

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

А. Н. Павлов, Б. В. Соколов

**МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ
ЭКСПЕРТНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
2005

УДК 007.5
ББК 32.973.202
П12

Павлов, А. Н., Соколов, Б. В.

П12 Методы обработки экспертной информации: учебно-метод. пособие / А. Н. Павлов, Б. В. Соколов; ГУАП. СПб., 2005. 42 с.: ил.

В учебно-методическом пособии описывается общая технология сбора, обработки и анализа информации, получаемой в результате опроса экспертов; рассматриваются конкретные алгоритмы, реализующие указанную технологию.

Для приобретения необходимых умений и навыков работы с экспертной информацией обучаемым предлагается перечень прикладных задач, описывающих ситуации, в которых необходима обработка данной информации. В пособии приводится обобщенная методика и пример решения конкретной прикладной задачи с использованием соответствующего пакета прикладных программ.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности 521500 «Менеджмент» и 351500 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», а также может быть использовано студентами смежных экономико-математических специальностей при изучении современных методов и технологий обработки экспертных данных и знаний.

Рецензент

доктор технических наук, профессор *Ю. С. Мануйлов*

Утверждено

редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия

© ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский
государственный университет
аэрокосмического приборостроения»,
2005

ПРЕДИСЛОВИЕ

Возрастающая сложность научного уровня управления сегодня требует тщательного анализа целей и задач деятельности, путей и средств их достижения, оценки влияния различных факторов на повышение эффективности и качества работы. Однако сложность, недостаточная полнота и достоверность информации при решении технико-экономических задач требует применения методов экспертных оценок, направленных на получение от специалистов информации, необходимой для формирования и выбора решений. Для широкого круга недостаточно формализуемых проблем в политической, экономической, военной, научно-технической и других областях человеческой деятельности экспертные процедуры являются эффективными, а в ряде случаев и единственным средством их решений. Однако научные исследования по рациональному проведению экспертизы были начаты с 1940-х годов. Результаты этих исследований позволяют сделать вывод о том, что в настоящее время экспертные оценки являются, в основном, сформировавшимся научным методом анализа сложных неформализуемых проблем.

В процессе принятия решений эксперты выполняют информационную и аналитическую работу по формированию и оценке решений. Метод экспертных оценок применяется для решения проблем прогнозирования, планирования и разработки программ деятельности, выбора перспективной техники, оценки качества продукции и др.

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является изучение методов обработки экспертной информации.

Выполнение работы предполагает закрепление студентами знаний по материалу дисциплины «Системный анализ», излагаемому в теме «Методы экспертного оценивания и научно-технического прогнозирования сложных организационно-технических систем». Лабораторные исследования проводятся каждым исполнителем по индивидуальному заданию. При выполнении каждого варианта задания должны быть проведены:

1. Определение компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов.
2. Построение обобщенной ранжировки объектов.
3. Определение согласованности мнений экспертов.
4. Определение зависимостей между ранжировками.

В процессе выполнения лабораторных исследований рекомендует-ся обратить особое внимание при расчете коэффициентов согласия мнений экспертов и коэффициентов ранговой корреляции на случаи отсутствия и наличия связанных рангов в ранжировках.

2. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Сущность метода экспертных оценок

Сущность метода экспертных оценок заключается в рациональной организации проведения экспертами анализа проблемы с количественной оценкой суждений и обработкой их результатов.

В процессе решения проблем эксперты выполняют роль генератора идей, событий и явлений, решений, определения признаков и показателей для описания свойств объектов и их взаимосвязей и т. п. и измерителя их характеристик (измерения достоверности событий и гипотез, важности целей, значений признаков и показателей, предпочтений решений).

Все множество проблем можно условно подразделить на два больших класса: с достаточным и недостаточным информационным потенциа-

лом. Это означает, что для проблем первого класса имеется необходимый объем знаний и опыта по их решению. Поэтому по отношению к этим проблемам эксперты являются качественными источниками и достаточно точными измерителями информации. На основании этого обобщенное мнение группы экспертов определяется осреднением их индивидуальных суждений и является близким к истинному.

В отношении проблем второго класса эксперты уже не могут рассматриваться как достаточно точные измерители. Применение методов осреднения, допустимых для «хороших измерителей», в данном случае может привести к значительным ошибкам, так как мнение одного эксперта, существенно отличающееся от мнения других экспертов, может оказаться правильным.

В связи с этим для проблем второго класса в основном должна применяться качественная обработка результатов экспертного оценивания.

Подбор экспертов

В зависимости от масштаба решаемой проблемы организацию процедуры проведения экспертного оценивания осуществляет лицо, принимающее решение (ЛПР), или назначаемая им группа управления. Подбор количественного и качественного состава экспертов производится на основе анализа широты проблемы, достоверности оценок, характеристик экспертов и затрат ресурсов.

Выполняя работу по подбору экспертной группы, требуется решать следующие задачи:

- уяснение решаемой проблемы;
- определение перечня областей деятельности, связанных с решаемой проблемой;
- определение долевого состава экспертов по каждой области деятельности;
- определение количества и предварительного состава экспертов в группе;
- анализ квалификации экспертов и уточнение списка экспертов в группе;
- получение согласия экспертов на участие в работе;
- составление окончательного списка состава экспертов.

При подборе экспертов представители группы управления руководствуются следующими основными требованиями, предъявляемыми к эксперту.

Компетентность – степень квалификации эксперта в определенной области знаний, которая оценивается с помощью анкетно-

го опроса, путем интервьюирования, анализам предыдущей деятельности специалиста, уровня и широты знакомства с достижениями мировой науки и техники, пониманием проблем и перспектив развития.

Креативность – это способность решать творческие задачи.

Конформизм – это подверженность влиянию авторитетов.

Конструктивность мышления – это способность формировать решения, обладающие свойством практичности (прагматизм).

Коллективизм – этика поведения человека в коллективе, влияние на создание положительного психологического климата и тем самым на успешное решение проблемы.

Самокритичность эксперта проявляется при самооценке своей компетентности.

Отношение к экспертизе – негативное или пассивное отношение к решению проблемы, большая занятость и другие факторы существенно сказываются на выполнении экспертами своих функций, поэтому участие в экспертизе должно рассматриваться как плановая работа.

Перечисленные характеристики эксперта достаточно полно описывают необходимые качества, которые влияют на результаты экспертизы. В настоящее время указанные характеристики в основном оцениваются на качественном уровне.

Опрос экспертов

Опрос экспертов представляет собой заслушивание и фиксацию в содержательной и количественной форме суждений экспертов по решаемой проблеме. Основными видами опроса экспертов являются: *анкетирование и интервьюирование, дискуссии, метод «мозгового штурма» («мозговой атаки»)*, *метод Дельфы*.

Главным в организации опроса экспертов является создание таких условий, при которых эксперты были бы обеспечены в максимальной степени всей необходимой информацией и могли бы в полной мере проявить свою творческую активность и самостоятельность. В связи с этим группе управления следует предоставлять экспертам возможность ведения записей, использования технических средств (в том числе и ЭВМ), а также в случае необходимости организовывать предварительную обработку полученной информации и представление ее экспертам в наиболее наглядной форме. На определенных этапах экспертного оценивания общение экспертов является нежелательным, так как это может привести к утрате самостоятельности, независимости в своих суждениях и оценках каждого эксперта, по-

влиять на его творческую активность. Поэтому организаторы проведения экспертизы в этом случае должны находить разумный компромисс прежде всего путем выбора вида (метода) опроса, формы и степени общения экспертов.

Выбор того или иного метода опроса определяется целями экспертизы, сущностью решаемой проблемы, полнотой и достоверностью исходной информации, располагаемым временем и затратами на проведение опроса.

Рассмотрим содержание и технологию проведения перечисленных выше видов опроса.

АНКЕТИРОВАНИЕ. Анкетирование представляет собой опрос экспертов с помощью анкет, на вопросы которых они должны дать ответы в письменной форме, либо с использованием технических средств.

Вопросы, содержащиеся в анкетах, можно классифицировать по содержанию и по типу.

По содержанию вопросы делятся на три группы:

- объективные данные об эксперте (возраст, образование, должность, специальность, стаж работы и т. п.);
- основные вопросы по сути анализируемой проблемы;
- дополнительные вопросы, позволяющие выяснить источники информации, аргументацию ответов, самооценку компетентности эксперта и т. п.

По типу вопросы делятся на открытые, закрытые и с веером ответов.

Открытые вопросы предполагают ответ в произвольной форме. Открытые вопросы целесообразно применять в случае большой неопределенности проблемы. Это позволяет широко охватить рассматриваемую проблему, выявить спектр мнений экспертов. Недостатком открытых вопросов является возможное большое разнообразие и произвольная форма ответов, что существенно затрудняет обработку анкет.

Закрытые вопросы – это вопросы, на которые возможны следующие варианты ответов: «да», «нет», «не знаю». Закрытые вопросы применяются в случае рассмотрения четко определенных двух альтернативных вариантов, когда требуется определить степень большинства мнений по этим альтернативам.

Вопрос с веером ответов дает возможность эксперту выбрать один из предлагаемых ответов. Их целесообразно использовать при наличии нескольких достаточно четко определенных альтернативных вариантов. Эти варианты формируются для ориентации экспертов по возможному кругу направлений в решении проблемы.

ИНТЕРВЬЮИРОВАНИЕ. Это устный опрос, проводимый в форме беседы-интервью. Интервью с экспертом проводится членом группы управления и является по сути беседой, в которой ответы на заранее разработанные вопросы даются в устной форме. Естественно, качество ответов в этом случае снижается, ибо у эксперта меньше времени на их обдумывание, хотя при такой форме общения может быть получен оригинальный взгляд на решаемую проблему. Интервьюер должен хорошо знать анализируемую проблему, уметь четко формулировать вопросы, создавать непринужденную обстановку и уметь слушать.

МЕТОД ДЕЛЬФЫ. Представляет собой многотуровую процедуру анкетирования с обработкой и сообщением результатов каждого тура экспертам, работающим инкогнито по отношению друг к другу.

В первом туре опроса дельфийским методом экспертам предлагаются вопросы, на которые они дают ответы без аргументации. Полученные от экспертов данные обрабатываются с целью выделения среднего и крайних значений оценок. Результаты обработки первого тура сообщаются экспертам. Если оценка эксперта сильно отклоняется от среднего значения, то его просят аргументировать свое мнение или изменить оценку.

Результаты опроса во втором туре обрабатываются и сообщаются экспертам. Результаты обработки второго тура содержат новые средние и крайние оценки, если производилась корректировка оценок первого тура. В случае сильного отклонения своих оценок эксперты должны аргументировать или изменить свои суждения с пояснением причин этого.

Проведение последующих туров – по аналогичной схеме. Обычно проводятся три-четыре тура, после которых ответы приобретают устойчивый характер и не содержат каких-либо изменений.

При проведении опроса по методу Дельфы сохраняется анонимность ответов экспертов по отношению друг к другу. Это обеспечивает исключение подавления мнений экспертов за счет научного авторитета или должностного положения других экспертов.

ДИСКУССИЯ. Дискуссию целесообразно проводить для решения тех задач, которые не требуют точной количественной оценки объектов, параметров, альтернатив. Для проведения дискуссии формируется группа экспертов не более 20 человек. Группа управления проводит предварительный анализ проблем дискуссии с целью четкой формулировки задач, определения требований к экспертам, их подбора и методики проведения дискуссии.

Дискуссия проводится как открытое коллективное обсуждение рассматриваемой проблемы, основной задачей которого является

всесторонний анализ всех факторов, положительных и отрицательных последствий, выявления позиций и интересов участников. В ходе дискуссии разрешается критика. Дискуссия может продолжаться в течение нескольких часов, поэтому необходимо определить регламент работы: время на доклад ведущего и выступления, проведение перерывов. Во время перерывов дискуссия продолжается. Поэтому перерывы следует делать не слишком короткими, так как кулуарные обсуждения дают положительный эффект.

Группа управления производит анализ и обработку результатов дискуссии и всех материалов, связанных с проблемой, и оформляет результаты дискуссии в виде практических рекомендаций по решаемой проблеме.

МОЗГОВАЯ АТАКА (ШТУРМ). Представляет собой групповое обсуждение с целью генерации новых идей, вариантов решений проблемы.

Характерной особенностью этого вида экспертизы является активный творческий поиск принципиально новых решений в трудных тупиковых ситуациях, когда известные пути и способы решения оказываются непригодными. Для поддержания активности и творческой фантазии экспертов в ходе заседания (сеанса) запрещается какая-либо критика высказываемых идей, которые на первый взгляд кажутся даже нелепыми и возможно нелогичными.

Для проведения сеанса назначается ведущий, основной задачей которого является управление ходом обсуждения для решения поставленной проблемы. В начале сеанса ведущий объясняет содержание и актуальность проблемы, правила ее обсуждения и предлагает для рассмотрения одну-две идеи.

Образуются две разные группы: группа генераторов идей и группа аналитиков. Представители первой группы не обязательно должны быть высококвалифицированными специалистами в рассматриваемой области и хорошо понимать поставленную задачу. Желательно, чтобы состав приглашенных специалистов был достаточно представительным и включал людей с большим опытом, широкой эрудицией и богатой фантазией.

Сеанс продолжается примерно 40–45 минут без перерыва. Для выступления предоставляется 2–3 минуты, которые могут повторяться. В каждом выступлении эксперты должны стремиться выдвинуть как можно больше новых идей и развивать ранее выдвинутые идеи. Идеи и предложения должны быть конструктивные, направлены на решение проблемы. В процессе генерирования идей и их обсуждения прямая критика запрещена, однако она имеет мес-

то в неявной форме и выражается в степени поддержки и развития высказываний.

На втором этапе реализации рассматриваемого метода осуществляется анализ и критика высказанных во время сеанса идей, точек зрения, мыслей и отбор наиболее ценных, перспективных и реальных решений. Данный анализ проводится группой специалистов, с привлечением технических средств и осуществлением количественного анализа, что позволяет углубить его, сделать получаемые результаты более объективными и разносторонними.

Обработка экспертных оценок

После проведения опроса группы экспертов осуществляется обработка результатов. Целью обработки является получение обобщенных данных и новой информации, содержащейся в скрытой форме в экспертных оценках. В зависимости от целей экспертного оценивания при обработке результатов опроса возникают следующие основные задачи:

- определение компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов,
- построение обобщенной ранжировки объектов,
- определение согласованности мнений экспертов,
- определение зависимостей между ранжировками.

Определение компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов

Пусть m экспертов произвели оценку n объектов. Результаты оценки представлены в виде величин x_{ij} , где j – номер эксперта, i – номер объекта. Эти величины могут быть заданы с использованием баллов либо чисел, принадлежащих некоторому отрезку числовой оси.

Коэффициент компетентности экспертов и обобщенные оценки объектов для тех случаев, когда проводится непосредственное числовое оценивание альтернатив, можно вычислить по апостериорным данным, т. е. по результатам оценки объектов. При этом компетентность экспертов оценивается по степени согласованности их оценок с групповой оценкой объектов.

Алгоритм вычисления коэффициентов компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов сводится к расчетам по следующим рекуррентным формулам:

$$x_i^t = \sum_{j=1}^m x_{ij} k_j^{t-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

$$\lambda^t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} x_i^t, \quad t=1,2, \dots, \quad (2)$$

$$k_j^t = \frac{1}{\lambda^t} \sum_{i=1}^n x_{ij} x_i^t, \quad j=1,2, \dots, m. \quad (3)$$

Вычисления начинаются с $t = 1$. Начальные значения компетентности принимаются одинаковыми и равными $k_j^0 = \frac{1}{m}$.

В работе [6] были исследованы вопросы сходимости рассматриваемой рекуррентной процедуры. Для этого из уравнений (1) и (3) были исключены переменные $k_j^{(t-1)}$ и x_i^t . Указанные уравнения (после данного преобразования) в векторно-матричной форме примут вид

$$\bar{x}^t = \frac{1}{\lambda^{t-1}} B \bar{x}^{t-1}, \quad \bar{k}^t = \frac{1}{\lambda^t} C \bar{k}^{t-1}, \quad (4)$$

где матрицы B и C имеют соответственно размерности $(n \times n)$ и $(m \times m)$:

$$B = X X^T, \quad C = X^T X, \quad X = \|x_{ij}\|.$$

Из теоремы Перрона – Фробениуса [7] следует, что если матрицы B , C неотрицательны и неразложимы, то при $t \rightarrow \infty$ векторы \bar{x}^t , \bar{k}^t сходятся к собственным векторам матриц B и C , соответствующим максимальным собственным числам этих матриц. Предельные значения векторов \bar{x} , \bar{k} вычисляются при решении следующих уравнений:

$$B \bar{x} = \lambda_B \bar{x}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad (5)$$

$$C \bar{k} = \lambda_C \bar{k}, \quad \sum_{j=1}^m k_j = 1, \quad (6)$$

где λ_B, λ_C – максимальные собственные числа матриц B, C .

На практике условия неразложимости и неотрицательности B, C практически всегда выполняются.

Построение обобщенной ранжировки объектов

Рассмотрим теперь случай, когда эксперты производят измерение объектов в порядковой шкале методом ранжирования, так что x_{ij} есть ранги. Задачей обработки является построение обобщенной ранжировки по индивидуальным ранжировкам экспертов.

Каждую ранжировку y^j можно представить в виде матрицы парных сравнений, элементы которой определим следующим образом:

$$y_{ik}^j = \begin{cases} 1, & x_{ij} \leq x_{kj}, \\ 0, & x_{ij} > x_{kj}, \end{cases}$$

где x_{ij} , x_{kj} – ранги, присваиваемые j -м экспертом i -му и k -му объектам.

Пример

Пусть ранжировка одним экспертом следующая: $O_1 > O_2 \equiv O_3 > O_4 > O_5$. Тогда матрица парных сравнений для этой ранжировки имеет вид

	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
O_1	1	1	1	1	1
O_2	0	1	1	1	1
O_3	0	1	1	1	1
O_4	0	0	0	1	1
O_5	0	0	0	0	1

Введем метрику в пространстве ранжировок (между матрицами парных сравнений экспертов), вычисляемую по формуле:

$$D_{jl} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |y_{ik}^j - y_{ik}^l|, \quad j, l = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Используя данную метрику, определим обобщенную ранжировку как такую матрицу парных сравнений, которая наилучшим образом согласуется с матрицами парных сравнений каждого эксперта. Примером задания такой точки может быть медиана

$$\|y_{ik}^*\| = \arg \min_{\|y_{ik}\|} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n |y_{ik}^j - y_{ik}|. \quad (8)$$

Обобщенная ранжировка, доставляющая минимальное значение введенной метрике, находится по следующему правилу:

$$y_{ik}^* = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{ik} \geq \frac{m}{2}, \\ 0, & \text{если } a_{ik} < \frac{m}{2}, \end{cases}$$

где $a_{ik} = \sum_{j=1}^m y_{ik}^j$ – количество голосов, поданных экспертами за предпочтение i -го объекта k -му объекту.

При построении обобщенной матрицы парных сравнений можно учесть компетентность экспертов путем введения коэффициентов компетентности k_j в соотношение (8)

$$\|y_{ik}^*\| = \arg \min_{\|y_{ik}\|} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n k_j |y_{ik}^j - y_{ik}|. \quad (9)$$

Тогда обобщенная ранжировка, доставляющая минимальное значение введенной метрике, находится по следующему правилу:

$$y_{ik}^* = \begin{cases} 1, & \text{если } b_{ik} \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{если } b_{ik} < \frac{1}{2}, \end{cases}$$

где $b_{ik} = \sum_{j=1}^m k_j y_{ik}^j$ – вероятность того, что i -й объект предпочтительнее

k -го объекта.

При наличии нескольких ситуаций эксперты упорядочивают объекты для каждой ситуации в отдельности. Если известны вероятности проявления той или иной ситуации p_1, p_2, \dots, p_d , где d – число различных ситуаций, то можно построить обобщенную ранжировку, усредненную по всем ситуациям. Введем у элементов матриц парных сравнений индекс s – номер ситуации y_{ik}^{js} . В этом случае обобщенная ранжировка будет определяться из условия

$$\|y_{ik}^*\| = \arg \min_{\|y_{ik}\|} \sum_{s=1}^d \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n k_j p_s |y_{ik}^{js} - y_{ik}|. \quad (10)$$

Тогда обобщенная ранжировка, доставляющая минимальное значение введенной метрике, находится по следующему правилу:

$$y_{ik}^* = \begin{cases} 1, & \text{если } c_{ik} \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{если } c_{ik} < \frac{1}{2}, \end{cases}$$

где $c_{ik} = \sum_{j=1}^m \sum_{s=1}^d k_j p_s y_{ik}^{js}$.

Определение согласованности мнений экспертов

При оценке объектов эксперты обычно расходятся во мнениях по решаемому вопросу. В связи с этим возникает необходимость количественной оценки степени согласия экспертов. Оценка согласованности мнений экспертов основывается на использовании понятия компактности. Оценка каждого эксперта представляется как точка в некотором пространстве, в котором введено понятие расстояния. Если оценки экспертов находятся на небольшом расстоянии друг от друга, то можно это интерпретировать как хорошую согласованность суждений экспертов. Если же точки разбросаны в пространстве на большом расстоянии, то согласованность – невысокая.

При использовании количественных шкал измерения и оценке объекта всего по одному критерию мнения группы экспертов можно представить как точки числовой оси. Эти значения можно рассматривать как реализации случайной величины. Тогда центр группировки точек можно рассматривать как математическое ожидание, а разброс количественно оценивается дисперсией случайной величины.

При измерении объектов в порядковой шкале согласованность оценок экспертов в виде ранжировок или парных сравнений объектов также основывается на понятии компактности. Для этого обычно используется мера согласованности мнений экспертов – *дисперсионный коэффициент конкордации* (коэффициент согласия).

Сущность данного подхода заключается в следующем.

Рассмотрим матрицу результатов ранжировки n объектов m экспертами $\|r_{ij}\|$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$), где r_{ij} – ранг, присваиваемый j -м экспертом i -му объекту. Составим суммарный ранг для каждого объекта по всем экспертам:

$$r_i = \sum_{j=1}^m r_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Будем рассматривать величины r_i как реализацию некоторой случайной величины и найдем оценку ее дисперсии

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2, \quad (12)$$

где \bar{r} – оценка математического ожидания, равная

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i.$$

Дисперсионный коэффициент конкордации определяется как отношение оценки дисперсии к максимальному значению этой оценки:

$$W = \frac{D}{D_{\max}}. \quad (13)$$

1 - й с л у ч а й – отсутствие связанных рангов в матрице ранжировок.

Данное условие характеризуется отсутствием совпадающих рангов объектов, устанавливаемых экспертами. Полное согласие экспертов определяется следующей структурой матрицы $\|r_{ij}\|$ при соответствующей перенумерации строк

$$\|r_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ n & n & \dots & n \end{vmatrix}.$$

Указанной матрице соответствует максимальная дисперсия, значение которой вычисляется по следующей формуле с учетом того, что $r_i = im$:

$$\begin{aligned} D_{\max} &= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (r_i^2 - 2r_i \bar{r} + \bar{r}^2) \right] = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n r_i^2 - nr \bar{r}^2 \right] = \\ &= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (im)^2 - n \left(\sum_{i=1}^n \frac{im}{n} \right)^2 \right] = \frac{1}{n-1} \left[\frac{m^2 n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{nm^2(n+1)^2}{4} \right] = \\ &= \frac{m^2 n(n+1)}{12}. \end{aligned}$$

Введем обозначение $S = \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2$, тогда $D = \frac{1}{n-1} S$. Подставляя

полученные результаты в формулу (13), запишем окончательное выражение для коэффициента конкордации

$$W = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} S. \quad (14)$$

Коэффициент конкордации изменяется от 0 до 1. В случае полного совпадения ранжировок $W = 1$, в случае полного расхождения мнений экспертов $W = 0$.

2 - й с л у ч а й – наличие связанных рангов в матрице ранжировок.

Если в ранжировках имеются связанные ранги, то максимальное значение дисперсии в знаменателе формулы (14) становится меньше, чем при отсутствии связанных рангов. В этом случае коэффициент конкордации вычисляется по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j}, \quad (15)$$

где

$$T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k), \quad (16)$$

T_j – показатель связанных рангов в j -й ранжировке; H_j – число групп равных рангов в j -й ранжировке; h_k – число равных рангов в k -й группе связанных рангов при ранжировке j -м экспертом.

Если совпадающих рангов нет, формула (15) совпадает с формулой (14).

Определение зависимостей между ранжировками

При обработке результатов ранжирования нередко возникает необходимость определения зависимости между результатами ранжирования, полученными от двух экспертов. Принято меру взаимосвязи оценивать *коэффициентом ранговой корреляции*. Обобщенный коэффициент ранговой корреляции вычисляется по формуле:

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(v)} p_{ij}^{(\mu)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(v)2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(\mu)2}}}, \quad (17)$$

при этом $p_{ij}^{(v)} = r_j^{(v)} - r_i^{(v)}$, $p_{ij}^{(\mu)} = r_j^{(\mu)} - r_i^{(\mu)}$ – разность оценок j и i объектов в ранжировках v , μ экспертов.

Отметим некоторые свойства коэффициента ранговой корреляции Г. Из неравенства Коши – Шварца

$$\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(v)} p_{ij}^{(\mu)} \right)^2 \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(v)2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(\mu)2}$$

следует, что $-1 \leq \Gamma \leq 1$. Если ранжировки $r^{(v)} = (r_1^{(v)}, r_2^{(v)}, \dots, r_n^{(v)})$, $r^{(\mu)} = (r_1^{(\mu)}, r_2^{(\mu)}, \dots, r_n^{(\mu)})$ совпадают (т. е. $r_i^{(v)} = r_i^{(\mu)}$), то $\Gamma = 1$, если проти-

воположны (т. е. $r_i^{(v)} = n - r_i^{(\mu)} + 1$), то $\Gamma = -1$. $\Gamma = 0$ соответствует случаю, когда ранжировки независимы.

Частным случаем обобщенного коэффициента ранговой корреляции, когда ранжировки представляют собой ранги объектов, является *ранговый коэффициент корреляции Спирмена*:

$$\rho = \frac{K_{v\mu}}{\sqrt{D_v D_\mu}}, \quad (18)$$

где $K_{v\mu}$ – взаимный корреляционный момент первой и второй ранжировок; D_v, D_μ – дисперсии этих ранжировок.

Формула Спирмена верна лишь при отсутствии в ранжировках связанных (повторяющихся) рангов объектов.

Пусть $r^{(v)} = (r_1^{(v)}, r_2^{(v)}, \dots, r_n^{(v)})$, $r^{(\mu)} = (r_1^{(\mu)}, r_2^{(\mu)}, \dots, r_n^{(\mu)})$ – ранжировки двух экспертов, тогда оценки взаимного корреляционного момента и дисперсии этих ранжировок вычисляются по формулам:

$$K_{v\mu} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - \overline{r^{(v)}})(r_j^{(\mu)} - \overline{r^{(\mu)}}), \quad (19)$$

$$D_v = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - \overline{r^{(v)}})^2, \quad (20)$$

$$D_\mu = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (r_j^{(\mu)} - \overline{r^{(\mu)}})^2. \quad (21)$$

1 - й с л у ч а й – отсутствие связанных рангов в двух ранжировках.

Оценки средних рангов и дисперсий для рассматриваемого случая одинаковы для обеих ранжировок и равны

$$\overline{r} = \overline{r^{(v)}} = \overline{r^{(\mu)}} = \frac{n(n+1)}{2n} = \frac{n+1}{2}; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} D_v = D_\mu &= \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^n r_j^{(v)2} - n\overline{r}^2 \right) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^n j^2 - n\overline{r}^2 \right) = \\ &= \frac{1}{n-1} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)^2}{4} \right) = \frac{n(n+1)}{12}; \end{aligned} \quad (23)$$

$$K_{v\mu} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - \overline{r})(r_j^{(\mu)} - \overline{r}) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^n r_j^{(v)} r_j^{(\mu)} - n\overline{r}^2 \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{n-1} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)^2}{4} - \frac{\sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - r_j^{(\mu)})^2}{2} \right) = \\
&= \frac{1}{n-1} \left(\frac{n(n+1)(n-1)}{12} - \frac{\sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - r_j^{(\mu)})^2}{2} \right) \quad (24)
\end{aligned}$$

с учетом того, что

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - r_j^{(\mu)})^2 &= \sum_{j=1}^n r_j^{(v)2} - 2 \sum_{j=1}^n r_j^{(v)} r_j^{(\mu)} + \sum_{j=1}^n r_j^{(\mu)2} = \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{3} - 2 \sum_{j=1}^n r_j^{(v)} r_j^{(\mu)}.
\end{aligned}$$

Используя формулы (23), (24), коэффициент ранговой корреляции приведем к следующему виду:

$$\rho = \frac{K_{v\mu}}{\sqrt{D_v D_\mu}} = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^n (r_j^{(v)} - r_j^{(\mu)})^2}{n^3 - n}. \quad (25)$$

2 - й с л у ч а й – наличие связанных рангов в двух ранжировках.

Если в ранжировках имеются связанные ранги, то коэффициент ранговой корреляции вычисляется по следующей формуле:

$$\rho = \frac{\rho - T_v - T_\mu}{\sqrt{(1 - 2T_v)(1 - 2T_\mu)}}, \quad (26)$$

где ρ – оценка коэффициента ранговой корреляции, вычисляемая по формуле (25), а величины T_v , T_μ равны

$$\begin{aligned}
T_v &= \frac{1}{2(n^3 - n)} \sum_{k=1}^{H_v} (h_k^3 - h_k), \\
T_\mu &= \frac{1}{2(n^3 - n)} \sum_{k=1}^{H_\mu} (h_k^3 - h_k), \quad (27)
\end{aligned}$$

где (T_ν, T_μ) – показатель связанных рангов в ν, μ -й ранжировках; (H_ν, H_μ) – число групп равных рангов в ν, μ -й ранжировках; h_k – число равных рангов в k -й группе связанных рангов при ранжировках экспертов.

3. ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Варианты заданий приведены в разд. 4 настоящего пособия. Каждый вариант представлен множеством оцениваемых объектов, множеством экспертов и матрицей оценок объектов экспертами.

В процессе подготовки к практической работе рекомендуется выполнить следующее:

- изучить лекционный материал дисциплины «Системный анализ» и рекомендованную литературу по теме «Методы экспертного оценивания и научно-технического прогнозирования сложных организационно-технических систем»;
- изучить учебно-методическое пособие в полном объеме;
- изучить методику определения компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов;
- изучить методику построения обобщенной ранжировки объектов;
- изучить методику расчета дисперсионного коэффициента конкордации (коэффициента согласия) экспертов для случаев отсутствия и наличия связанных рангов в матрице ранжировок;
- изучить методику расчета коэффициентов ранговой корреляции ранжировок для случаев отсутствия и наличия связанных рангов в матрице ранжировок.

Перечень вопросов для контроля

1. В чем сущность метода экспертных оценок?
2. Укажите, в каких случаях метод экспертных оценок необходим?
3. При решении каких проблем используется метод экспертных оценок?
4. Какова роль экспертных оценок при решении проблемы управления?
5. Укажите основные этапы организации экспертного оценивания. Раскройте содержание каждого этапа.
6. Что такое группа управления? Каковы ее задачи на разных этапах экспертизы?

7. Укажите основные требования, предъявляемые к эксперту?
8. Укажите основные методы проведения экспертного оценивания.
9. Дайте характеристику метода анкетирования.
10. Поясните характер и форму вопросов анкеты.
11. Дайте характеристику сущности метода Дельфы, перечислите его достоинства.
12. Дайте характеристику метода дискуссии, поясните его основное содержание и этапы проведения.
13. Поясните сущность метода «мозгового штурма», особенности его реализации.
14. Укажите основные задачи обработки результатов экспертного оценивания.
15. Для чего предназначен метод групповой оценки объектов? Поясните его сущность и особенности реализации на основе ранжирования.
16. Что такое коэффициент компетентности эксперта? Поясните алгоритм его вычисления и выполнения оценки.
17. Что такое согласованность мнений экспертов? Как количественно оценивается согласованность мнений экспертов?
18. В каких случаях необходимо выявление группировок экспертов? С какой целью оно выполняется при обработке результатов экспертного оценивания?
19. Поясните сущность метода построения обобщенной ранжировки.
20. Дайте определение метода взаимосвязи ранжировок. В каких случаях применяется этот метод обработки?

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Пример задания

Произвести обработку экспертных данных и определить:

- компетентность экспертов и обобщенную оценку объектов,
- обобщенную ранжировку объектов,
- согласованность мнений экспертов,
- зависимость между ранжировками экспертов

при следующих исходных данных:

1) $O = \{O_1, O_2, \dots, O_6\}$ – множество оцениваемых объектов;

2) $\mathcal{E} = \{\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_5\}$ – множество экспертов;

3) $A = \|a_{ij}\|_{6 \times 5}$ – матрица оценок объектов экспертами.

$$\text{Вариант № 1} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2.5 & 3.5 & 4.7 \\ 4 & 1.5 & 5 & 2.8 \\ 5 & 4.5 & 1.2 & 3.7 \\ 2 & 1.5 & 1.2 & 4.7 \\ 3 & 1.5 & 5 & 2.8 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 2} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 2.3 & 1.9 & 1.8 & 3.7 \\ 3.5 & 1.9 & 2.6 & 3.7 \\ 1 & 2.7 & 1.2 & 3.7 \\ 2.5 & 3.5 & 1.2 & 1.7 \\ 3.5 & 3.5 & 1.2 & 1.7 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 3} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2.8 & 5 \\ 3 & 1.5 & 5 & 4.7 \\ 3 & 3.7 & 3.2 & 1.7 \\ 1 & 2 & 3.2 & 4.7 \\ 1 & 2 & 2 & 2.8 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 4} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3.5 & 1 & 3 & 1 \\ 3.5 & 3 & 2 & 2.7 \\ 1 & 3.7 & 1.5 & 1.7 \\ 2.5 & 5 & 1.5 & 2.7 \\ 3 & 2 & 1.5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 5} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2.5 & 3 & 2 \\ 3 & 4.7 & 4 & 3 \\ 2 & 2.5 & 1.2 & 4 \\ 1 & 2.5 & 2.5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 6} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4.5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 4.5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 7} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3.5 & 1 \\ 4 & 1 & 4.5 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3.5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 8} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1.5 & 2 & 4 \\ 4 & 1.5 & 4 & 3 \\ 5 & 4.5 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 9} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 5 \\ 5 & 4 & 1.5 & 1 \\ 3 & 2 & 1.5 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 10} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.5 & 3 & 2 & 4.5 \\ 4 & 1.5 & 2 & 3.5 \\ 1.5 & 1.5 & 3 & 3.5 \\ 2 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 11} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3.5 & 4 \\ 4 & 1 & 2.5 & 2 \\ 5 & 4 & 1.5 & 3 \\ 2 & 3 & 1.5 & 4 \\ 3 & 3 & 2.5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 12} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 4.5 & 4 & 1 \\ 2 & 4.5 & 4 & 2 \\ 1 & 4.5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 13} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2.5 & 4 & 1 \\ 4 & 2.5 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3.2 & 3 \\ 2 & 1 & 3.2 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 14} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.5 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 5 & 2 \\ 1.5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 15} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.4 & 3 & 3 & 1.5 \\ 1.4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 16} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1.5 & 3 \\ 4 & 1.5 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 1.5 & 3 \\ 2 & 3.5 & 1.5 & 4 \\ 3 & 3.5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 17} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 & 1.5 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 18} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 5 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 19} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 20} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3.5 & 2 \\ 4 & 1.5 & 3.5 & 3 \\ 5 & 4.5 & 2 & 4 \\ 2 & 1.5 & 2 & 5 \\ 3 & 1.5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

Отчет о выполненной работе представляется каждым исполнителем. В нем должны содержаться следующие материалы:

- исходные данные по заданию;
- результаты расчета коэффициентов компетентности экспертов и коэффициентов обобщенной оценки объектов;
- результаты построения обобщенной ранжировки объектов;
- расчет дисперсионного коэффициента конкордации с учетом связанных рангов в матрице A ранжировок;
- расчет коэффициентов ранговой корреляции различных пар экспертов;
- выводы по результатам обработки экспертных данных.

6. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ

Вариант

Произвести обработку экспертных данных и определить:

- компетентность экспертов и обобщенную оценку объектов,
- обобщенную ранжировку объектов,
- согласованность мнений экспертов,
- зависимость между ранжировками экспертов

при следующих исходных данных:

- 1) $O = \{O_1, O_2, \dots, O_4\}$ – множество оцениваемых объектов;
- 2) $\Theta = \{\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_5\}$ – множество экспертов;

$$3) A = \|a_{ij}\|_{4 \times 5} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3.5 & 3 & 4 \\ 2.5 & 2 & 1.5 & 2 & 1 \\ 2.5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3.5 & 3.5 & 4 & 1 \end{vmatrix} \text{ – матрица оценок объектов}$$

экспертами.

Расчет коэффициентов компетентности экспертов и коэффициентов обобщенной оценки объектов

Для расчета коэффициентов компетентности экспертов и обобщенной оценки объектов воспользуемся формулами (5), (6)

$$\bar{v}x = \lambda_B \bar{x}, \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad C\bar{k} = \lambda_C \bar{k}, \sum_{j=1}^m k_j = 1,$$

где матрицы $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$, $\mathbf{C} = \mathbf{A}^T\mathbf{A}$, \bar{x} , \bar{k} – собственные векторы матриц \mathbf{B} и \mathbf{C} , соответствующие максимальным собственным числам этих матриц λ_B, λ_C .

Произведем расчет матриц \mathbf{B} и \mathbf{C} :

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T = \begin{vmatrix} 42.25 & 21.75 & 28.00 & 39.25 \\ 21.75 & 17.50 & 18.75 & 31.25 \\ 28.00 & 18.75 & 24.25 & 33.50 \\ 39.25 & 31.25 & 33.50 & 57.50 \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^T\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 29.50 & 26.00 & 28.75 & 26.50 & 15.50 \\ 26.00 & 24.25 & 28.25 & 26.00 & 17.50 \\ 28.75 & 28.25 & 35.75 & 30.50 & 25.00 \\ 26.50 & 26.00 & 30.50 & 30.00 & 20.00 \\ 15.50 & 17.50 & 25.00 & 20.00 & 22.00 \end{vmatrix}.$$

Для нахождения собственных векторов матриц \mathbf{B} и \mathbf{C} , соответствующих максимальным собственным векторам и удовлетворяющих свойствам нормировки, воспользуемся приближенным методом, который состоит в следующем:

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \Rightarrow \bar{y} = \begin{vmatrix} \sqrt[n]{b_{11}} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \sqrt[n]{b_{21}} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sqrt[n]{b_{n1}} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{vmatrix} \frac{y_1}{\sum_{i=1,n} y_i} \\ \frac{y_2}{\sum_{i=1,n} y_i} \\ \dots \\ \frac{y_3}{\sum_{i=1,n} y_i} \end{vmatrix}.$$

Произведя указанные вычисления, получим:

– коэффициенты обобщенной оценки объектов (матрица \mathbf{B})

$$\bar{y} = \begin{vmatrix} 31.70 \\ 21.73 \\ 25.56 \\ 39.21 \end{vmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{vmatrix} 0.268 \\ 0.184 \\ 0.216 \\ 0.332 \end{vmatrix},$$

следовательно, $O_2 > O_3 > O_1 > O_4$;

– коэффициенты компетентности экспертов (матрица С)

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} 24.63 \\ 24.08 \\ 29.45 \\ 26.31 \\ 19.72 \end{pmatrix} \Rightarrow \bar{k} = \begin{pmatrix} 0.198 \\ 0.194 \\ 0.237 \\ 0.212 \\ 0.159 \end{pmatrix}.$$

Расчет обобщенной ранжировки объектов

Построим матрицы ранжировок экспертов (y^1, y^2, y^3, y^4)

$y^1 =$		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄
	O ₁	1	1	1	1
	O ₂	0	1	1	1
	O ₃	0	1	1	1
	O ₄	0	0	0	1

$y^2 =$		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄
	O ₁	1	1	1	1
	O ₂	1	1	1	1
	O ₃	1	1	1	1
	O ₄	0	0	0	1

$y^3 =$		O ₁	O ₂	O ₃	O ₄
	O ₁	1	0	0	1
	O ₂	1	1	1	1
	O ₃	1	0	1	1
	O ₄	1	0	0	1

$y^4 =$		O_1	O_2	O_3	O_4
	O_1	1	0	0	1
	O_2	1	1	0	1
	O_3	1	1	1	1
	O_4	0	0	0	1

$y^5 =$		O_1	O_2	O_3	O_4
	O_1	1	0	0	0
	O_2	1	1	1	1
	O_3	1	0	1	0
	O_4	1	1	1	1

Тогда обобщенная ранжировка объектов без учета компетентности экспертов будет равна

$y =$		O_1	O_2	O_3	O_4
	O_1	1	0	0	1
	O_2	1	1	1	1
	O_3	1	1	1	1
	O_4	0	0	0	1

Следовательно, $O_2 = O_3 > O_1 > O_4$.

Расчет дисперсионного коэффициента конкордации экспертов

Матрица ранжировок A имеет связанные ранги, поэтому для определения коэффициента конкордации экспертов воспользуемся формулами (15), (16):

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j},$$

где

$$T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k); \quad S = \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2; \quad r_i = \sum_{j=1}^m r_{ij},$$

$i = 1, 2, \dots, n; \bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i, T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k)$ – показатель связанных ран-

гов в j -й ранжировке; H_j – число групп равных рангов в j -й ранжировке; h_k – число равных рангов в k -й группе связанных рангов при ранжировке j -м экспертом.

0 \ \vartheta	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	r_i	\bar{r}	$(r_i - \bar{r})^2$	S
O_1	1	2	3.5	3	4	13.5	12.25	1.5625	29.25
O_2	2.5	2	1.5	2	1	9		10.5625	
O_3	2.5	2	3	1	2	10.5		3.0625	
O_4	4	3.5	3.5	4	1	16		14.0625	
H_j	1	1	1	0	1	Используя полученные результаты, рассчитываем коэффициент согласованности экспертов:			
h_k	$h_1 = 2$	$h_1 = 3$	$h_1 = 2$	$h_1 = 0$	$h_1 = 3$				
T_j	6	24	6	0	24				
$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j} = \frac{12 \cdot 29.25}{25 \cdot 60 - 5 \cdot 60} = \frac{12 \cdot 29.25}{1200} = \frac{351}{1200} = 0.2925$									

Расчет коэффициентов ранговой корреляции пар экспертов

Поскольку ранжировки экспертов имеют связанные ранги, то коэффициент ранговой корреляции вычисляется по формуле (26):

$$\rho' = \frac{\rho - T_v - T_\mu}{\sqrt{(1 - 2T_v)(1 - 2T_\mu)}},$$

где

$$\rho = \frac{K_{\nu\mu}}{\sqrt{D_\nu D_\mu}} = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^n (r_j^{(\nu)} - r_j^{(\mu)})^2}{n^3 - n},$$

а величины T_ν, T_μ равны

$$T_\nu = \frac{1}{2(n^3 - n)} \sum_{k=1}^{H_\nu} (h_k^3 - h_k); \quad T_\mu = \frac{1}{2(n^3 - n)} \sum_{k=1}^{H_\mu} (h_k^3 - h_k).$$

1. Подготовим исходные данные для расчета ранговой корреляции пар экспертов. По оценкам объектов произведем их ранжировку.

Эксперты	Объекты				Показатели		
	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	H _ν	h _k	T _ν
Э ₁	1	2,5	2,5	4	1	2	0,05
Э ₂	2	2	2	4	1	3	0,2
Э ₃	3,5	1	2	3,5	1	2	0,05
Э ₄	3	2	1	4	0	0	0
Э ₅	4	1,5	2	1,5	1	2	0,05

2. Рассчитаем коэффициент ранговой корреляции пар экспертов.

Пары	Объекты				Коэффициент ранговой корреляции	
	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	ρ	ρ'
Э ₁ , Э ₂	1	2,5	2,5	4	0,85	0,816
	2	2	2	4		
(r _j ^(ν) - r _j ^(μ)) ²	1	0,25	0,25	0		
Э ₁ , Э ₃	1	2,5	2,5	4	0,1	0
	3,5	1	2	3,5		
(r _j ^(ν) - r _j ^(μ)) ²	6,25	2,25	0,25	0,25		
Э ₁ , Э ₄	1	2,5	2,5	4	0,35	0,316
	3	2	1	4		
(r _j ^(ν) - r _j ^(μ)) ²	4	0,25	2,25	0		

Окончание табл.

Пары	Объекты				Коэффициент ранговой корреляции	
	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	ρ	ρ'
Θ ₁ ,Θ ₅	1	2,5	2,5	4	-0,65	-0,833
	4	1,5	3	1,5		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	9	1	0,25	6,25		
Θ ₂ ,Θ ₃	2	2	2	4	0,85	0,816
	3,5	1	2	3,5		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	0,25	1	0	0,25		
Θ ₂ ,Θ ₄	2	2	2	4	0,8	0,775
	3	2	1	4		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	1	0	1	0		
Θ ₂ ,Θ ₅	2	2	2	4	-0,15	-0,544
	4	1,5	3	1,5		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	4	0,25	1	6,25		
Θ ₃ ,Θ ₄	3,5	1	2	3,5	0,45	0,422
	3	2	1	4		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	0,25	1	4	0,25		
Θ ₃ ,Θ ₅	3,5	1	2	3,5	0,45	0,389
	4	1,5	3	1,5		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	0,25	0,25	1	4		
Θ ₄ ,Θ ₅	3	2	1	4	-0,15	-0,211
	4	1,5	3	1,5		
$(r_j^{(v)} - r_j^{(u)})^2$	1	0,25	4	6,25		

Библиографический список

1. *Соколов Б. В. и др.* Военная системотехника и системный анализ. Модели и методы принятия решений в сложных организационно-технических комплексах в условиях неопределенности и многокритериальности: Учебник/ ВИККУ им. А. Ф. Можайского. СПб., 1999. 496 с.
2. *Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г.* Математико-статистические методы экспертных оценок. М.: Статистика, 1980. 263 с.
3. *Блюмберг В. А., Глущенко В. Ф.* Какое решение лучше? Метод постановки приоритетов. Л.: Лениздат, 1982. 160 с.
4. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 464 с.
5. Экспертные оценки в научно-техническом прогнозировании/ *Г. М. Добров, Ю. В. Ершов, Е. И. Левин, Л. П. Смирнов.* Киев.: Наук. думка, 1974. с.
6. *Дубов Ю. А., Травкин С. Н., Якимец В. Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 295 с.
7. *Евланов Л. Г., Кутузов В. А.* Экспертные оценки в управлении. М.: Экономика, 1978. 134 с.
8. *Литвак Б. Г.* Экспертная информация. Методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 1982. 184 с.
9. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.
10. *Попов Э. В.* Экспертные системы. М.: Наука, 1987.
11. *Евланов Л. Г.* Теория и практика принятия решений. М.: Экономика, 1984. 176 с.
12. *Резников Б. А.* Системный анализ и методы системотехники: Учебник. М., 1990. Ч. I. 522 с.
13. Экспертные оценки в социологических исследованиях/ *Крымский С. Б., Жилин Б. Б. и др.* Киев: Наук. думка, 1990. 318 с.

Оглавление

Предисловие	3
1. Цель работы	4
2. Общие методические указания	4
Сущность метода экспертных оценок	4
Подбор экспертов	5
Опрос экспертов	6
Обработка экспертных оценок	10
3. Подготовка к выполнению практической работы	19
Перечень вопросов для контроля	19
4. Варианты заданий	20
5. Содержание отчета о практической работе	25
6. Пример решения варианта задания	25
Библиографический список	32

Учебное издание

Павлов Александр Николаевич
Соколов Борис Владимирович

**МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ
ЭКСПЕРТНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Учебно-методическое пособие

Редактор *Г. Д. Бакастова*
Компьютерная верстка *А. Н. Колешко*

Сдано в набор 30.03.05. Подписано к печати 29.08.05. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,86. Усл. кр.-отт. 1,98. Уч. -изд. л. 1,75. Тираж 150
экз. Заказ №

Редакционно-издательский отдел
Отдел электронных публикаций и библиографии библиотеки
Отдел оперативной полиграфии
ГУАП

190000, Санкт-Петербург, ул. Б. Морская, 67