бройля	λ_B – длина волны де Бройля; h – постоянная Планка*; p – импульс частицы.
			В нерелятивистском случае ($v \ll c$) $p = m_0 v = \sqrt{2m_0 E_{кин}}$.
			В релятивистском случае ($v \approx c$) $p = m_0 v / \sqrt{1 - v^2 / c^2} =$ $= \frac{1}{c} \sqrt{E_{кин} (E_{кин} + 2E_0)}$, где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя

Продолжение таблицы 7.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
2	$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi$	Уравнение Шредингера	<p>$\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – волновая функция частицы массой m ;</p> <p>$U = U(x, y, z, t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле;</p> <p>$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа;</p> <p>$i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица;</p> <p>\hbar - постоянная Планка*</p>
3	$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$	Уравнение Шредингера для стационарных состояний	<p>E – полная энергия частицы массой m ;</p> <p>$\psi = \psi(x, y, z)$ – волновая функция частицы;</p> <p>$U = U(x, y, z)$ – потенциальная энергия частицы</p>
4	$dP = \psi ^2 dx dy dz$	Вероятность нахождения частицы в объёме $dV = dx dy dz$	<p>ψ – модуль волновой функции;</p> <p>$\psi ^2 = \psi \cdot \psi^*$ – плотность вероятности</p>
5	$\iiint_V \Psi ^2 dx dy dz = 1$	Условие нормировки волновой функции	
6	$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar;$ $\Delta y \Delta p_y \geq \hbar;$ $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar;$ $\Delta E \Delta t \geq \hbar$	Соотношение неопределенностей Гейзенберга для координат и импульсов, а также для энергии и времени	<p>Δx и Δp_x – неопределенности координаты и проекции импульса на ось x (то же для осей y и z);</p> <p>ΔE – неопределенность в значении энергии, Δt - длительность времени определения энергии</p>

Продолжение таблицы 7.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
7	$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right);$ $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL} n^2$	Волновая функция и энергия частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме	L - ширина потенциальной ямы; $n = 1, 2, \dots$ - номер энергетического уровня; m - масса частицы
8	$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$	Допустимые значения энергии гармонического осциллятора в квантовой механике	$n = 0, 1, 2, \dots$, ω - циклическая частота
	$D \sim \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right\}$	Коэффициент прохождения частицы сквозь потенциальный барьер	E - полная энергия частицы массой m ; $U(x)$ - потенциальная энергия частицы; a, b - точки пересечения графика функции $U = U(x)$ с прямой $E = const$
10	$D \sim \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \times \sqrt{2m(U_0 - E)L}\right\}$	Коэффициент прохождения частицы сквозь потенциальный барьер прямоугольной формы	U_0 - высота барьера; L - ширина барьера; E - энергия частицы
11	$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \frac{1}{n^2}$	Собственные значения энергии электрона в атоме водорода и водородоподобных ионах	Z - порядковый номер атома в таблице Менделеева; e - элементарный заряд m_e - масса покоя электрона; n - номер орбиты - главное квантовое число ($n = 1, 2, \dots$)

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
12	$L = \hbar \sqrt{l(l+1)};$ $p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$	Момент импульса L и магнитный p_m электрона, обусловленный его движением по орбите	l – орбитальное (азимутальное) квантовое число $(l = 0, 1, 2, \dots, (n-1))$; n – главное квантовое число; μ_B – магнетон Бора*
13	$L_z = m\hbar$ $p_{mz} = m\mu_B$	Проекция векторов момента импульса L_z и магнитного момента p_{mz} электрона на направление магнитной индукции поля	m – магнитное квантовое число $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l)$
14	$\frac{1}{\lambda_{nm}} = RZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$	Длины волн излучения (формула Бальмера) для водорода и водородоподобных ионов	λ_{nm} – длина волны света, излучаемого атомом при переходе электрона с m -го энергетического уровня на n -й; R – постоянная Ридберга*; Z – порядковый номер элемента в периодической системе элементов Менделеева

* Значение физических постоянных указаны в приложении 1

Примеры решения задач

Пример 1. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, найти минимальную энергию E_{min} которой может обладать частица массой $m = 10^{-27}$ кг, находящаяся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $L = 10^{-15}$ м.

Дано: $m = 10^{-27}$ кг, $L = 10^{-15}$ м.

Найти E_{min} .

Решение. Энергия микрочастицы массой m в потенциальном поле

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{при } x < 0, x > L \\ 0, & \text{при } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

если она находится в потенциальной яме ($0 \leq x \leq L$), равна кинетической энергии и поэтому определяется формулой

$$E = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{p_x^2}{2m}, \quad (7.1)$$

где $p_x = mv_x$ импульс частицы.

Минимальное значение энергии можно найти, используя соотношение неопределенностей (формула 6 табл. 7.1)

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar. \quad (7.2)$$

Неопределенность координаты частицы равна ширине потенциальной ямы $\Delta x = L$, а неопределенность импульса можно положить равной самому импульсу $\Delta p = p_x$. Тогда из (7.2) получим

$$p_x \approx \frac{\hbar}{L}. \quad (7.3)$$

Подставив (7.3) в (7.1), имеем

$$E_{min} \approx \frac{\hbar^2}{2mL^2}, \quad (7.4)$$

и в численном виде

$$E_{min} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 3,12 \cdot 10^7 \text{ эВ}$$

Ответ: $E_{min} = 3,12 \cdot 10^7 \text{ эВ}$.

Пример 2. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной L находится в первом возбужденном состоянии ($n = 2$). Найти вероятность обнаружения частицы в средней трети ямы.

Дано: L , $n = 2$.

Найти P .

Решение. Вероятность P обнаружить частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ определяется равенством

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx \quad (7.5)$$

где $\psi(x)$ – волновая функция частицы, определяемая формулой 8 табл. 6.

При $n = 2$ она имеет вид

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{2\pi x}{L}. \quad (7.6)$$

Подставив (7.6) в (7.5) и проинтегрировав в пределах от $x_1 = L/3$ до $x_2 = 2L/3$, получим:

$$P = \frac{2}{L} \int_{L/3}^{2L/3} \sin^2 \frac{2\pi x}{L} dx = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,196$$

Ответ: $P = 0,196$.

Пример 3. Пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов $U = 100 \text{ В}$, падает на две узкие щели, расстояние между которыми $d = 10^{-5} \text{ м}$. На расстоянии $L = 5 \text{ м}$ от щелей расположен экран, светящийся при попадании на него электронов (см. рисунок). Найти расстояние между соседними максимумами на экране.

Дано: $U = 100 \text{ В}$, $d = 10^{-5} \text{ м}$, $L = 5 \text{ м}$.

Найти Δx .

Решение. Пучок электронов, согласно гипотезе де Бройля, обладает волновыми свойствами, поэтому щели на пути электронов можно считать точечными источниками вторичных волн. При интерференции от двух точечных источников на экране появляются максимумы и минимумы интенсивности. Согласно формуле 6 табл. 2.1 расстояние между соседними максимумами

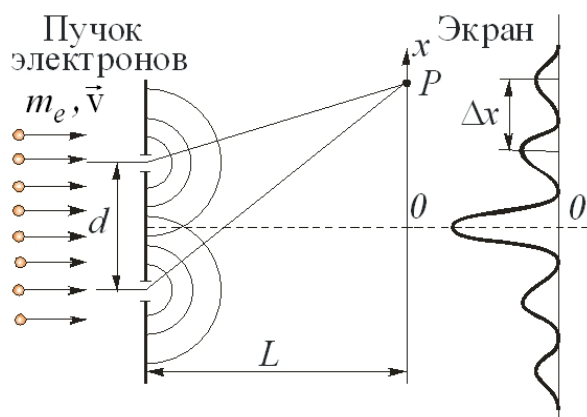


Рис. к примеру 3

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \quad (7.7)$$

Найдем длину волны λ , воспользовавшись формулой 1 табл. 7.1

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (7.8)$$

Скорость электрона в пучке найдем из соотношения

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \quad (7.9)$$

где e – элементарный заряд, а eU – работа кулоновских сил, идущая на сообщение ему кинетической энергии $\frac{mv^2}{2}$.

Из формулы (7.9) получим:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (7.10)$$

Подставив в выражение (7.10) в (7.8), затем (7.8) в (7.7), получим

$$\Delta x = \frac{hL}{d\sqrt{2eUm}}. \quad (7.11)$$

В численном виде

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 5}{10^{-5} \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2}} = 6,1 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta x = 6,1 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$

Вариант 1

7.1.1. Определить длины волн для волновых процессов, которые отвечают движению:

а) α -частицы ($m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$) со скоростью $v = 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}$;

б) молекулы кислорода со среднеквадратичной скоростью при комнатной температуре ($T = 300 \text{ К}$).

7.1.2. Поток электронов, имеющий скорость $v = 10^5 \text{ м/с}$, проходит сквозь щель шириной $b = 0,01 \text{ мм}$. Найти ширину Δx центрального дифракционного максимума, наблюдающегося на экране, который находится на расстоянии $L = 1 \text{ м}$ от щели.

7.1.3. Найти неопределенность Δv скорости протона, если неопределенность его координаты составляет $\Delta x = 10 \text{ \AA}$.

7.1.4. Электрон помещен в одномерный ящик шириной $L = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Чему равняется энергия электрона на втором энергетическом уровне? Найти длину волны фотона, излучающегося при переходе из четвертого уровня на второй.

7.1.5. Определить вероятность прохождения электрона сквозь потенциальный барьер шириной $L = 5 \text{ \AA}$ и высотой $U_0 = 0,4 \text{ эВ}$, если электрон разгоняется разностью потенциалов $\Delta \varphi = 0,3 \text{ В}$.

7.1.6. Вычислить, потенциалы ионизации ионов He^+ и Li^{++} .

Вариант 2

7.2.1. При какой скорости частицы ее дебройлевская и комптоновская длины волн совпадают?

7.2.2. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает по нормали на диафрагму с узкой прямоугольной щелью, имеющей ширину $b = 1$ мкм. Определить скорость этих электронов, если на экране, находящемся на расстоянии $L = 50$ см от щели, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x = 0,36$ мм.

7.2.3. Скорость частицы, которая движется вдоль оси x , определяется с точностью $\Delta v_x = 1$ см/с. Оценить неопределенность координаты частицы, если такая частица есть: а) электрон; б) броуновская частица массой $m_2 = 10^{-16}$ кг; в) дробишка массой $m_3 = 10^{-4}$ кг.

7.2.4. Какую ширину L имеет одномерная потенциальная яма с бесконечно высокими стенками, если при переходе электрона со второго квантового уровня на первый излучается энергия $\Delta E = 1$ эВ?

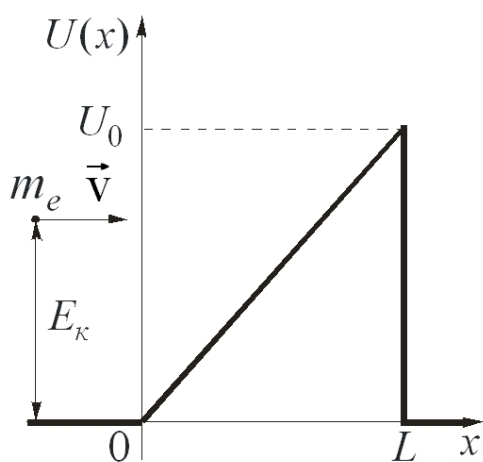


Рис. к задаче 7.2.5

7.2.5. Найти для электрона с энергией E коэффициент прозрачности D потенциального барьера, ширина которого L и высота U_0 (см. рисунок).

7.2.6. В спектре некоторого космического объекта установлен водородоподобный спектр, длина волны которого в девять раз короче, чем у атомарного водорода. Определить элемент, которому принадлежит этот спектр.

Вариант 3

7.3.1. Начальная длина волны де Бройля электрона равняется 20 пм. Какую энергию нужно предоставить электрону, чтобы эта длина волны изменилась в $N = 2$ раза?

7.3.2. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти пучок электронов, чтобы при отражении от монокристалла никеля с постоянной решетки $d = 0,352$ нм при угле скольжения $\theta = 5^\circ$ наблюдался максимум интенсивности отраженного пучка первого порядка?

7.3.3. Характерным временем атомной физики есть время возбужденного состояния $\Delta \tau = 10$ нс. Некоторый атом при переходе из возбужденного состояния в нормальный испускает фотон. Определить ширину линии излучения.

7.3.4. Частица в потенциальной яме шириной L находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определить вероятность нахождения частицы в интервале $L/4$, равноудаленном от стенок ямы.

7.3.5. Волновая функция частицы массой m для основного состояния в одномерном потенциальном поле $U(x) = \kappa x^2/2$ имеет вид

$\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}$ где A – нормировочный коэффициент, α – положительная постоянная. Найти с помощью уравнения Шредингера постоянную α и энергию E частицы в этом состоянии.

7.3.6. На какой энергетический уровень перешел электрон при возбуждении иона гелия, если при переходе в нормальное состояние были последовательно зафиксированы два фотона с длинами волн $\lambda_1 = 108,5$ нм и $\lambda_2 = 30,4$ нм?

Вариант 4

7.4.1. Определить дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоде рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра $\lambda_{min} = 10$ пм.

7.4.2. Найти расстояние Δx между соседними максимумами яркости на люминесцентном экране, которые образуются после прохождения потоком электронов диафрагмы с двумя узкими щелями. Кинетическая энергия электронов $E_k = 25$ эВ, расстояние между диафрагмой и экраном $L = 75$ см, расстояние между центрами щелей $d = 25$ мкм.

7.4.3. Электрон определен в области с линейными размерами $L = 1$ мкм. Его кинетическая энергия равняется $E_k = 10$ эВ. Оценить неопределенность его кинетической энергии ΔE_k .

7.4.4. Частица находится в основном состоянии в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Оценить силу, с которой частица действует на стенку. Сделать расчет для электрона в яме размером $L = 1$ Å.

7.4.5. Найти для частицы с массой m и энергией E коэффициент прозрачности D потенциального барьера. (см. рисунок), где

$$U(x) = U_0 \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right).$$

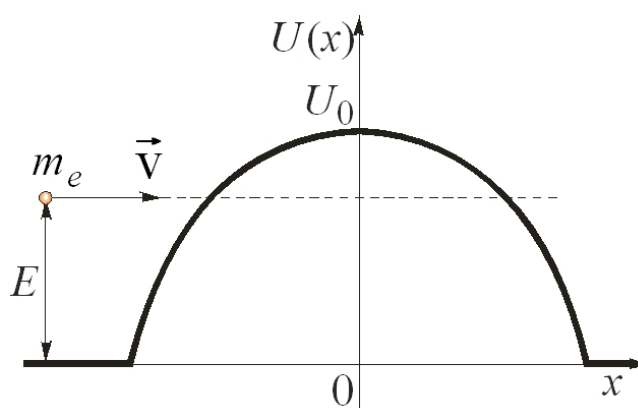


Рис. к задаче 7.4.5

7.4.6. Какую скорость будет иметь атом водорода вследствие излучения, обусловленного переходом электрона с первого возбужденного состояния в нормальное?

З а н я т и е 8

Элементы ядерной физики

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 8.1.

Т а б л и ц а 8.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$N = N_0 \exp(-\lambda t)$ $N = N_0 \exp\left(-\frac{t \ln 2}{T}\right)$	Закон радиоактивного распада ядер атомов	N – число ядер в момент времени t ; N_0 – начальное число ядер (при $t = 0$); λ – постоянная распада T - период полураспада
2	$\Delta N = N_0 - N =$ $= N_0 (1 - e^{-\lambda t})$	Количество ядер, распавшихся за время t	
3	$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$	Период полураспада	T – промежуток времени, в течение которого распадается половина из имеющихся радиоактивных ядер
4	$\tau = \frac{1}{\lambda}$	Среднее время жизни радиоактивного ядра	τ – промежуток времени, за который число распадающихся атомов уменьшается в e раз
5	$A = \left \frac{dN}{dt} \right = \lambda N$	Активность радиоактивного вещества	A – число ядер радиоактивного вещества, распадающихся за единицу времени (за $t = 1$ с) $[A] = \text{Бк}$ (беккерель)
6	$A = A_0 \exp(-\lambda t)$ $A_0 = \lambda N_0$	Закон изменения активности радиоактивных веществ со временем	A_0 – активность в начальный момент времени (при $t = 0$)
7	$E_{св} = \Delta m c^2$	Энергия связи ядра атома	Δm – дефект массы; c – скорость света в вакууме*

Продолжение таблицы 8.1

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{я} \quad (a)$	Дефект массы ядра	<p>Z – зарядовое число атомного ядра (порядковый номер элемента в таблице Менделеева);</p> <p>A – массовое число (число протонов и нейтронов в ядре);</p> <p>m_p, m_n, $m_{я}$, $m(^1H)$, m_a – массы протона, нейтрона, ядра, атома протия и атома соответственно*</p>
	$\Delta m = Zm(^1H) + (A - Z)m_n - m_a \quad (б)$		
9	$D = \frac{dW}{dm}$	Доза поглощенного ионизирующего излучения	<p>Отношение поглощенной энергии dW в данном объеме к массе вещества dm в этом объеме. $[D] = \text{Гр}$ (грей)</p> <p>1 Гр = 1 Дж/кг</p>
10	$P = \frac{dD}{dt}$	Мощность дозы поглощенного ионизирующего излучения	<p>Доза поглощенного ионизирующего излучения dD в единицу времени dt.</p> <p>$[P] = \text{Гр/с}$</p>
11	$X = \frac{dQ}{dm}$	Экспозиционная доза рентгеновского и γ – излучения	<p>Отношение суммарного заряда ионов одного знака dQ, образующихся в некотором объеме сухого воздуха, к массе этого объема dm. $[X] = \text{Кл/кг}$.</p> <p>Внесистемная единица Р (рентген).</p> <p>1 Р = $2,58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг</p>

№	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
12	$\dot{X} = \frac{dX}{dt}$	Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и γ – излучения	Экспозиционная доза излучения dX , полученная за единицу времени dt . $[\dot{X}] = \text{А/кг}$. Внесистемная единица Р/с (рентген за секунду)
13	$X = X_0 e^{-\mu l}$	Экспозиционная доза рентгеновского и γ – излучения, падающего на объект, экранированный защитным слоем толщиной l	X_0 – экспозиционная доза в отсутствии защитного слоя; l – толщина защитного слоя; μ – линейный коэффициент поглощения в материале защитного слоя
14	$X = \frac{\dot{X}_0 t}{r^2}$	Экспозиционная доза γ – излучения, падающего в течение времени t на объект, находящийся в воздухе на расстоянии r от точечного источника	\dot{X}_0 – мощность экспозиционной дозы на расстоянии $r = 1 \text{ м}$ от точечного источника. Поглощением γ – излучения в воздухе пренебрегают
15	$I = I_0 e^{-\mu l}$	Ослабление интенсивности излучения	I – интенсивность γ – излучения в веществе на глубине l ; I_0 – интенсивность γ – излучения, падающего на поверхность вещества; μ – коэффициент поглощения

* Значение физических постоянных указаны в приложении 1

Примеры решения задач

Пример 1. Определить дефект масс и энергию связи ядра бора ${}^{11}_5\text{B}$.

Масса покоя атома бора $m({}^{11}\text{B}) = 11,00930$ а.е.м.

Дано: $m({}^{11}\text{B}) = 11,00930$ а.е.м.

Найти: Δm , $E_{св}$.

Решение. Дефект масс атомного ядра определяется по формуле 8 (б) табл. 8.1:

$$\Delta m = Zm({}^1\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}^{11}\text{B}).$$

Подставляя в эту формулу числовые значения масс (см. приложение 1), имеем

$$\Delta m = 5 \cdot 1,00783 + 6 \cdot 1,00866 - 11,00930 = 0,08181 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра находится по формуле 7 табл. 8.1:

$$E_{св} = c^2 \Delta m. \quad (8.1)$$

Учитывая, что $1 \text{ а.е.м.} \cdot c^2 = 931,5 \text{ МэВ}$, подставим числовые значения в (8.1):

$$E_{св} = 931,5 \cdot 0,08181 = 76,2 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\Delta m = 0,08181$ а.е.м., $E_{св} = 76,2$ МэВ.

Пример 2. Масса препарата ${}^{27}_{12}\text{Mg}$ равна $m = 2 \cdot 10^{-10}$ кг. Определить начальную активность препарата и его активность через $t = 1$ час. Принимается, что все атомы ${}^{27}_{12}\text{Mg}$ радиоактивны. Период полураспада $T = 9,46$ мин.

Дано: $m = 2 \cdot 10^{-10}$ кг, $t = 3600$ с, $T = 567,6$ с.

Найти A_0 , A .

Решение. По формуле 6 табл. 8.1 начальная активность препарата

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Постоянная распада $\lambda = \ln 2 / T$.

Количество атомов препарата в начальный момент времени

$$N_0 = \frac{m N_A}{\mu_{Mg}},$$

где μ_{Mg} –молярная масса препарата; N_A – постоянная Авогадро.

Подставив в формулу начальной активности выражения для λ и N_0 , получим

$$A_0 = \frac{m N_A \ln 2}{\mu_{Mg} T} = \frac{0,2 \cdot 10^{-9} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,693}{0,027 \cdot 567,6} = 5,44 \cdot 10^{12} \text{ Бк}.$$

По формуле 6 табл. 8.1 найдем

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 5,44 \cdot 10^{12} e^{-\frac{0,693 \cdot 3600}{567,6}} = 6,71 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

Ответ: $A_0 = 5,44 \cdot 10^{12} \text{ Бк}$, $A = 6,71 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

Пример 3. Определить толщину слоя воды, который обеспечивает ослабление параллельного пучка γ – излучения в два раза, если линейный коэффициент поглощения $\mu = 0,047 \text{ см}^{-1}$.

Дано: $I_0/I = 2$, $\mu = 0,047 \text{ см}^{-1}$.

Найти $l_{1/2}$.

Решение. При прохождении γ – излучения через слой вещества происходит их поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и возникновения пар (электрон-позитрон). В результате действия этих трех факторов интенсивность γ – излучения экспоненциально уменьшается в зависимости от толщины слоя:

$$I = I_0 e^{-\mu l}. \quad (8.2)$$

Пройдя поглощающий слой толщиной $l_{1/2}$, который отвечает половинному ослаблению, пучок γ – излучения имеет интенсивность

$$I = \frac{I_0}{2}.$$

Если подставить $I = \frac{I_0}{2}$ и $l_{1/2}$ в формулу (8.2), получим

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu l_{1/2}},$$

или после сокращения на I_0 :

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu l_{1/2}}.$$

Прологарифмируем последнее выражение и получим искомое значение толщины слоя половинного ослабления:

$$l_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{0,047} = 14,7 \text{ см}.$$

Ответ: $l_{1/2} = 14,7 \text{ см}$.

Вариант 1

8.1.1. Найти удельную энергию связи ω_{36} ядра кислорода $^{16}_8\text{O}$ (энергию, которая приходится на один нуклон). Масса атома кислорода $m(^{16}\text{O}) = 15,99491$ а.е.м.

8.1.2. Имеем $N = 2,5 \cdot 10^7$ атомов радия $^{227}_{89}\text{Ra}$. Сколько атомов распадается за одни сутки, если период полураспада радия $T(^{227}_{89}\text{Ra}) = 1620$ лет?

8.1.3. Сколько слоев половинного ослабления в пластине, которая ослабляет параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения в $k = 1000$ раз?

8.1.4. Активность препарата уменьшилась у $k = 253$ раза. Скольким периодам полураспада равняется прошедший промежуток времени?

8.1.5. Определить количество тепла, которое выделяет $m = 1$ мг препарата полония $^{210}_{84}\text{Po}$ при α -распаде в течение среднего времени жизни этих ядер, если известно, что излучаемые α -частицы имеют кинетическую энергию $\varepsilon_k = 5,3$ МэВ и практически все дочерние ядра рождаются в основном энергетическом состоянии.

8.1.6. Мощность экспозиционной дозы γ -излучения на расстоянии $r_1 = 40$ см от точечного источника составляет $\dot{X} = 1,0$ Р/мин. Сколько времени в течение рабочего дня можно находиться на расстоянии $r_2 = 6,0$ м от источника, если предельно допустимая доза за рабочий день $X_{don} = 20$ мР? Поглощением γ -лучей в воздухе пренебречь

Вариант 2

8.2.1. Сколько тепла Q выделяется при образовании одного грамма гелия ^4_2He из дейтерия ^2_1H ? Какая масса m каменного угля с удельной теплопроводностью 30 кДж/г эквивалентна в тепловом отношении полученной величине? Масса атома гелия $m(^4\text{He}) = 4,0026$ а.е.м.; масса атома дейтерия $m(^2\text{H}) = 2,0141$ а.е.м.

8.2.2. За один год начальное количество радиоактивного нуклида уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

8.2.3. Ядро урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ (ядерное топливо для электростанций), которое захватило один нейтрон, разделилось на два осколка. При этом освободелось два нейтрона. Одним из осколков оказалось ядро ксенона ${}^{140}_{54}\text{Xe}$. Определить порядковый номер и массовое число второго осколка.

8.2.4. Определить интенсивность I гамма-излучения на расстоянии $r = 5 \text{ см}$ от точечного изотропного радиоактивного источника, имеющего активность $A = 148 \text{ ГБк}$. Считать, что при каждом акте распада излучается в среднем $n = 1,8$ γ -фотонов с энергией $\varepsilon = 0,51 \text{ МэВ}$ каждый.

8.2.5. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, который содержит радиоактивный изотоп натрия с активностью $A_0 = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Бк}$.

Активность $V = 1 \text{ см}^3$ крови через $t = 5$ часов $A = 0,267 \text{ Бк/см}^3$. Период полураспада данного изотопа $T = 15$ часов. Найти объем крови человека.

8.2.6. Найти толщину слоя половинного поглощения $l_{1/2}$ γ -частиц, какие излучаются радиоактивным препаратом изотопа фосфора, для: а) воздуха, б) алюминия и в) свинца, если линейные коэффициенты поглощения соответственно $\mu_1 = 0,0138 \text{ см}^{-1}$; $\mu_1 = 26,8 \text{ см}^{-1}$; $\mu_1 = 121 \text{ см}^{-1}$.

Вариант 3

8.3.1. Учтывая, что при одном акте распада ядра урана-235 освобождается энергия $\varepsilon_0 = 200 \text{ МэВ}$, определить энергию ε , которая выделяется при распаде $m = 1 \text{ кг}$ урана, и массу каменного угля с удельной теплотворной способностью $q = 3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$, эквивалентную в тепловом отношении одному килограмму урана.

8.3.2. Ядро изотопа кобальта ${}^{60}_{27}\text{Co}$ выбросило позитрон. В какое ядро превратилось ядро кобальта?

8.3.3. Как изменится активность препарата кобальта ${}^{63}_{27}\text{Co}$ за промежуток времени $t = 13,7 \text{ с}$? Период полураспада кобальта ${}^{63}_{27}\text{Co}$ $T = 27,4 \text{ с}$.

8.3.4. На расстоянии $r_1 = 10 \text{ см}$ от точечного источника γ -излучения мощность экспозиционной дозы $\dot{X} = 0,2 \text{ Р/мин}$. На каком наименьшем расстоянии от источника экспозиционная доза излучения X за шестичасовой рабочий день не превышает границы допустимой дозы $X_{дон} = 0,02 \text{ Р}$. Поглощением лучей в воздухе пренебречь.

8.3.5. Определить толщину слоя половинного ослабления параллельного пучка рентгеновского излучения: а) свинца; б) воды; в) воздуха. Линейные коэффициенты ослабления этого излучения для свинца, воды и воздуха, соответственно $\mu_1 = 10645 \text{ м}^{-1}$, $\mu_2 = 137 \text{ м}^{-1}$, $\mu_3 = 0,159 \text{ м}^{-1}$.

8.3.6. Определить возраст изделия из дерева, если известно, что активность A образца из этого изделия по изотопу углерода $^{14}_6\text{C}$ в три раза меньше активности A_0 свежей древесины. Период полураспада изотопа $^{14}_6\text{C}$ $T = 5730$ лет.

Вариант 4

8.4.1. Радиоизотоп $^{32}_{15}\text{P}$, период полураспада которого равен $T = 14,3$ сут, возникает в ядерном реакторе со скоростью $q = 2,7 \cdot 10^9$ ядер/с. Через какое время t после начала создания этого радиоизотопа его активность $A = 1,0 \cdot 10^9$ Бк.

8.4.2. В результате распада изотопа радия $^{226}_{88}\text{Ra}$ массой $m = 1,0$ г за промежуток времени $t = 1$ год возникло некоторое количество гелия ^4_2He , который занимает при нормальных условиях $V = 43,06$ мм³ ($p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па; $T_0 = 273$ К). Определить при этих условиях постоянную Авогадро. Период полураспада $^{226}_{88}\text{Ra}$ $T = 1600$ лет.

8.4.3. На сколько процентов снизится активность иридия $^{192}_{77}\text{Ir}$ через месяц? Период полураспада иридия $T = 74$ сут.

8.4.4. Под действием космических лучей в каждом кубическом сантиметре ($V = 10^{-6}$ м³) воздуха ($\rho = 1,29$ кг/м³) на уровне моря возникает в среднем две пары однозарядных ($q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) ионов за $t = 1$ с. Определить в рентгенах экспозиционную дозу X излучения, действие которого испытывает человек за $t = 1$ сут.

8.4.5. Какая масса урана $^{235}_{92}\text{U}$ расходуется за промежуток времени $t = 1$ сут на атомной электростанции мощностью $N = 5000$ кВт? Коэффициент полезного действия $\eta = 17\%$. Считать, что в каждом акте выделяется энергия $\epsilon_0 = 200$ МэВ.

8.4.6. Определить возраст деревянных предметов, если активность изотопа углерода $^{14}_6\text{C}$ в них $k = 0,6$ удельной активности этого же изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада $^{14}_6\text{C}$ $T = 5730$ лет.

Фундаментальные физические постоянные

В табл. 9 представлены уточненные значения фундаментальных физических постоянных, рекомендованных рабочей группой СОДАТА (2006 г.).

Т а б л и ц а 9

Название	Обозначение	Значение постоянной в СИ
Скорость света в вакууме	c	299792458 м/с
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,854187817 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная по- стоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Гравитационная постоянная	G	$6,67428 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²
Элементарный заряд	e	$1,602176487 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Планка	h	$6,62606896 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,054571628 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02214179 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹
Газовая посто- янная	R	8,314472 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = \frac{R}{N_A}$	$1,3806504 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная едини- ца массы	$\text{а.е.м.} = \frac{1}{12} m \left({}^{12}_6\text{C} \right)$	$1,660538782 \cdot 10^{-27}$ кг
Энергетический эквивалент атомной едини- цы массы	$\text{а.е.м.} \cdot c^2$	$1,49241783 \cdot 10^{-10}$ Дж 931,494028 МэВ
Масса покоя электрона	m_e	$9,10938215 \cdot 10^{-31}$ кг $5,4857990943 \cdot 10^{-4}$ а.е.м.
Энергия покоя электрона	$m_e c^2$	$8,18710438 \cdot 10^{-14}$ Дж 0,510998910 МэВ

Масса покоя протона	m_p	$1,672621637 \cdot 10^{-27}$ кг $1,00727646677$ а.е.м.
Энергия покоя протона	$m_p c^2$	$1,503277359 \cdot 10^{-10}$ Дж $938,272013$ МэВ
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,674927211 \cdot 10^{-27}$ кг $1,00866491597$ а.е.м.
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2$	$1,505349505 \cdot 10^{-10}$ Дж $939,565346$ МэВ
Масса атома водорода 1H	$m({}^1H)$	$1,6735326 \cdot 10^{-27}$ кг $1,00782503207$ а.е.м.
Комптоновская длина волна электрона	$\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$	$2,4263102175 \cdot 10^{-12}$ м
Постоянная тонкой структуры	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$	$7,2973525376 \cdot 10^{-3}$
Постоянная Ридберга	$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h} = \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c}$	$10973731,568527$ м ⁻¹
	$R_\infty c$	$3,289841960361 \cdot 10^{15}$ Гц
Боровский радиус	$a_0 = \frac{\alpha}{4\pi R_\infty} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$	$0,52917720859 \cdot 10^{-10}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$927,400915 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл
Ядерный магнетон	$\mu_Y = \frac{e\hbar}{2m_p}$	$5,05078324 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл
Постоянная Стефана - Больцмана	$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$	$5,6704 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная закона смещения Вина	$b = \lambda_{max} T$	$2,8977685 \cdot 10^{-3}$ м·К
	$b' = \nu_{max} / T$	$5,878933 \cdot 10^{10}$ Гц/К

Ответы

Занятие 1

1.1.1. $h = 2,5$ м. 1.1.2. $E = \frac{\pi R_{\odot}^2}{L^2} B = 8,12 \cdot 10^4$ лк.

1.1.3. $R_1 = 1,6 \cdot 10^5$ лк, $B_1 = 5,1 \cdot 10^4$ кД/м²;

$R_2 = 4 \cdot 10^4$ лк, $B_1 = 1,27 \cdot 10^4$ кД/м².

1.1.4. $B_1 = 1,2 \cdot 10^7 \frac{\text{кД}}{\text{м}^2}$; $B_2 = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{кД}}{\text{м}^2}$. 1.1.5. $v = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1.2.1. $h = 1$ м.

1.2.2. а) $\alpha_{1\text{пред}} = 41^\circ 09'$; б) $\alpha_{2\text{пред}} = 48^\circ 46'$; в) $\alpha_{3\text{пред}} = 61^\circ 03'$.

1.2.3. $\alpha_{\text{кр.пред}} = 41^\circ 29'$; $\alpha_{\text{ф.пред}} = 40^\circ 50'$.

1.2.4. Фиолетовые лучи испытывают полное внутреннее отражение,
красные – выйдут из стекла в воздух.

Занятие 2

2.1.1. а) $\Delta = 2d n_2 + (l - 2d) n_3 - l n_1 = 28,12$ мм;

б) $\lambda_3 = \frac{n_1 \lambda_1}{n_3} = 451,1$ нм; в) $\Delta\Phi = \frac{2\pi \Delta}{\lambda_1 n_1} = 2,80 \cdot 10^5$ рад.

2.1.2. $d = \frac{\lambda L}{\Delta x} = 0,4$ мм. 2.1.3. $n = 1 + \frac{m\lambda}{l} \approx 1,0000773$.

2.1.4. $d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 0,13$ мкм. 2.1.5. $d_{\text{min}} = \frac{\lambda}{4n_1} \approx 0,11$ мкм.

$$\underline{2.1.6.} \quad n = \frac{mR\lambda}{r_m^2} \approx 1,33.$$

$$\underline{2.2.1.} \quad \Delta = d \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right) = 548,2 \text{ мкм}.$$

$$\underline{2.2.2.} \quad \text{а) } \lambda_k = 0,65 \text{ мкм}; \quad \text{б) } \lambda_c = 0,45 \text{ мкм}.$$

$$\underline{2.2.3.} \quad n = 1 + \frac{m\lambda}{2l} \approx 1,000379.$$

$$\underline{2.2.4.} \quad \text{а) } d_{min} = \frac{\lambda}{4n} = 0,125 \text{ мкм}; \quad \text{б) } d_{min} = \frac{\lambda}{2n} = 0,25 \text{ мкм}.$$

$$\underline{2.2.5.} \quad \frac{N}{l} = \frac{2\gamma n}{\lambda} = 5 \text{ см}^{-1}. \quad \underline{2.2.6.} \quad \lambda = \frac{l}{8R} = 0,675 \text{ мкм}.$$

$$\underline{2.3.1.} \quad \Delta\Phi \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Theta. \quad \underline{2.3.2.} \quad \Delta x = \frac{\lambda L}{2h} = 0,25 \text{ мм}.$$

$$\underline{2.3.3.} \quad I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d n x}{\lambda L} \right); \quad \langle I \rangle = 2I_0.$$

$$\underline{2.3.4.} \quad \lambda = \frac{4}{3} d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha};$$

а) $\lambda \approx 640$ нм (красный); б) $\lambda \approx 538$ нм (зеленый).

$$\underline{2.3.5.} \quad \gamma = \frac{N\lambda}{2nl} = 40''. \quad \underline{2.3.6.} \quad l_2 = 3,7 \text{ мм}.$$

$$\underline{2.4.1.} \quad \text{а) } m = \frac{l^2}{2\lambda L} = 2 \text{ (максимум освещенности); б) } n = 1 + \frac{\Delta}{d} = 1,5.$$

$$\underline{2.4.2.} \text{ а) } \Theta = \frac{(a+b)\lambda}{2a(n-1)\Delta x} = 14,3'; \text{ б) } N_{max} \leq \frac{(a+b)b\lambda}{a(\Delta x)^2} \approx 7,29 \Rightarrow N_{max} = 7.$$

$$\underline{2.4.3.} \Theta_{max} = \arcsin\left(\frac{mc}{vd}\right), m = 0, \pm 1, \pm 2;$$

$$\Theta_{max} = 0, 30, 90, 150, 180, 210, 270, 330^\circ.$$

$$\underline{2.4.4.} \lambda = \frac{4}{5}nd = 480 \text{ нм}. \quad \underline{2.4.5.} \gamma = \frac{5\lambda}{2nl} = 10,6''. \quad \underline{2.4.6.} N = \frac{2h}{\lambda} = 400.$$

Занятие 3

$$\underline{3.1.1.} b = \frac{aR^2}{am\lambda - R^2}; \text{ а) } b \rightarrow \infty; \text{ б) } b = 0,125 \text{ м}.$$

$$\underline{3.1.2.} R = \sqrt{\frac{\lambda L}{2}} = 1 \text{ мм}. \quad \underline{3.1.3.} N = 11. \quad \underline{3.1.4.} L = \frac{2b\lambda_{красн}}{L_0} = 3,8 \text{ см}.$$

$$\underline{3.1.5.} \lambda = \frac{al}{Nm\sqrt{L^2 + a^2}} = 590 \text{ нм}. \quad \underline{3.1.6.} \theta = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{2d}\right) = 31^\circ 40'.$$

$$\underline{3.2.1.} \text{ а) } m_{min} \geq \frac{R^2}{a\lambda} \approx 7,27 \Rightarrow m_{min} = 8; \text{ б) } b_m = \frac{aR^2}{am_{min}\lambda - R^2} = 10 \text{ м};$$

$$\text{в) } R_1 \leq \sqrt{a\lambda} = 0,74 \text{ мм}.$$

$$\underline{3.2.2.} b_{max} = \frac{D^2}{8\lambda} = 0,8 \text{ м}.$$

$$\underline{3.2.3.} \varphi = 30^\circ.$$

$$\underline{3.2.4.} a_{12} = \frac{\lambda L}{b} = 5 \text{ мм}; a_0 = \frac{2\lambda L}{b} = 1 \text{ см}.$$

$$\underline{3.2.5.} \quad m_{max} \leq \frac{l}{N\lambda} \approx 2,86 \Rightarrow m_{max} = 2.$$

$$\underline{3.2.6.} \quad \lambda = \frac{2 \sin \theta}{m} \sqrt[3]{\frac{\mu}{2N_A \rho}} = 2,44 \text{ \AA}.$$

$$\underline{3.3.1.} \quad L = \frac{D^2}{\lambda} = 167 \text{ м}.$$

$$\underline{3.3.2.} \quad \lambda = \frac{b_2 - b_1}{b_2 b_1} R^2 = 500 \text{ нм}.$$

$$\underline{3.3.3.} \quad R = \sqrt{\frac{m\lambda F b}{b - F}} = 0,9\sqrt{m} \text{ мм}, \text{ где } m = 1, 3, 5, \dots$$

$$\underline{3.3.4.} \quad \Delta\varphi = \frac{2\lambda}{b} = 34,4'; \quad \Delta x = \frac{2F\lambda}{b} = 2 \text{ мм}. \quad \underline{3.3.5.} \quad \lambda_2 = 447 \text{ нм}.$$

$$\underline{3.3.6.} \quad \theta = \arccos(\cos \theta_0 + 0,4m), \text{ где } m = 0, \pm 1, -2, -3;$$

$$\theta \approx 26, 60, 84, 107, 134^\circ.$$

$$\underline{3.4.1.} \quad \text{а) } I = 4I_0; \text{ б) } I = 2I_0; \text{ в) } I = 2I_0; \text{ г) } I = I_0.$$

$$\underline{3.4.2.} \quad b_2 = \frac{b_1}{n^2} = 1 \text{ м}.$$

$$\underline{3.4.3.} \quad d = \frac{\lambda_{\text{красн}} - \lambda_{\text{фиол}}}{bD} = 0,7 \text{ мм}.$$

$$\underline{3.4.4.} \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{b} + \sin \varphi_0\right), \text{ где } m = \pm 1; \quad \varphi_+ = 33,4^\circ, \quad \varphi_- = 26,7^\circ.$$

$$\underline{3.4.5.} \quad a = \frac{N\lambda L}{\sqrt{l^2 - N^2\lambda^2}} \approx 13,1 \text{ см}.$$

$$\underline{3.4.6.} \quad \Delta\alpha = \arccos\left(\cos \alpha_0 - \frac{\lambda N}{l}\right) - \alpha_0 = 13,6'.$$

Занятие 4

$$\underline{4.1.1.} \quad n = \operatorname{ctg} \beta = 1,73. \quad \underline{4.1.2.} \quad \varphi = \arccos \sqrt{\frac{2}{k}} = 45^\circ.$$

$$\underline{4.1.3.} \quad \varphi = \arccos \frac{\sqrt{2k_2}}{2k_1} = 30^\circ. \quad \underline{4.1.4.} \quad v = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} c = 0,324 c.$$

$$\underline{4.1.5.} \quad T = \frac{4\pi\lambda_0 R}{c\Delta\lambda} \approx 25 \text{ суток}. \quad \underline{4.1.6.} \quad v_{\min} = \frac{c}{n} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$\underline{4.2.1.} \quad \alpha_B = \operatorname{arctg}(\operatorname{cosec} \alpha_{np}) = 54^\circ 44'. \quad \underline{4.2.2.} \quad I = I_0 \cos^2 \varphi_1 \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$$\underline{4.2.3.} \quad \text{а) } \frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-k} = 2,11; \quad \text{б) } \frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \varphi} = 8,86.$$

$$\underline{4.2.4.} \quad \frac{I_0}{I} = 8. \quad \underline{4.2.5.} \quad v = \frac{(\lambda_0 + \Delta\lambda)^2 - \lambda_0^2}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)^2 + \lambda_0^2} c = 0,256 c.$$

$$\underline{4.2.6.} \quad E_{\text{кин}} = \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right) m_0 c^2 = 0,281 m_0 c^2;$$

$$\text{а) } E_{\text{кин}} = 143,8 \text{ кэВ}; \quad \text{б) } E_{\text{кин}} = 264 \text{ кэВ}.$$

$$\underline{4.3.1.} \quad n_2 = n_1 \operatorname{ctg} \alpha_B = 1,67. \quad \underline{4.3.2.} \quad \frac{I_0}{I_3} = \frac{2}{k^3 \cos^4 \varphi} \approx 43,9.$$

$$\underline{4.3.3.} \quad \frac{I}{I_0} = \frac{(\cos \varphi)^{2(N-1)}}{2} = 0,119.$$

$$\underline{4.3.4.} \quad \frac{I_0 - I}{I_0} \cdot 100\% = \left(1 - \exp\left(-\frac{d(\alpha_1 + \alpha_2)}{2} \right) \right) \cdot 100\% \approx 9,52\%.$$

$$\underline{4.3.5.} \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_0 E_{кин}}{m_0 c^2} = 0,7 \text{ нм.}$$

$$\underline{4.3.6.} \quad E_{кин} = \left(\frac{n \cos \theta}{\sqrt{n^2 \cos^2 \theta - 1}} - 1 \right) m_0 c^2 = 290 \text{ кэВ.}$$

$$\underline{4.4.1.} \quad \gamma = 2 \arctg \left(\frac{1}{n} \right) = 66^\circ 41'. \quad \underline{4.4.2.} \quad P = \sqrt{\frac{N-1}{N+1}} = 0,94.$$

$$\underline{4.4.3.} \quad W = \frac{\pi \Phi_0}{\omega} = 0,6 \text{ мДж.} \quad \underline{4.4.4.} \quad E_{min} = \frac{1}{\sqrt{2Bl}} = 1,51 \text{ МВ/м.}$$

$$\underline{4.4.5.} \quad N = 4BlE^2 v = 275.$$

$$\underline{4.4.6.} \quad \Delta\lambda = \left(1 + \cos \theta \sqrt{1 + \frac{2m_0 c^2}{E_{кин}}} \right) \frac{\lambda_0 E_{кин}}{m_0 c^2} \approx 27 \text{ нм.}$$

Занятие 5

$$\underline{5.1.1.} \quad T_2 = \sqrt[4]{N} T_1 = 1000 \text{ К.}$$

$$\underline{5.1.2.} \quad \lambda_{max} = 1,45 \text{ мкм, } r^*(\lambda, T) = 4,1 \cdot 10^{11} \text{ Вт/м}^3.$$

$$\underline{5.1.3.} \quad T = 4830 \text{ К, } R^* = 30,9 \text{ МВт/м}^2. \quad \underline{5.1.4.} \quad T = \sqrt[4]{\frac{W}{\sigma St}} = 1219 \text{ К.}$$

$$\underline{5.1.5.} \quad \text{а) } \lambda_{max} = 1 \text{ мкм} - \text{инфракрасное излучение;}$$

$$\text{б) } \lambda_{max} = 0,5 \text{ мкм} - \text{видимое излучение (зеленый свет);}$$

$$\text{в) } \lambda_{max} \approx 2,9 \text{ \AA} - \text{рентгеновское излучение.}$$

$$\underline{5.1.6.} \quad \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^4 = 16. \quad \underline{5.2.1.} \quad \eta = 1 - \frac{\sigma ST^4}{P} = 0,433. \quad \underline{5.2.2.} \quad R = \tau_0 / \alpha.$$

$$\underline{5.2.3.} \quad a(\lambda, T) = \exp \left[\frac{hc}{\lambda k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{ярк}}} \right) \right]. \quad \underline{5.2.4.} \quad S = \frac{P}{\sigma \alpha(T) T^4} = 0,41 \text{ мм}^2.$$

$$\underline{5.2.5.} \quad T_2 = \frac{T_1}{1 + \frac{\Delta \lambda T_1}{b}} = 1449 \text{ К.} \quad \underline{5.2.6.} \quad T_2 = T_1 \sqrt{\frac{d}{2l}} = 340 \text{ К.}$$

$$\underline{5.3.1.} \quad I = \frac{\pi \sigma \alpha(T) d L T^4}{U} = 14,2 \text{ А.} \quad \underline{5.3.2.} \quad \lambda_{\text{max}_2} = \frac{\lambda_{\text{max}_1}}{\sqrt[4]{n}}.$$

$$\underline{5.3.3.} \quad T = T_{\odot} \sqrt{\frac{R_{\odot}}{L}} = 395 \text{ К.}$$

$$\underline{5.3.4.} \quad \frac{R_2^*}{R_1^*} = \left(\frac{\lambda}{\lambda - \Delta \lambda} \right)^4 = 16, \quad \frac{r_{\text{max}_2}^*(\lambda, T)}{r_{\text{max}_1}^*(\lambda, T)} = \left(\frac{\lambda}{\lambda - \Delta \lambda} \right)^5 = 32.$$

$$\underline{5.3.5.} \quad j = \frac{2\pi hc^2 \Delta \lambda T^5}{b^5 \left[\exp \left(\frac{hc}{kb} \right) - 1 \right]} = 3,1 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}. \quad \underline{5.3.6.} \quad \eta = 1,15.$$

$$\underline{5.4.1.} \quad t = \frac{c \rho d (\eta^3 - 1)}{18 \sigma T_0^3} = 3 \text{ ч.} \quad \underline{5.4.2.} \quad T_{\oplus} = T_{\odot} \sqrt{\frac{R_{\odot}}{2L}} = 266 \text{ К.}$$

$$\underline{5.4.3.} \quad d_2 = d_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^3 = 58 \text{ мкм.} \quad \underline{5.4.4.} \quad \frac{\Delta R^*}{R} = 4 \frac{\Delta T}{T} = 4 \%.$$

5.4.5. При данных условиях $hc/\lambda \gg kT$. Поэтому

$$x \approx \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 \exp \left[\frac{hc}{kT} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \right] = 2,9, \text{ где } \lambda_1 = 700 \text{ нм, } \lambda_2 = 400 \text{ нм.}$$

$$\underline{5.4.6.} \quad \langle w \rangle = \frac{\sigma T^4 R^2}{cr^2}.$$

Занятие 6

$$\underline{6.1.1.} \quad N = \frac{P\lambda}{hc} = 6 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}.$$

$$\underline{6.1.2.} \quad \text{а) } A = \frac{hc}{\lambda_{max}} = 3,73 \text{ эВ.} \quad \text{б) } \lambda = \frac{\lambda_{max}}{1 + \frac{eU_3\lambda_{max}}{hc}} = 262 \text{ нм.}$$

$$\underline{6.1.3.} \quad p = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Па.} \quad \underline{6.1.4.} \quad W_e = \frac{\eta\varepsilon_f}{1 + \eta} = 0,2 \text{ МэВ.}$$

$$\underline{6.1.5.} \quad \varepsilon'_f = \frac{m_e c^2}{2} = 0,255 \text{ МэВ}; \quad p'_f = \frac{m_e c}{2} = 1,37 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$$

$$\underline{6.1.6.} \quad U_0 = \frac{(\eta - 1)hc}{e\eta\Delta\lambda} = 15,9 \text{ кВ.}$$

$$\underline{6.2.1.} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2kMT}} = 126 \text{ пм} - \text{ рентгеновский диапазон.}$$

$$\underline{6.2.2.} \quad U_{3min} = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) = 3,9 \text{ В.}$$

$$\underline{6.2.3.} \quad \rho = \frac{4E(1 + \rho)}{\pi c d^2 \tau} = 4,9 \text{ МПа} = 49 \text{ атм.}$$

$$\underline{6.2.4.} \quad \varepsilon'_f = \frac{\varepsilon_f}{1 + \frac{2\varepsilon_f}{m_e c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 0,144 \text{ МэВ.}$$

$$\underline{6.2.5.} \quad \lambda = \frac{2h}{m_e c (\eta - 1)} \left(\sin^2 \frac{\theta_2}{2} - \eta \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right) = 1,21 \text{ пм.}$$

$$\underline{6.2.6.} \lambda_{min} = \frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_e c \left(1 - \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)} = 2,7 \text{ пм.}$$

$$\underline{6.3.1.} \langle I \rangle = \frac{P\lambda}{4\pi c h r^2} = 2,94 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}. \quad \underline{6.3.2.} \varphi = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) = 2,46 \text{ В.}$$

$$\underline{6.3.3.} \Delta p = \frac{E}{c}(1+\rho) = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Н} \cdot \text{с}. \quad \underline{6.3.4.} \theta = 2\arcsin \sqrt{\frac{m_e c (p_f - p'_f)}{2p_f p'_f}} = 120^\circ.$$

$$\underline{6.3.5.} \text{ а) } \Delta\lambda = \lambda_C = 2,43 \text{ пм.} \quad \text{б) } W_e = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = 6,7 \text{ кэВ};$$

$$\text{в) } p_e = h \frac{\sqrt{\lambda^2 + (\lambda + \Delta\lambda)^2}}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = 4,44 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

$$\underline{6.3.6.} U = \frac{hc}{2ed \sin\theta} = 31 \text{ кВ}. \quad \underline{6.4.1.} r = \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{P\lambda}{\pi h n}} = 8,87 \text{ м}.$$

$$\underline{6.4.2.} v_{max} = c \frac{\sqrt{1 + \frac{2m_e c \lambda}{h}}}{1 + \frac{m_e c \lambda}{h}} = 2,87 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$\underline{6.4.3.} p = \frac{\varepsilon_f}{c} + \sqrt{2m_e (\varepsilon_f - A)} = 1,25 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

$$\underline{6.4.4.} \alpha = 2\arcsin \frac{E}{cm\sqrt{gl}} = 30'. \quad \underline{6.4.5.} \lambda = \frac{h}{m_e c} \left(\sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{W_{max}}} - 1 \right) = 3,7 \text{ пм}.$$

$$\underline{6.4.6.} U = \frac{3hc}{2e\lambda_{max}} = 35 \text{ кВ}.$$

Занятие 7

7.1.1. а) $\lambda_B = 2 \cdot 10^{-14}$ м; б) $\lambda_B = 2,8 \cdot 10^{-11}$ м.

7.1.2. $\Delta x = \frac{2Lh}{bm v} = 1,46$ мм.

7.1.3. $\Delta v = 60$ м/с.

7.1.4. $E_2 = \frac{\pi^2 \hbar^2 n_2^2}{2m L^2} = 9,43$ эВ. $\lambda = \frac{4m c L^2}{\pi \hbar (n_4^2 - n_2^2)} = 44$ нм.

7.1.5. $P = 0,198$. 7.1.6. $\Delta \varphi_{He} = 54$ В; $\Delta \varphi_{Li} = 122$ В. 7.2.1. $v = \frac{c}{\sqrt{2}}$.

7.2.2. $v = \frac{2Lh}{mb \Delta x} = 2 \cdot 10^8$ $\frac{м}{с}$.

7.2.3. а) $\Delta x \sim 10^{-2}$ м; б) $\Delta x \sim 10^{-16}$ м; в) $\Delta x \sim 10^{-28}$ м.

7.2.4. $L = \pi \hbar \sqrt{\frac{3}{2m \Delta E}} = 10,6$ Å. 7.2.5. $D \sim \left\{ -\frac{4L\sqrt{2m}}{3\hbar U_0} (U_0 - E)^{3/2} \right\}$.

7.2.6. $Li (Z = 3)$. 7.3.1. $\Delta E = \frac{(N^2 - 1)h}{2m \lambda_B^2} = 11,3$ кэВ.

7.3.2. $U = \frac{h^2}{8med^4 \sin^2 \theta} = 400$ В. 7.3.3. $\Delta E = 10^{-7}$ эВ. 7.3.4. $P = 0,091$.

7.3.5. $\alpha = \frac{m\omega}{2\hbar}$; $E = \frac{\hbar\omega}{2}$, где $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$.

7.3.6. $n = \left[1 - \frac{c(\lambda_1 + \lambda_2)}{RZ^2 \lambda_1 \lambda_2} \right]^{\frac{1}{2}} = 5$. 7.4.1. $\lambda = \frac{\lambda_{min}}{\sqrt{1 + \frac{2me\lambda_{min}}{\hbar}}} = 3,3$ нм.

7.4.2. $\Delta x = \frac{hL}{d\sqrt{2mE_k}} = 7,4$ мкм. 7.4.3. $\Delta E_k \approx \frac{\hbar}{L} \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \approx 10^{-3}$ эВ.

7.4.4. $F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^3} = 1,2 \cdot 10^{-7}$ Н. 7.4.5. $D \sim \exp \left\{ -\frac{\pi L}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{U_0}} (U_0 - E) \right\}$.

7.4.6. $v = \frac{3Rh}{4m_H c} = 3,26$ м/с.

Занятие 8

8.1.1. $\omega_{36} = 8 \text{ МэВ/нуклон}$. 8.1.2. $N = 29$. 8.1.3. $n = 10$. 8.1.4. $N = 8$.

$$\text{8.1.5. } Q = \frac{mN_A \varepsilon_k}{A_{Po}} \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 1,57 \text{ МДж.}$$

$$\text{8.1.6. } t = \frac{X_{\text{дон}} r_2^2}{\dot{X} r_1^2} = 4,5 \text{ мин.}$$

8.2.1. $Q = 5,74 \cdot 10^4 \text{ МДж}$; $m = 1910 \text{ кг}$. 8.2.2. $N = 9$; 8.2.3. ${}_{38}^{94}\text{Sr}$.

$$\text{8.2.4. } I = \frac{A \varepsilon n}{4\pi r^2} = 0,6 \text{ Вт/м}^2. \quad \text{8.2.5. } V = \frac{A_0}{A} e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 5,95 \text{ л.}$$

8.2.6. а) $l_1 = 50 \text{ см}$; б) $l_2 = 2,4 \cdot 10^2 \text{ см}$; в) $l_3 = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ см}$.

$$\text{8.3.1. } \varepsilon = \frac{mN_A \varepsilon_0}{A} = 8,2 \cdot 10^{13} \text{ Дж.} \quad m = \frac{\varepsilon}{q} = 2,73 \cdot 10^6 \text{ кг.}$$

$$\text{8.3.2. } {}_{28}^{60}\text{Ni}. \quad \text{8.3.3. } \frac{A}{A_0} = 0,71. \quad \text{8.3.4. } r_2 = r_1 \sqrt{\frac{\dot{X} t}{X_{\text{дон}}}} = 6 \text{ м.}$$

8.3.5. а) $l_1 = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$; б) $l_1 = 5,1 \text{ мм}$; $l_3 = 4,4 \text{ м}$.

$$\text{8.3.6. } t = T \frac{\ln 3}{\ln 2} = 9082 \text{ лет.} \quad \text{8.4.1. } t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \left(1 - \frac{A}{q} \right) = 9,5 \text{ сут.}$$

$$\text{8.4.2. } N_A = \frac{p_0 V \mu \left({}_{88}^{226}\text{Ra} \right) T}{\ln 2 k m t T_0} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

$$\text{8.4.3. } \frac{\Delta A}{A_0} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 25 \%.$$

$$\text{8.4.4. } X = \frac{2q t_1}{\rho V t} = 83 \text{ мкР.} \quad \text{8.4.5. } m = \frac{N t A}{\eta \varepsilon_0 N_A} = 31 \text{ г.}$$

$$\text{8.4.6. } t = T \frac{\ln k}{\ln 2} = 4223 \text{ лет.}$$

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для втузов: в 5 т. / И.В. Савельев. – М.: Астрель, АСТ, 2002. – Т. 4: Волны. Оптика. - 256 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для втузов: в 5 т. / И.В. Савельев. – М.: Астрель, АСТ, 2002. – Т. 5: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. - 368 с.
3. Иродов И.Е. Задачи по общей физике / И.Е. Иродов. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1990. – 398 с.
5. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. -288 с.
6. Чертов А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 1988 – 526 с.
7. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы / Б.С. Беликов – М.: Высш. шк., 1986. – 256 с.
8. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие для втузов / Е.И. Бабаджан, В.И. Гервидс, В.М. Дубовик, Э.А. Некресов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 400с.
9. Загальна фізика. Збірник задач / за ред. І.Т. Горбачука. – Київ: Вища шк., 1993. – 360 с.
10. Хвильова і квантова оптика. Основи квантової механіки та фізики ядра: навч. посіб. до практ. занять / В.Г. Падалка, А.О. Таран, А.В. Попов, М.І. Глущенко. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 1996. – 68 с.
11. Физика. Тесты, примеры и методика решения задач: учеб. пособие для самост. работы / Н.И. Глущенко, О.И. Петрова, А.А. Таран и др. – 3-е изд.- Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2010. – 204 с.
12. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности / Л.А. Сена. – 3-е изд. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 432 с.
13. ДСТУ 3651.1-97 Метрологія. Одиниці фізичних величин. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення. – Введено вперше зі скасуванням в Україні ГОСТ 8.417-81; чинний з 09.10.1997. – К.: Держстандарт України, 1998. – 76 с.
14. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006 / Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, David B. Newell // Rev. Mod. Phys. – 2008. – Vol. 80, No. 2. – pp. 633 – 730.

Оглавление

Методика решения задач.....	3
Занятие 1. Фотометрия.....	4
Занятие 2. Интерференция света.....	8
Занятие 3. Дифракция света.....	16
Занятие 4. Поляризация света. Эффект Доплера.....	23
Занятие 5. Тепловое излучение.....	31
Занятие 6. Квантовые свойства света.....	38
Занятие 7. Основы квантовой механики.....	47
Занятие 8. Элементы ядерной физики.....	56
Приложение 1. Фундаментальные физические постоянные.....	64
Ответы.....	65
Библиографический список.....	77

Для заметок

Воронович Даниил Александрович
Глуценко Николай Иванович
Петрова Ольга Ивановна
Таран Анатолий Алексеевич
Варминский Михаил Владимирович

Волновая и квантовая оптика.
Основы квантовой механики и физики ядра

Редактор

Св. план, 2011

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16. Бум. офс. № 2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 4,44. Уч.-изд. л. 5. Т. экз. Заказ

Цена свободная

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Х а р ь к о в с к и й а в и а ц и о н н ы й и н с т и т у т»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Издательский центр «ХАИ»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu