

Методичні вказівки до виконання курсового проекту з дисципліни “Введення в дослідження операцій в транспортних системах” для студентів спеціальностей 7. 100. 401 “Організація і регулювання дорожнього руху”, 7. 100. 402 “Транспортні системи” денної та заочної форми навчання / Укл. С.Д.Радкевич, О.М.Куницька. – К.: НТУ, 2007. – 25 с.

Укладачі: доц. Радкевич С.Д., доц. Куницька О.М.

Відповідальний за випуск С.Д.Радкевич

ЗМІСТ

	стор.
Вступ.....	5
1. Завдання до I частини курсового проекту.....	6
1.1. Скорочений опис об'єкту, вхідні дані.....	6
1.2. Методичні вказівки до розрахунків характеристик АЗС.....	7
2. Завдання до II частини курсового проекту.....	11
2.1. Задача сітьового планування комплексу робіт, вхідні дані.....	13
2.2. Методичні вказівки до сітьового планування комплексу робіт з раціональним використанням трудових ресурсів.....	18
Додатки.....	19
Використана література.....	25

ВСТУП

Методичні вказівки до виконання курсового проекту в дисципліні "Введення в дослідження операцій" складені з метою поглиблення знань і закріплення практичних навиків розрахунків параметрів транспортних систем із застосуванням математичного апарату дослідження операцій.

Теорія масового обслуговування (СМО) є одним з розділів теорії ймовірностей, але в зв'язку з дуже поширеним практичним застосуванням сформувалась в 70-х роках ХІХ століття як самостійна галузь прикладної науки зі своїми, саме їй притаманними методами та прийомами вирішення певного класу практичних задач.

Предметом СМО є побудова математичних моделей процесів, пов'язаних з масовим обслуговуванням та оцінка ефективності функціонування СМО. Показниками ефективності СМО є середня кількість вимог, що очікують в черзі обслуговування; імовірність того, що кількість вимог в черзі перевищуватиме певне значення, та інші.

СМО займається аналізом таких процесів та систем, в яких з різних причин виникають черги на обслуговування. Такими причинами можуть бути:

- кількість вимог на обслуговування в одиницю часу, що змінюється випадково;
- термін обслуговування, що також є випадковою величиною.

Системи, в яких формуються потоки вимог на обслуговування (вхідні потоки), здійснюється їх послідовне обслуговування і в результаті чого формуються потоки обслугованих вимог (потоки обслуговувань або вихідні потоки), називаються системами масового обслуговування (СМО).

На прикладі одного з об'єктів, який найчастіше використовується водіями транспортних засобів - автозаправної станції (АЗС)- в проекті вирішуються задачі аналізу транспортних систем масового обслуговування та економічного обґрунтування того або іншого варіанту поліпшення роботи АЗС. При проведенні реконструкції відповідної АЗС пропонується застосування апарату аналізу сітьових графіків виконання робіт і раціонального використання робочої сили, що також складає одну з важливих складових апарату дослідження операцій.

Курсовий проект складається з двох теоретично - розрахункових та графічної частин.

I. Завдання до I частини курсового проекту.

1.1. Скорочений опис об'єкта, вхідні дані.

Тема курсового проекту: "Аналіз роботи та реконструкція автозаправної станції".

Є автозаправна станція з n заправними колонками та майданчиком для очікування у черзі m автомобілів. На проїзній частині вулиці перед в'їздом на АЗС зупинка автомобілів заборонена, тому $(m+1)$ -й автомобіль покидає АЗС не заправленим.

В результаті обстеження режиму роботи АЗС встановлено наступне:

- середня інтенсивність прибуття автомобілів на АЗС – λ (авт/хв.);
- середній час заправки одного автомобіля складає $t_{\text{обс}}$ (хв.);
- час роботи АЗС – з 8⁰⁰ год. до 20⁰⁰ год. без вихідних днів;
- середній прибуток від обслуговування одного автомобіля дорівнює 3 n гривень, де n – кількість заправних колонок.

Вхідні дані.

Вибір варіанту вхідних даних проводиться за наступною схемою:

1. Кількість заправних колонок (n) вибирається з табл. 1.1 у відповідності з останньою цифрою залікової книжки.

2. Кількість місць для очікування заправки на АЗС (m) вибирається з табл. 1.2 теж згідно з останньою цифрою залікової книжки.

3. Інтенсивність автомобілів, що прибувають на АЗС, визначається по таблиці 1.3 у відповідності з передостанньою цифрою залікової книжки.

4. Середній інтервал обслуговування автомобілів вибирається з таблиці 1.4 у відповідності з передостанньою цифрою залікової книжки.

Вхідні і вихідні потоки є найпростішими пуассонівськими.

Завдання.

1. Згідно з вибраним варіантом вхідних даних виконати аналіз роботи АЗС як системи масового обслуговування (СМО). Для цього потрібно:

- визначити тип СМО, яка відповідає АЗС, що розглядається;
- розрахувати характеристики вибраної СМО за допомогою відповідного

Додатку;

- розрахувати річний прибуток АЗС від обслуговування автомобілів за вказаним вище розпорядком роботи.

Таблиця 1.1

Кількість заправних колонок на АЗС

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	4	1	3	1	2	3	4	2	2	3

Таблиця 1.2

Кількість місць очікування на майданчику АЗС

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	4	3	5	4	4	6	4	3	5	6

Таблиця 1.3

Інтенсивність прибуття автомобілів на АЗС

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ_{\min} (од/хв)	1,0	1,6	1,4	1,2	1,8	2,0	1,3	1,7	1,9	1,5

Таблиця 1.4

Середній час заправки 1-го автомобіля

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_{\text{обс}}$ (хв.)	1,5	1,4	1,6	1,3	1,1	1,2	1,8	1,7	2,0	1,9

2. Проаналізувати варіант реконструкції АЗС з улаштуванням додаткової заправної колонки, з урахуванням загальної вартості капітальних вкладень на проведення цього заходу, що дорівнює 100 000 гривень, включаючи необхідне збільшення загальної площі АЗС без зміни майданчика для очікування автомобілів ($m = \text{const}$). Визначити строк окупності цього варіанту реконструкції АЗС, при незмінності графіка роботи АЗС.

3. Проаналізувати варіант реконструкції АЗС з розширенням території майданчика для очікування до 2-х додаткових автомобілів (тобто до $(m+2)$ - автомобілів) без зміни кількості заправних колонок ($n = \text{const}$). При цьому прийняти, що загальні капітальні вкладення на влаштування майданчика для очікування 2-х додаткових автомобілів складатимуть 35000 гривень. Визначити строк окупності цього варіанту реконструкції АЗС при незмінності графіка роботи АЗС.

1.2. Методичні вказівки до розрахунків характеристик АЗС.

Робота будь-якої СМО - це обслуговування вхідного потоку заявок (вимог на обслуговування), що надходить в СМО у випадкові моменти часу з інтенсивністю λ . Обслуговування заявок - це виконання певного обсягу робіт, передбаченого заявкою, тому час обслуговування i -ої заявки (t_{oi}) є також випадковою величиною. Для того, щоб охарактеризувати роботи СМО, звичайно, визначають середній час обслуговування $t_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{oi}$ або інтенсивність потоку обслуговування $\mu = 1/t_0$ (фізично, це середнє число обслужених заявок, що поки-

дають СМО за одиницю часу).

Важливими характеристиками вхідного і вихідного потоків СМО є закон розподілення тривалості інтервалів часу надходження (вибуття) заявок. В загальному випадку цей закон приймається експоненціальним, як окремий випадок розподілення Пуассона для однієї події:

$$P_{\text{вх}}(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad P_{\text{вих}}(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

де λ , μ - параметри розподілень, що фізично означають інтенсивності відповідного потоку; t - інтервал часу, для якого визначається відповідна імовірність ($P_{\text{вх}}$ або $P_{\text{вих}}$). Відмітимо, що у випадку розподілення вхідного або вихідного потоку, відмінного від експоненціального, результати, отримані при їх розгляді як найпростіших пуассонівських, дозволяють, проаналізувати систему за найбільш несприятливих умов, що гарантує результати при не пуассонівських потоках не гірші за отримані, при їх розгляді як пуассонівські. Тому представлення вхідних і вихідних потоків найпростішими пуассонівськими має широке застосування.

Обслуговування заявок в СМО проходить з допомогою каналів обслуговування. Тому СМО класифікуються, за числом каналів, як одноканальні та багатоканальні. В залежності від умов роботи СМО вони можуть бути з очікуванням, коли заявка "терпляче" чекає у черзі обслуговування і не залишає СМО не обслугованою, а також з обмеженою чергою (з відмовами), коли заявка залишає СМО не обслугованою за наявності черги очікування. Інколи СМО класифікуються також як СМО з обмеженням часу чекання.

До інших важливих характеристик СМО відносяться абсолютна пропускна спроможність A (середня кількість заявок, яку може обслужити СМО за одиницю часу) і відносна пропускна спроможність $q = A/\lambda$. Як видно, СМО з очікуванням може характеризуватися також середньою довжиною черг і середнім часом очікування в черзі. На кінець, будь-яка СМО характеризується часом знаходження заявки ($t_{\text{сист}}$) від моменту надходження заявки до моменту залишення СМО.

Основні розрахункові формули для найбільш характерних СМО наведені в Додатках. Графи станів можна прочитати наступним чином.

Для Додатку 1:

S_0 - стан, коли СМО вільна і чекає заявку на обслуговування; S_1 - стан, коли заявка обслуговується і СМО зайнята.

Для Додатку 2:

S_0 - стан, коли СМО вільна; S_i - в СМО обслуговуванням зайнято i - каналів; S_n - всі n -каналів зайняті і новим заявкам, що знову надійшли, відмовлено.

Для Додатку 3:

S_0 - стан, коли СМО вільна; S_1 - СМО зайнята; S_i - ($i - 1$) заявка в черзі; S_{m+1} - (m) заявок в черзі.

Для Додатку 4:

S_0 - СМО вільна; S_1 - СМО зайнята; S_k - на черзі ($k - 1$) заявка.

Для Додатку 5:

S_0 - СМО вільна; S_i ($i \leq n$) - в СМО зайнято i -каналів; S_n - СМО зайнята повністю; S_{n+k} ($k \leq m$) - на черзі k заявок; S_{n+m} - всі місця в черзі зайняті.

Для Додатку 6:

Те ж, що і для Додатку 5: S_{n+r} - r заявок на черзі.

Розрахункові формули, наведені в цих таблицях (Додатках), дозволяють визначати певні характеристики для будь-якої СМО. Головне завдання студента при виконанні курсового проекту правильно класифікувати реальну систему як СМО з відповідними розрахунками характеристик.

Продемонструємо на прикладі методичку розрахунків економічних показників і порівняльного аналізу різних варіантів СМО.

Є автозаправна станція з однією колонкою і майданчиком для стоянки 3-х машин. На проїзній частині вулиці перед в'їздом на АЗС стоянка автомобілів заборонена.

Вхідні дані: середня інтенсивність прибуття автомобілів $\lambda = 1$ авт./хв.; середній час обслуговування 1 автомобіля $t_{\text{обс}} = 1,25$ хв. Вхідний потік та потік обслуговування - найпростіші. Час роботи АЗС: з 8⁰⁰ год. до 20⁰⁰ год. Прибуток від обслуговування 1 автомобіля складає 10 гривень. Пропонується оцінити два варіанти реконструкції АЗС:

а) розширення майданчика для автомобілів, що очікують своєї черги, до 5 машин. При цьому разові витрати на реконструкцію складають 35000 гривень;

б) улаштування другої заправної колонки без змінення числа автомобілів, що очікують заправки ($m = 3$). При цьому разові витрати на реконструкцію складають 70 000 гривень.

Порівняти ефективність варіантів реконструкції за терміном окупності витрат.

1) Для вхідного варіанту АЗС (без реконструкції) маємо модель одноканальної СМО з обмеженням черги ($n = 1$; $m = 3$). У відповідності з Додатком 1 виконуємо розрахунки усіх характеристик, потім визначаємо ймовірність обслуговування заявок $P_{\text{обс}} = 0,703$. Це означає, що 70,3 % всіх машин, що прибувають на заправку, будуть обслужені.

За середньою інтенсивністю прибуття $\lambda = 1$ авт./хв. за один день роботи маємо середній обсяг прибуваючих за день автомобілів:

$$V_d = 1 \cdot 60 \cdot 12 = 720 \text{ (авт./день)}.$$

За рік це складе:

$$V_p = V_d \cdot 365 = 262800 \text{ (авт./рік)}.$$

Обсяг обслугованих за рік автомобілів:

$$V_{\text{обс}} = V_p \cdot P_{\text{обс}} = 262800 \cdot 0,703 = 184748 \text{ (авт./рік)}.$$

Прибуток від обслуговування складає:

$$\Sigma_{\text{обс}} = 184748 \cdot 10 = 1\,847\,480 \text{ (грн.)}$$

2) Для варіанту розширення майданчика для автомобілів, що очікують, до 5 машин маємо модель СМО з $n = 1$ і $m = 5$. Для цього випадку маємо $P_{\text{обс}} = 0,7482$ (тобто обслуговуватимуться вже 74,82%). Збільшення обсягу автомобілів, що обслуговуються, складає $74,82 - 70,3 = 4,12$ %. В абсолютному річному обсязі це складає:

$$V_{\text{обс}} = 262800 \cdot 0,0412 = 10827,36 \text{ (авт./рік)},$$

що дає збільшення річного прибутку на суму:

$$\Delta \Sigma_{\text{рік}} = 10827,36 \cdot 10 = 108\,273,6 \text{ (грн.)}$$

Капітальні витрати на цей варіант реконструкції (35000 грн.) окупляться протягом:

$$t_{\text{ок}} = (35000/108273) \cdot 12 = 3,88 \text{ (місяців)}.$$

3) Для варіанту улаштування другої заправної колонки без змінення майданчика очікування маємо модель СМО багатоканальну з обмеженням черги чекання з $n = 2$ і $m = 3$. Для цього варіанту маємо:

$$P_{\text{відм}} = 0,0245 \text{ та } P_{\text{обс}} = 0,9755$$

Варіація річного обсягу автомобілів, що обслуговано:

$$\Delta V_{\text{обс}} = 262800 (0,9755 - 0,703) = 71613 \text{ (авт./рік)}.$$

Прибуток від даного варіанту реконструкції складе:

$$\Delta \Sigma_{\text{рік}} = 71613 \cdot 10 = 716\,130 \text{ (грн.)}$$

Капітальні витрати на даний варіант реконструкції (70 000 грн.) окупляться протягом:

$$t_{\text{ок}} = (70000 / 716130) \cdot 12 = 1,2 \text{ місяців}.$$

Таким чином, другий варіант реконструкції, незважаючи на більш значні початкові витрати ($70000/35000 = 2$ рази), є більш ефективним і окуповується майже в $3,88 / 1,2 = 3,2$ рази швидше.

II. Завдання до II частини курсового проекту.

2.1. Задача сітьового планування і управління комплексом робіт

Методи сітьового планування та управління (СПУ) розроблені ще в 50-х роках. Сьогодні вони широко та успішно застосовуються для оптимізації планування та управління складними розгалуженими комплексами робіт, які вимагають участі великої кількості виконавців та витрат ресурсів.

Основним матеріалом для сітьового планування є список (перелік) комплексу робіт із терміном виконання кожної роботи та їх взаємної обумовленості. Назвемо цей перелік структурною таблицею. В цій таблиці для кожної роботи (a_i) повинно бути вказано, виконання яких робіт вона потребує, щоб бути початою (надалі будемо говорити: на які роботи вона спирається).

Наприклад, комплекс робіт по реконструкції АЗС включає певні види робіт (проекування, земляні роботи, монтажні і т.д.).

Постановка задачі: для досягнення поставленого завдання, що визначається за варіантом, розробити комплекс необхідних робіт a_i (не менше 12) з визначенням терміну їх виконання від t_1 до t_i відповідно. Взаємозалежність робіт із зазначенням терміну їх виконання зводиться до структурної таблиці, форма якої наведена (табл. 2.1).

Таблиця 2.1
Структурна таблиця виконання комплексу робіт

Робота (a_i)	Вид роботи	Спирається на:	Термін виконання (t_i)
a_1
...
a_i

Завдання.

1. Розробити індивідуальний комплекс необхідних робіт та сформуванати структурну таблицю їх взаємозалежності.
2. Скласти часовий графік виконання робіт.

3. Визначити критичний шлях, загальний шлях виконання комплексу робіт та резерви часу для некритичних робіт.

4. Використовуючи табличний метод перевірити правильність розрахунків за часовим графіком.

5. Приймаючи, що одна робота на певному часовому відрізку виконується однією бригадою, проаналізувати показники використання бригад.

6. Запропонувати варіант поліпшення сітьового графіку, який дозволить покращити використання робочої сили. Підтвердити розрахунками тих же показників, що й в п.5.

Вхідні дані.

Згідно варіанту, обирається завдання (таблиця 2.2), для якого розробляється комплекс робіт. Номер варіанту відповідає останній цифрі залікової книжки.

Таблиця 2.2

Остання цифра залікової книжки	Завдання
1	Розробити комплекс робіт для побудови автозаправного комплексу
2	Розробити комплекс робіт для відкриття кафе на території автозаправного комплексу
3	Розробити комплекс робіт для відкриття магазину на території автозаправного комплексу
4	Розробити комплекс робіт для побудови дитячого майданчика в парку відпочинку
5	Розробити комплекс робіт для випуску нової марки автомобіля
6	Розробити комплекс робіт для проведення озеленіння паркової зони
7	Розробити комплекс робіт для відкриття підприємства, що надаватиме експедиторські послуги
8	Розробити комплекс робіт для відкриття автотранспортного підприємства.
9	Розробити комплекс робіт для відкриття відділу логістики на підприємстві
10	Розробити комплекс робіт для проведення планового ремонту автомагістралі

Розроблений комплекс робіт упорядковується в їх логічній послідовності з визначення окремих взаємопов'язаних робіт та строку виконання кожної окремої роботи. Визначені дані формуються у структурну таблицю.

Продемонструємо на конкретному прикладі застосування методики визначення раціонального використання трудових ресурсів для виконання визначеного комплексу робіт.

Приклад. Розробити комплекс робіт для відкриття підприємства, що виконуватиме доставку палива на автозаправні станції. В цьому випадку, комплекс включатиме наступний перелік робіт: реєстрація нового суб'єкта підприємницької діяльності; оформлення кредиту на нову справу; пошук приміщення для підприємства; наймання працівників; закупівля необхідного обладнання; взяття в оренду чи купівля автомобілів-паливозаправників; укладання договорів з оптовими продавцями палива; укладання договорів на поставку з автозаправними станціями; узгодження графіків купівлі та доставки палива; розробка оптимальних маршрутів доставки палива, та інші.

Упорядкуємо визначений комплекс робіт до структурної таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

Упорядкована структурна таблиця виконання комплексу робіт

Робота (a _i)	Вид роботи	Спирається на:	Термін виконання (t _i), діб
a ₁	Оформлення кредиту на нову справу	-	10
a ₂	Реєстрація нового суб'єкта підприємницької діяльності	-	15
a ₃	Знаходження приміщення для підприємства	a ₁	5
a ₄	Наймання працівників	-	5
a ₅	Закупівля необхідного обладнання	a ₁ , a ₃	10
a ₆	Укладання договорів з оптовими продавцями палива	a ₂ , a ₄	15
a ₇	Укладання договорів на поставку з автозаправними станціями	a ₂ , a ₄ , a ₆	20
a ₈	Взяття в оренду чи купівля автомобілів-паливозаправників	a ₆ , a ₇	5
a ₉	Узгодження графіків купівлі та доставки палива	a ₆ , a ₇ , a ₈	5
a ₁₀	Розробка оптимальних маршрутів доставки палива	a ₈ , a ₉	10

У відповідності з таблицею 2.3, наприклад, робота a₅ не може бути розпочата раніше, ніж виконаються роботи a₁, a₃, і так далі.

2.2. Методичні вказівки до сітьового планування комплексу робіт з раціональним використанням трудових ресурсів

Для побудови часового графіку проведемо упорядкування структурної таблиці:

- визначаються ранги робіт: роботи 1-го рангу – це роботи, які ні на що не спираються; роботи 2-го рангу – це роботи, які спираються на роботи 1-го рангу, і т.д. Отже, робота k -го рангу спирається на одну або декілька робіт $(k - 1)$ -го рангу (таблиця 2.4).

- згідно рангів, роботам присвоюється нова нумерація. Починають нумерувати роботи з меншого рангу, поступово переходять до більших значень (таблиця 2.4).

- проводять впорядкування згідно нової нумерації. Наприклад, робота a_6 згідно нової нумерації стала b_5 . При визначенні робіт, на які вона спирається знову користуємося новою нумерацією. Робота a_6 спирається на a_1, a_3 . Згідно впорядкуванню $a_1 \rightarrow b_2, a_3 \rightarrow b_4$, отже, b_5 спирається на b_2, b_4 (таблиця 2.5). Відповідно проставляється термін виконання робіт.

- за впорядкованою таблицею будується лінійний часовий графік виконання робіт. Від початку осі в масштабі відкладаються роботи 1-го рангу (b_1, b_2, b_3).

Робота b_4 спирається на b_1 і почнеться лише після виконання роботи b_1 ; b_5 спирається на b_2 та b_3 і почнеться лише після виконання найдовшої з b_2, b_3 (рис. 2.1.), і так далі.

Таблиця 2.4

Робота (a_i)	Спирається на:	Ранг роботи	Нова нумерація	Термін виконання (t_i), діб
a_1	-	1	b_1	10
a_2	-	1	b_2	15
a_3	a_1	2	b_4	5
a_4	-	1	b_3	5
a_5	a_1, a_3	3	b_6	10
a_6	a_2, a_4	2	b_5	15
a_7	a_2, a_4, a_6	3	b_7	20
a_8	a_6, a_7	4	b_8	5
a_9	a_6, a_7, a_8	5	b_9	5
a_{10}	a_8, a_9	6	b_{10}	10

Таблиця 2.5

Робота (a_i)	Спирається на:	Термін виконання (t_i), діб
b_1	-	10
b_2	-	15
b_3	-	5
b_4	b_1	5
b_5	b_2, b_3	15
b_6	b_1, b_4	10

b_7	$b_2 b_3 b_5$	20
b_8	$b_5 b_7$	5
b_9	$b_5 b_7 b_8$	5
b_{10}	$b_8 b_9$	10

Як видно з графіку, загальний час виконання всього комплексу робіт (T_0) визначається лише тривалістю робіт $b_2, b_5, b_7, b_8, b_9, b_{10}$ і рівний $T_0 = 15+15+20+5+5+10 = 70$ діб.

Роботи, що визначають загальний час виконання всього комплексу робіт називаються критичними, а шлях, який вони утворюють – критичним шляхом.

На рис. 2.1 критичним шляхом є: $b_2 \rightarrow b_5 \rightarrow b_7 \rightarrow b_8 \rightarrow b_9 \rightarrow b_{10}$. Роботи що лежать на критичному шляху не мають резервів часу.

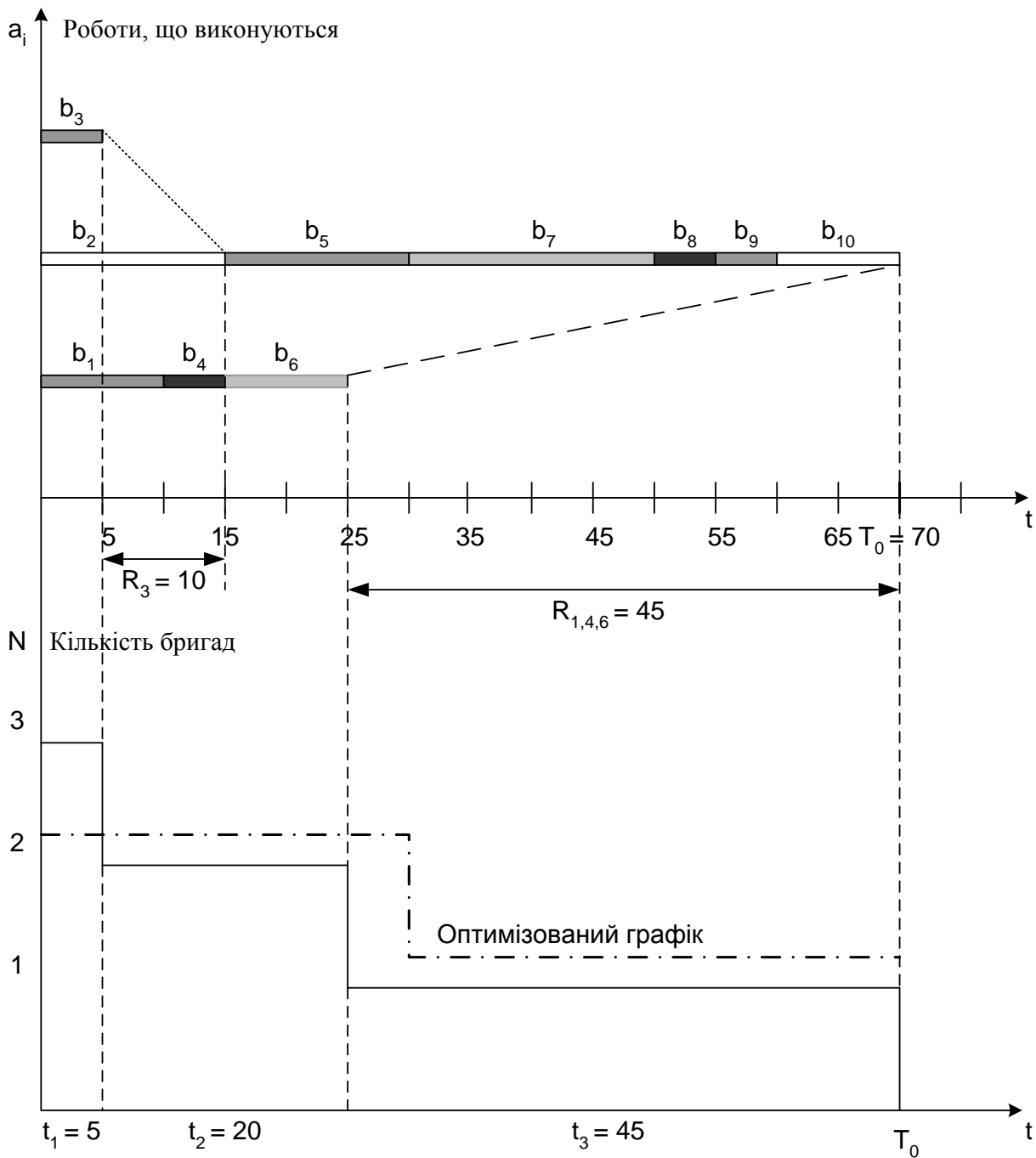


Рис. 2.1. Часовий графік виконання робіт.

Як видно з рис. 2.1, є певні резерви часу для виконання некритичних робіт (b_1 ; b_3 ; b_4 ; b_6). Так наприклад, робота b_3 може бути почата пізніше, із запізненням, що не перевищує величину резерву часу $R_3 = 10$ діб. Роботи $b_1, 4, 6$ можуть бути зсунутими в часі і початі з запізненням, що не перевищує резерв часу $R_{1,4,6} = 45$ діб, без збільшення T_0 .

Цією обставиною можна скористатися, щоб варіювати робочою силою або іншими ресурсами, збільшуючи тривалість некритичних робіт і скорочуючи тривалість критичних за рахунок притягнення засобів з некритичних робіт (або ж вкладаючи в них додаткові засоби, або людські ресурси).

Найпростіше змінити початок виконання некритичних робіт з метою ви-

рівнювання кількості робіт, що виконуються одночасно. Наприклад, змістивши початок виконання робіт b_3 та $b_{1,4,6}$ на $t = 5$ діб, можемо оминати одночасне виконання трьох робіт на початковій стадії. Третя бригада взагалі не буде задіяна на даному комплексі робіт.

Можливе отримання тих же результатів табличним методом (див. табл. 2.6)

Таблиця 2.6

t_i^p	i	0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	t_i^p (зв)
0	0		10	15	5								70
10	b_1					5		10					15
15	b_2						15		20				55
5	b_3						15		20				55
15	b_4							10					10
30	b_5								20	5	5		40
25	b_6												0
50	b_7									5	5		20
55	b_8										5	10	15
60	b_9											10	10
70	b_{10}												0
t_i^n		0	55	15	15	60	30	70	50	55	60	70	
R_i			45	0	10	45	0	45	0	0	0	0	

Принципи заповнення таблиці.

У верхньому рядку вказуються роботи, що виконуються, (від b_1 до b_{10}). Колонка 0 і рядок 0 позначають початок комплексу робіт. В колонці (i) вказуються роботи (b_i), на які опирається робота (b_j), що виконується. В точках перетину b_i і b_j вказується тривалість роботи (b_j), що виконується. Ліва крайня колонка t_i^p - *ранній термін* виконання робіт від початку всього комплексу. Отримують ці значення шляхом додавання значення t_i^p для роботи, на яку спирається, з тривалістю виконуючої роботи з подальшим вибором максимальної суми. Наприклад, для b_5 : $t_5^p = \max\{15+15; 5+15\} = 30$ діб; для b_7 : $t_7^p = \max\{15+20; 5+20; 30+20\} = 50$ діб; для b_9 : $t_9^p = \max\{30+5; 50+5; 55+5\} = 60$ діб і т.п. Після заповнення всіх рядків колонки t_i^p максимальне з отриманих значень – $T_0 = 70$ діб.

Рухаючись в зворотному напрямку від b_{10} до b_1 можна визначити t_i^p (зв) – *пізній зворотний термін* виконання робіт (права крайня колонка), що відлічується від кінця комплексу. Для цього приймаємо за "0" закінчення останньої роботи b_{10} . (Для рядків робіт, на які не спираються ніякі роботи, – t_i^p (зв) = 0, (наприклад, t_6^p (зв) = 0). Щоб закінчення роботи b_{10} не змінилося, необхідно, аби робота b_8 та b_9 , на які опирається b_{10} , закінчилися не пізніше, ніж за t_{10}^p (зв) = 10

діб. Робота b_6 не пов'язана з b_{10} і найпізніший термін її виконання може співпасти з b_{10} . Для роботи b_7 , на яку спираються роботи на b_8 та b_9 , маємо найпізніший термін виконання, що визначається так: $t_7^p_{(ЗВ)} = \max(5+15; 5+10) = 20$ діб; для роботи b_5 , на яку спираються роботи на b_7 , b_8 та b_9 , маємо $t_5^p_{(ЗВ)} = \max(20+20; 5+15; 5+10) = 40$ діб і т.п.. Для нульового рядка таблиці в колонці $t_i^p_{(ЗВ)}$ проставляємо значення T_0 , щоб не змінився загальний термін виконання комплексу критичних робіт T_0 .

Для визначення *пізніх строків* виконання робіт, що відлічуються від початку комплексу t_i^n , віднімаємо послідовно від T_0 значення $t_i^p_{(ЗВ)}$ і заповнюємо передостанній рядок таблиці.

Помічаємо, що для деяких робіт ранні строки t_i^p і t_i^n не співпадають, їх різниця і визначає *резерв часу* R_i для кожної роботи (див. останній рядок таблиці).

Роботи b_k , що мають $R_k > 0$, є критичними, для некритичних робіт b_j ($R_j = 0$) отримано значення резервів часу, що співпадають з отриманими графічним шляхом. Відмітимо, що графічний метод є більш наочним і дозволяє глибше зрозуміти резерви графіку робіт і приймати заходи по скороченню строків виконання робіт.

Продемонструємо на основі лінійного графіку виконання робіт, як можна поліпшити використання робочої сили. Припустимо для простоти, що для виконання однієї роботи потрібна одна бригада; якщо паралельно виконуються ще декілька робіт у визначений термін, то така ж кількість бригад і буде задіяна. Тоді графік використання бригад можна представити як на рис. 2.1. За допомогою цього графіку визначаємо:

1) Середня кількість зайнятих бригад

$$N_z = \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^3 t_i \cdot N_i = \frac{1}{70} [3 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 45 \cdot 1] = 1,428 \text{ бриг.}$$

2) Дисперсія зайнятості бригад

$$D_z = \frac{1}{T_0} \left[\sum_{i=1}^3 ((N_i - N_z)^2 \cdot t_i) \right] = \frac{1}{70} [3 - 1,428^2 \cdot 5 + (2 - 1,428)^2 \cdot 20 + (1 - 1,428)^2 \cdot 45] = 0,388 \text{ бриг.}^2$$

3) Середня кількість незайнятих бригад

$$N_{nz} = \frac{1}{T_0} \left[\sum_{i=1}^3 ((N_{i \max} - N_i) \cdot t_i) \right] = \frac{1}{70} [(3 - 3) \cdot 5 + (3 - 2) \cdot 20 + (3 - 1) \cdot 45] = 1,572 \text{ бриг}$$

або

$$N_{нз} = N_{i\max} - N_3 = 3 - 1,428 = 1,572 \text{ бриг.}$$

Спробуємо розподілити бригади більш рівномірно. Для цього змістимо на 5 діб початок виконання роботи b_3 на 5 діб. Крім того, почнемо на 5 днів пізніше виконання робіт $b_{1, 4, 6}$. Новий графік навантаження бригад покажемо на рис. 2.1 пунктиром.

Для отримання графіку розподілу робіт маємо:

$$N_3 = \frac{1}{70}(2 \cdot 30 + 1 \cdot 40) = 1,482 \text{ бриг.}$$

$$D_{зайн} = (1/70)[(2 - 1,482)^2 \cdot 30 + (1 - 1,482)^2 \cdot 1] = 0,1183 \text{ бриг.}^2$$

$$N_{нз} = N_{i\max} - N_3 = 2 - 1,428 = 0,572 \text{ бриг.}$$

Отримані дані розрахунків свідчать про набагато краще використання робочої сили. Увесь комплекс робіт виконується двома бригадами замість трьох з більшою рівномірністю завантаження.

Вимоги до оформлення розрахунково-пояснювальної та графічної частин курсового проекту.

Проект виконується на стандартному папері формату А4 і повинен включати:

- 1) Титульний лист, зміст, вступ.
- 2) I частина: опис об'єкту, вхідні дані; розрахунок характеристик існуючого стану АЗС як системи масового обслуговування; розрахунок характеристик СМО після I варіанту реконструкції АЗС; розрахунок характеристик СМО після II варіанту реконструкції АЗС; аналіз отриманих результатів та висновки. Графічна частина проекту має включати: графи станів кожної з розглянутих СМО з результатами розрахунків її характеристик та економічними показниками.
- 3) II частина: опис комплексу робіт для побудови об'єкту (за варіантом), вхідні дані. Графічна частина проекту має включати: лінійний часовий графік виконання комплексу робіт з указанням резервів часу для не критичних робіт та з попереднім розподілом бригад (перший лист) і побудова лінійного часового графіку виконання комплексу робіт з урахуванням резервів часу та з раціональним розподілом бригад (другий лист). Розрахунок зайнятості бригад за першим варіантом (без урахування резервів часу) і за другим – раціональне використання трудових ресурсів; аналіз отриманих результатів та висновки.
- 4) Перелік використаної літератури.

Додаток1. Розрахункові формули для одноканальних розімкнутих СМО з відмовами

Граф станів	
Характеристики СМО	Розрахункові формули
Імовірність обслуговування (імовірність стану S_0)	$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$
Імовірність відмови в обслуговуванні (імовірність стану S_1)	$P_{\text{відм}} = 1 - P_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$
Відносна пропускна спроможність (коефіцієнт завантаження СМО)	$q = 1 - P_{\text{відм}} = P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$
Абсолютна пропускна спроможність (інтенсивність потоку обслуговування)	$A = q \cdot \lambda = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu}$
Середній час обслуговування	$\bar{t}_{\text{обс}} = 1/A$
Середній час перебування заявки в СМО	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{обс}} = 1/A$

Додаток 2. Розрахункові формули для багатоканальної СМО з відмовами (n – кількість каналів)

Граф станів	
Характеристики СМО	Розрахункові формули
Імовірності станів $P_0; P_1; \dots; P_n$, де $\rho = \lambda / \mu$ – приведена інтенсивність потоку заявок (коефіцієнт завантаження СМО)	$P_0 = [1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!}]^{-1}$ $P_1 = \frac{\rho}{1!} P_0; P_2 = \frac{\rho^2}{2!} P_0; P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0$
Імовірність відмови в обслуговуванні	$P_{\text{відм}} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0$
Імовірність обслуговування (відносна пропускна спроможність)	$P_{\text{обс}} = q = 1 - P_{\text{відм}} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} P_0$
Абсолютна пропускна спроможність СМО	$A = \lambda q = \lambda(1 - P_n)$
Середнє число зайнятих каналів	$\bar{k} = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda(1 - P_n)}{\mu} = \rho(1 - P_n)$
Середній час обслуговування	$\bar{t}_{\text{обс}} = 1 / A$
Середній час перебування заявки в системі	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{обс}} = 1 / A$

Додаток 3. Розрахункові формули для одноканальної СМО з обмеженою чергою чекання (m – кількість місць чекання)

Граф станів	
Характеристики СМО	Розрахункові формули
Імовірності станів $P_0; P_1; \dots; P_{m+1}$, де $\rho = \lambda / \mu$ - приведена інтенсивність потоку заявок	$P_0 = [1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{m+1}]^{-1} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{m+2}}$ $P_1 = \rho P_0; P_2 = \rho^2 \cdot P_0; \dots; P_{m+1} = \rho^{m+1} P_0$
Імовірність відмови в обслуговуванні	$P_{\text{відм}} = P_{m+1}$
Імовірність обслуговування (відносна пропускна спроможність)	$P_{\text{обс}} = q = 1 - P_{\text{відм}}$
Абсолютна пропускна спроможність СМО	$A = \lambda q$
Середнє число заявок в черзі	$\bar{r} = \frac{\rho^2 [1 - \rho^m (m + 1 - m\rho)]}{(1 - \rho^{m+2})(1 - \rho)}$ <p>при $\rho = 1$: $\bar{r} = \frac{1}{(m + 2)} \sum_{i=1}^m i$</p>
Середнє число заявок в СМО	$\bar{k} = \bar{r} + \frac{\rho - \rho^{m+2}}{1 - \rho^{m+2}}$ <p>при $\rho = 1$: $\bar{k} = \bar{r} + \frac{m + 1}{m + 2}$</p>
Середній час очікування в черзі	$\bar{t}_{\text{оч}} = \bar{r} / \lambda$
Середній час перебування в СМО	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{оч}} + \bar{t}_{\text{обс}} = \left(\lambda / \lambda \right) + \left(q / \mu \right)$

Додаток 4. Розрахункові формули для багатоканальної розімкнутої СМО з обмеженою чергою чекання (n – каналів; m – місць чекання)

Граф станів	
Характеристики СМО	Розрахункові формули
Імовірності станів $P_0; P_1; \dots; P_n; \dots; P_{n+m}$	$P_0 = \left[1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \left(\frac{\rho^n}{n!} \cdot \frac{\left(\frac{\rho}{n}\right) - \left(\frac{\rho}{n}\right)^{m+1}}{1 - \left(\frac{\rho}{n}\right)} \right) \right]^{-1}$ $P_i (i \leq n) = \frac{\rho^i}{i!} \cdot P_0 \quad (\text{черги немає, } i - \text{число зайнятих каналів})$ $P_{n+k} (k \leq m) = \frac{\rho^{n+k}}{n^k \cdot n!} \cdot P_0 - (\mathbf{k} - \text{заявок у черзі});$ $P_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} \cdot P_0 - (\text{СМО зайнята повністю})$
Імовірність відмови в обслуговуванні	$P_{\text{відм}} = P_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} \cdot P_0$
Імовірність обслуговування (відносна пропускна спроможність)	$P_{\text{обс}} = q = 1 - P_{\text{відм}} = 1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} \cdot P_0$
Абсолютна пропускна спроможність СМО	$A = \lambda \cdot q$
Середнє число зайнятих каналів	$\bar{z} = \frac{A}{\mu} = \rho \left(1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m \cdot n!} P_0 \right)$
Середнє число заявок в черзі	$\bar{r} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} P_0 \cdot \frac{1 - (m+1) \cdot \chi^m + m \cdot \chi^{m+1}}{(1 - \chi)^2}$
Середнє число заявок в системі	$\bar{k} = \bar{z} + \bar{r}$
Середній час очікування в черзі	$\bar{t}_{\text{оч}} = \bar{r} / \lambda$
Середній час перебування в системі	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{оч}} + q / \mu$

Примітка: при $\chi = \rho/n = 1$:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + m \frac{\rho^n}{n!} \right]^{-1}; P_i = \frac{\rho^i}{i!} \cdot P_0 \quad (i = \overline{1, n});$$

$$P_{n+k} = \frac{\rho^n}{n!} P_0 \quad (k = \overline{1, m}); \bar{r} = \frac{\rho^n}{n!} \cdot \frac{m(m+1)}{2} P_0$$

Додаток 5. Розрахункові формули для одноканальної розімкнутої СМО без обмеження черги чекання

Граф станів	
Характеристика СМО	Розрахункові формули
Умова існування граничного стану СМО	$\rho = \lambda / \mu$ (ρ - приведена інтенсивність заявок)
Імовірності станів $P_0; P_1; \dots; P_k$	$P_0 = (1 - \rho); P_1 = \rho P_0 = \rho(1 - \rho); P_k = \rho^k \cdot P_0 = \rho^k(1 - \rho)$
Імовірність відмовлення в обслуговуванні	$P_{\text{відм}} = 0$
Імовірність обслуговування (відносна пропускна спроможність)	$P_{\text{обс}} = q = 1 - P_{\text{відм}} = 1$
Абсолютна пропускна спроможність СМО	$A = \lambda \cdot q = \lambda$
Середнє число заявок в черзі	$\bar{r} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$
Середнє число заявок в системі	$\bar{k} = \bar{r} + \rho = \frac{\rho}{1 - \rho}$, де ρ - середнє число заявок, що обслуговуються
Середній час чекання в черзі	$\bar{t}_{\text{оч}} = \bar{r} / \lambda = \frac{\rho^2}{\lambda(1 - \rho)}$
Середній час перебування в СМО	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{оч}} + \bar{t}_{\text{обс}} = \bar{k} / \mu + q / \mu = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$

Додаток 6. Розрахункові формули для багатоканальних розімкнених СМО без обмеження черги чекання (n – кількість каналів)

Граф станів	
Характеристики СМО	Розрахункові формули
Умова існування граничного стану СМО	$\chi = \rho / n$ (приведена інтенсивність 1 каналу) або $\rho < n$ при $\rho = \lambda / \mu$ (приведена інтенсивність СМО)
Імовірності станів $P_0; P_1; \dots; P_n; P_{n+1}; \dots; P_{n+r}$	$P_0 = [1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)}]^{-1}, P_1 = \rho \cdot P_0;$ $P_i (i < n) = \frac{\rho^i}{i!} \cdot P_0; \dots; P_n = \frac{\rho^n}{n!} P_0 \text{ (СМО зайнята)}$ $P_{n+1} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} P_0; \dots; P_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} P_0 \text{ (r - заявок в черзі)}$
Імовірність відмовлення в обслуговуванні	$P_{\text{відм}} = 0$
Імовірність обслуговування (приведена пропускна спроможність)	$P_{\text{обс}} = q = 1 - P_{\text{відм}} = 1$
Абсолютна пропускна спроможність СМО	$A = \lambda \cdot q = \lambda$
Середнє число заявок в черзі	$\bar{r} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{P_0}{(1-\chi)^2}$
Середній час очікування в черзі	$\bar{t}_{\text{оч}} = \frac{\bar{r}}{\lambda}$
Середнє число зайнятих каналів	$\bar{z} = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$
Середнє число заявок в системі	$\bar{k} = \bar{z} + \bar{r}$
Середній час перебування в СМО	$\bar{t}_{\text{сист}} = \bar{t}_{\text{оч}} + \frac{q}{\mu} = \frac{\bar{r}}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М., Сов. Радио, 1972, - 552с.
3. Четверухін Б.М., Бакуліч О.О., Радкевич С.Д. Дослідження операцій в транспортних системах. Ч.2. Системи масового обслуговування. Навчальний посібник. – К.: НТУ, 2001. - 141 с.
4. Б.М.Четверухін. Дослідження операцій в транспортних системах. Ч.3. Спеціальні методи дослідження операцій. Навчальний посібник. – К.: НТУ, 2004. - 147 с.
5. Бедняк М.Н. Математические основы управления. – К., изд. КАДИ, 1977, - 127с.
6. Зайченко Ю.П. Исследование операций. – К., Вища школа, 1979, - 392с.
7. Кремер Н.Ш. и др. Исследование операций в экономике. – М., изд. ЮНИТИ, 1997, - 407с.
8. Соболев И.М. Метод Монте – Карло. – М.: Наука, 1972, - 64 с.